

LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO
Teknillinen tiedekunta
LUT Kone
Konetekniikan koulutusohjelma

Petri Kärkkäinen

**LIKKUVAN KIVIMURSKAIMEN SYÖTINOSAN RAKENNEANALYYSI
OSARAKENNETEKNIIKAN AVULLA**

Työn tarkastajat:

Professori Aki Mikkola
TkT Marko Matikainen

TIIVISTELMÄ

Lappeenrannan teknillinen yliopisto
Teknillinen tiedekunta
LUT Kone
Konetekniikan koulutusohjelma

Petri Kärkkäinen

Liikkuvan kivimurskaimen syötinosan rakenneanalyysi osarakennetekniikan avulla

Diplomityö

2013

85 sivua, 25 kuvaa, 6 taulukkoa ja 6 liitettä

Tarkastajat: Professori Aki Mikkola
TkT Marko Matikainen

Hakusanat: monikappalejärjestelmät, monikappaledynamiikka, osarakennetekniikka, simulointi, elementtimenetelmä, syötinosa, ominaisuudet

Työn tarkoituksena oli selvittää, miten osarakennetekniikkaa voidaan soveltaa siirrettävän kivimurskaimen syötinosan simuloinnissa. Tätä tutkittiin luomalla kahdella eri ohjelmistolla simulaatiomalli syötinosasta ja mallintamalla syötinosan runko joustavaksi kappaleeksi osarakennetekniikan avulla. Luotujen simulointimallien tarkkuutta selvitettiin vertaamalla niistä saatuja rungon jännityksiä tutkittavan rakenteen rungosta mitattuihin jännityksiin. Työn tarkoituksena oli myös tutkia, miten hyvin simulaatiomallit soveltuvat käytettäväksi syötinosan tuotekehityksessä.

Tässä työssä käytettiin syötinosan simulaatiomallin luomiseen ANSYS-ohjelmistoa ja ADAMS-ohjelmistoa. Simulaatiomalleihin lisättiin tutkittavasta järjestelmästä mitattu ohjaussignaali sekä syötinosan jousien arvot. Järjestelmän rakenneominaisuudet saatiin suoraan valmistajan luovuttamista tiedoista. ADAMS-ohjelmistolla mallinnetussa simulaatiomallissa runko mallinnettiin joustavaksi ANSYS-ohjelmistossa, josta se siirrettiin ADAMS-ohjelmistoon.

Saaduista tuloksista kävi ilmi, että osarakennetekniikkaa voidaan hyödyntää syötinosan joustavan rungon simuloinnissa. Tutkittavasta järjestelmästä mitatuissa jännityksissä ja simulaatiomalleista saaduissa jännityksissä oli eroja, mutta jännityshistorian muodot ja suuruusluokat vastasivat pääosin toisiaan. Tulosten parantamiseksi tulee selvittää lisää alkuarvoja tutkittavasta järjestelmästä ja varmistua nyt saatujen jousiparametrien oikeellisuudesta.

ABSTRACT

Lappeenranta University of Technology
Faculty of Technology
LUT Mechanical Engineering
Master's Degree Program in Mechanical Engineering

Petri Kärkkäinen

Structural analysis of a mobile rock crusher feeder unit using component mode synthesis

Master's Thesis

2013

85 pages, 25 figures, 6 tables and 6 appendices

Examiners: Professor Aki Mikkola
D.Sc. (Tech.) Marko Matikainen

Keywords: multibody systems, multibody dynamics, component mode synthesis, simulation, finite element method, feeder unit, normal modes

The purpose of this work was to find out how component mode synthesis can be applied in the simulation of portable rock crusher feeder unit. This was investigated by creating two simulation models using two different simulation programs. The frame of the feeder unit was modeled as flexible body. The accuracy of these two simulation models was studied by comparing frame's stress history from simulation models to frame's stress history from original system. The purpose of this work was also study how well these simulation models can be adapted in product development process.

In this work the simulation models of the feeder unit was created using ANSYS software and ADAMS software. Control signal and spring values were taken from examined system and transferred to simulation models. Masses and inertias were taken directly from manufacturer's information. In simulation model that was created using ADAMS software, the flexible frame was modeled using component mode synthesis in ANSYS software. After these analyses the flexible frame was transferred to ADAMS software.

The results showed that the component mode synthesis can be used for modeling the feeder unit's flexible frame when building a simulation model of the feeder unit. There were differences between stress results of the simulation models and the examined system but shapes and magnitudes of simulation model's stress histories were mainly consistent with the examined model. Initial values should be more accurate in order to improve the accuracy of the results.

ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty Lappeenrannan teknillisen yliopiston konetekniikan osaston koneensuunnittelun tutkimusryhmälle ja Metso Minerals -yhtiölle. Haluan kiittää professori Aki Mikkolaa ja TkT Marko Matikaista neuvoista ja ohjauksesta sekä siitä, että he antoivat minulle mahdollisuuden työskennellä tämän mielenkiintoisen projektin parissa. Erityisen suuri kiitos kuuluu myös DI Antti Valkeapäälle, joka väsymättömästi neuvoi minua ANSYS-ohjelmiston käyttöä koskevissa kysymyksissä ja ohjasi omalla panoksellaan työtäni kohti sen lopullista muotoa. Haluan myös kiittää Metso Minerals -yhtiötä siitä, että he luovuttivat minulle tarvitsemani tiedot tuotteestaan, jotta diplomityön tekeminen oli ylipäättään mahdollista.

Haluan kiittää kaikkia teitä, joiden kanssa olen saanut työskennellä Lappeenrannan teknillisen yliopiston koneensuunnittelun laboratoriossa opiskeluni aikana. Aloitin työskentelyni kesäharjoittelijana jo useampi kesä sitten ja otitte minut heti mukaan joukkoonne, joten en epäröinyt, kun sain mahdollisuuden tehdä diplomityöni tässä samassa joukossa. Toivotan teille kaikille hyvää jatkoa ja toivottavasti tapaaamme vielä tulevaisuudessakin.

Lisäksi haluan kiittää TkT Juha Kortelaista. Kävimme monia mielenkiintoisia keskusteluja kesän 2010 aikana, kun työskentelin konetekniikan laboratoriossa kesäharjoittelijana. Opin sinulta paljon ja näillä keskusteluilla oli erittäin suuri vaikutus omaan uravalintaani.

Iso kiitos kuuluu myös perheelleni ja sukulaisilleni, jotka ovat tukeneet minua läpi elämäni. Erityisesti haluan kiittää vanhempiani sekä sisaruksiani rakastavasta kasvatuksesta ja kannustuksesta. Olen aina voinut kääntyä teidän puoleenne, jos olen tarvinnut neuvoa tai apua. Lopuksi haluan kiittää rakasta avovaimoani Sonjaa, joka on kulkenut vierelläni kaikki nämä vuodet.

Lappeenrannassa 11.2.2013

Petri Kärkkäinen

SISÄLLYSLUETTELO

1 JOHDANTO	10
1.1 Työn rajaus	11
1.2 Työn tavoitteet.....	11
2 KÄYTETTÄVÄT MENETELMÄT	13
2.1 Monikappalejärjestelmät ja -dynamiikka	14
2.1.1 Jäykistä kappaleista koostuvat monikappalejärjestelmät.....	16
2.1.2 Lisäys- ja sijoitusmenettely.	24
2.1.3 Joustavia kappaleita sisältävät monikappalejärjestelmät.....	27
2.2 Elementtimenetelmä.....	30
2.3 Osarakennetekniikka	35
2.3.1 Osarakenneanalyysin vaiheet	38
2.3.2 Alirakenteen kiinnitysmenetelmät	47
2.4 Kiinnitetyn rajapinnan menetelmä	51
2.4.1 Kiinnitetyn rajapinnan siirtymätransformaatio.....	52
2.4.2 Craig-Bampton menetelmä.....	53
3 TUTKITTAVA RAKENNE.....	56
3.1 Tutkittavan rakenteen esittely	56
3.2 Käytettävät ohjelmistot.....	58
3.3 Dynaamisessa analyysissä käytetty ratkaisija	59
3.4 Osarakennetekniikan toimintaperiaatteet ANSYS-ohjelmistossa.....	63
3.5 Tutkittavan rakenteen mallintaminen osarakennetekniikalla	66
4 SAADUT TULOKSET JA NIIDEN TARKASTELU	75
5 YHTEENVETO	81
5.1 Jatkokehitys	82
LÄHDELUETTELO	83

SYMBOLILUETTELO

α	=	HHT algoritmiryhmän vaimennusparametri
β, γ	=	Newmark algoritmien vaimennusparametrit
\bar{a}	=	Kulmakiihytyvyysvektori kappaleen lokaalissa koordinaatistossa
$\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$	=	Kolmas Eulerin kiertokoordinaatisto
η_1, η_2, η_3	=	Toinen Eulerin kiertokoordinaatisto
λ	=	Lagrangen kertoimien vektori
ξ_1, ξ_2, ξ_3	=	Ensimmäinen Eulerin kiertokoordinaatisto
θ	=	Ensimmäinen Eulerin kulma
θ	=	Eulerin kulmien rotaatiovektori
Λ_{nn}	=	Ominaisarvojoukko
ϕ	=	Ensimmäinen Eulerin kulma
Φ_d	=	Poistettavien normaalimuotojen joukon matriisi
Φ_f	=	Kiinnittämättömän rajapinnan normaalimuotojen muotomatriisi
Φ_i	=	Kiinnitetyn rajapinnan normaalimuotojen muotomatriisi
Φ_k	=	Säilytettävien normaalimuotojen joukon matriisi
Φ_m	=	Kiinnittämättömän rajapinnan normaalimuotojen päävapausasteiden matriisi
Φ_s	=	Kiinnittämättömän rajapinnan normaalimuotojen alivapausasteiden matriisi
Φ_{sr}	=	Inertian vapautusmuotojen matriisi
ψ	=	Kolmas Eulerin kulma
Ψ^c	=	Komponentin kokonaismuotomatriisi
Ψ_a	=	Liitäntämuotojen matriisi
Ψ_b	=	Inertian vapautus kiinnitysmuotojen matriisi
Ψ_c	=	Rajoitemuotojen matriisi

Ψ_{CB}^c	=	Craig-Bampton transformaatiomatriisi
Ψ_d	=	Jännösjoustavuuden kiinnitysmuotojen matriisi
Ψ_e	=	Redundanttisen rajapinnan rajoitemuotojen matriisi
Ψ_r	=	Jäykän kappaleen muotojen matriisi
$\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \bar{\omega}_3$	=	Kulmanopeusvektorin komponentit kappaleen lokaalissa koordinaatistossa
$\bar{\omega}$	=	Kulmanopeusvektori kappaleen lokaalissa koordinaatistossa
\mathbf{A}	=	Transformaatiomatriisi, kiirtomatriisi
\mathbf{C}	=	Rajoiteyhtälö vektorimuodossa
\mathbf{C}	=	Rajoitematriisi
\mathbf{C}_{DD}	=	Ei-singulaarinen neliömatriisi
\mathbf{C}_t	=	Rajoiteyhtälöiden vektorin ensimmäisen osittaisderivaatta ajan suhteen
\mathbf{C}_{tt}	=	Rajoiteyhtälöiden vektorin toinen osittaisderivaatta ajan suhteen
\mathbf{C}_{qt}	=	Rajoiteyhtälöiden vektori, joka on derivoitu yleistettyjen koordinaattien ja ajan suhteen
\mathbf{C}_q	=	Monikappalejärjestelmän Jacobin matriisi
E_k	=	Kineettinen energia
E_p	=	Potentiaalienergia
\mathbf{F}_a	=	Vaikuttavien voimien vektori
\mathbf{F}_i	=	Inertiavoimien vektori
\mathbf{f}^c	=	Komponenttiin c vaikuttava voimavektori
\mathbf{f}_b	=	Rajapinnan voimavektori
\mathbf{f}_{ex}^c	=	Komponenttiin c vaikuttavat ulkoiset voimat
\mathbf{G}	=	Orientaatiokoordinaattien aikaderivaatan ja kulmakiinnyvyyksien välinen transformaatiomatriisi
\mathbf{G}_{sm}	=	Redundanttisten staattisten rajoitemuotojen matriisi

$\bar{\mathbf{G}}$	=	Orientaatiokoordinaattien aikaderivaatan ja kulmakiikthyvyysien välinen transformaatiomatriisi kappaleen lokaalissa koordinaatistossa
\mathbf{I}	=	Yksikkömatriisi
\mathbf{I}_{ij}	=	Inertiatensori, missä muuttujat i ja j vastaavat koordinaatit X_1, X_2 ja X_3
\mathbf{K}	=	Jäykkyysmatriisi
\mathbf{K}_{CB}	=	Craig-Bampton menetelmän alemman kertaluvun jäykkyysmatriisi
$\bar{\mathbf{K}}$	=	Diagonaalinen muotojäykkyysmatriisi
$\bar{\mathbf{K}}_{CB}^c$	=	Craig-Bampton menetelmästä saatava redusoitu jäykkyysmatriisi
$\hat{\mathbf{K}}$	=	Osarakennetekniikan alirakenteen jäykkyysmatriisi
L	=	Lagrangen yhtälö
\mathbf{M}	=	Massamatriisi
\mathbf{M}_{CB}	=	Craig-Bampton menetelmän alemman kertaluvun massamatriisi
$\bar{\mathbf{M}}$	=	Diagonaalinen muotomassamatriisi
$\bar{\mathbf{M}}_{CB}^c$	=	Craig-Bampton menetelmästä saatava redusoitu massamatriisi
$\hat{\mathbf{M}}$	=	Osarakennetekniikan alirakenteen massamatriisi
n	=	Yleistettyjen koordinaattien lukumäärä
n_c	=	Rajoiteyhtälöiden lukumäärä
p^i	=	Kappaleen i partikkeli
\mathbf{p}	=	Yleistettyjen koordinaattien vektori
\mathbf{p}_D	=	Riippuvat yleistetyt koordinaatit
\mathbf{p}_I	=	Riippumattomat yleistetyt koordinaatit
\mathbf{Q}_c	=	Yleistettyjen rajoitevoimien vektori
\mathbf{Q}_e	=	Yleistettyjen ulkoisten voimien vektori
\mathbf{Q}_i	=	Yleistettyjen inertiaivoimien vektori
\mathbf{Q}_v	=	Neliöllinen nopeusvektori

\mathbf{q}	=	Yleistettyjen koordinaattien vektori
$\delta\mathbf{q}$	=	Yleistettyjen koordinaattien virtuaalisen siirtymän vektori
R_1^i, R_2^i, R_3^i	=	Kappaleen i lokaalin koordinaatiston sijaintivektorin komponentit globaalissa koordinaatistossa
\mathbf{R}^i	=	Kappaleen i lokaalin koordinaatiston sijainti globaalissa koordinaatistossa
$\mathbf{R}_{sm}, \mathbf{R}_{mn}$	=	Jännösvektorien alimatriiseja
r_1^i, r_2^i, r_3^i	=	Kappaleen i sijaintivektorin komponentit globaalissa koordinaatistossa
r_{intb}^c	=	Komponenttiin c vaikuttavat voimat, jotka syntyvät sen kiinnittyessä viereisiin komponentteihin rajavapausasteissa
\mathbf{r}^i	=	Kappaleen i sijaintivektori globaalissa koordinaatistossa
$\delta\mathbf{r}$	=	Virtuaalinen siirtymä
\mathbf{S}	=	Liitäntätransformaatiomatriisi
$\bar{u}_1^i, \bar{u}_2^i, \bar{u}_3^i$	=	Kappaleen i sijaintivektorin komponentit lokaalissa koordinaatistossa
$\bar{\mathbf{u}}^i$	=	Kappaleen i sisältämän pisteen sijaintivektori lokaalissa koordinaatistossa
$\tilde{\mathbf{u}}$	=	Vinosymmetrinen matriisimuoto pisteen sijainnille
V	=	Tilavuus
δW	=	Virtuaalinen työ
δW_i	=	Inertiavoimien tekemä virtuaalinen työ

1 JOHDANTO

Tässä työssä tutkitaan osarakennetekniikan hyödyntämistä Metso Minerals -yhtiön siirrettävän murskausyksikön syötinosan dynaamisen vasteen ratkaisemisessa. Siirrettävä murskausyksikkö koostuu tutkittavan syötinosan lisäksi murskainosasta, telaketjuilla varustetusta alustasta sekä kuljettimesta. Syötinosaan kaadetaan prosessoitava maa-aines. Syötinosa kuljettaa maa-aineksen murskainosalle ja samalla siivilöi sekä erittelee pienemmän maa-aineksen (hiekkä, pienet kivet) siten, ettei se mene turhaan murskainyksikön läpi. Murskainyksikkö murskaa maa-aineksen haluttuun partikkelikokoon. Kuljetin kuljettaa murskatun maa-aineksen pois murskainyksiköstä. Liikutettavan alustan avulla murskainyksikköä voidaan siirtää esimerkiksi avolouhoksella lähemmäs lastausaluetta. (1, s. 9)

Syötinosa on muodoltaan ja toimintaperiaatteeltaan lähes identtinen kaikissa tämän valmistajan siirrettävissä murskausyksiköissä. Ainoastaan syötinpöydän dimensiot muuttuvat sen mukaan, minkä kokoiseen murskausyksikköön syötinpöytä on liitetty. Kuvassa 1.1 on esitetty esimerkkinä siirrettävästä murskausyksiköstä Metso Minerals -yhtiön valmistama alle 50 tonnin painoinen Lokotrack-sarjan LT106-malli.



Kuva 1.1. Lokotrack LT106 siirrettävä murskausyksikkö (Metso Minerals Oy) (1, s. 9)

Siirrettävän murskainyksikön toimintaa ohjataan älykkäällä IC-sarjan prosessinohjausjärjestelmällä. IC-yksiköllä voidaan valvoa ja säätää murskaus- sekä seulontaprosessin muuttujia. Näin murskaustulos voidaan optimoida halutunlaiseksi. Useampia murs-

kausyksiköitä voidaan myös kytkeä toisiinsa, jolloin voidaan toteuttaa monivaiheinen prosessi. (1, s. 45)

Tässä työssä kartoitetaan sitä, miten hyvin osarakennetekniikkaa voidaan hyödyntää tämän tutkittavan konstruktion tuotesuunnitteluprojektin yhteydessä. Mikäli osarakennetekniikalla ja simuloinnilla voidaan tutkia kustannustehokkaasti ja tarpeeksi suurella tarkkuudella tämän tutkittavan tuotteen toimintaa, voidaan niiden avulla vähentää prototyyppien rakentamiseen kuluva aikaa ja kustannuksia.

1.1 Työn rajaus

Tässä työssä osarakennetekniikkaa sovelletaan ainoastaan syötinosan runkoon. Osarakennetekniikan avulla voidaan tarvittaessa mallintaa joustavana koko syötinosa, mutta tässä tapauksessa on kiinnostuttu ainoastaan syötinosan rungon käyttäytymisestä. Syötinosan simulaatiomalli rakennetaan kuitenkin siten, että joustavana mallinnettavien osien määrää on tarvittaessa helppo lisätä.

Simulointimallissa ei oteta huomioon mahdollisia osien välisiä kitkoja. Mahdolliset syntyvät kitkavoimat oletetaan niin pieniksi, ettei niillä ole merkittävää vaikutusta saattuihin tuloksiin. Myöskään lämpötilan aiheuttamia muodonmuutoksia tai muita lämpötilan aiheuttamia ilmiöitä ei oteta huomioon. Tässä työssä mallinnettavien simulaatiomallien tarkkuus riippuu paljon saaduista lähtötiedoista. Lähtötietoina käytetään vain niitä lähtöarvoja sekä oikeasta mallista mitattuja tuloksia, jotka työn tekijälle on luovutettu. Kaikille osarakennetekniikka käsittelevillä termeillä ei tämän työn puitteissa ole löytynyt virallisia suomennettuja vastineita. Tästä syystä tässä työssä käytetään työn tekijän kääntämiä termejä. Alkuperäinen englanninkielinen termi on tarvittaessa merkitty suuissa käännetyn termin perään.

1.2 Työn tavoitteet

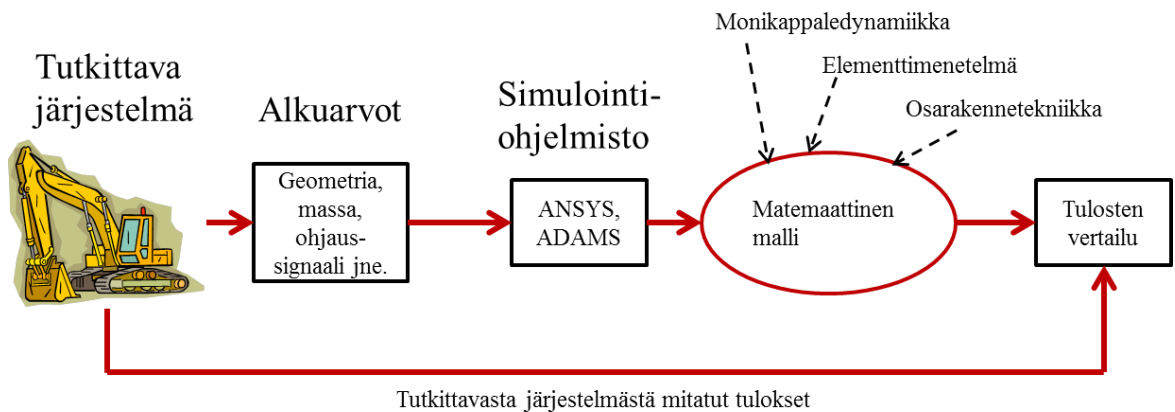
Syötinosan runkoon kohdistuu sen käytön yhteydessä rasituksia, jotka saattavat vahingoittaa runkoa. Tämän työn tavoitteena on selvittää, kuinka osarakennetekniikkaa voidaan hyödyntää eri ohjelmistoissa runkoon syntyvien jännitysten selvittämiseksi työkierron aikana. Käytettävän ohjelman soveltuvuutta mitataan vertailemalla ohjelmistoi-

la luoduista simulaatiomalleista saatuja tuloksia oikeasta rungosta mitattuihin jännitys- vaihteluihin. Tavoitteena on luoda simulaatiomalli, jota voidaan hyödyntää rungon ja koko syötinosan tuotesuunnitteluprosessissa. Simulaatiomallilla pyritään vähentämään prototyyppien rakentamistarvetta, koska sen avulla voidaan ennakoida runkoon kohdistuvia rasituksia. Lisäksi simulointimallilla voidaan ennakoida tutkittavan järjestelmän toimintaa erilaisissa olosuhteissa tai käyttötilanteissa.

Työn lopputuloksena on kaksi eri mallinnusohjelmistoilla luotua simulaatiomallia tutkittavasta syötinosasta. Simuloiduista malleista saatuja tuloksia verrataan oikeasta syötinosasta mitattuihin tuloksiin. Erityisesti on kiinnostuttu siitä, kuinka osarakennetekniikkaa voidaan hyödyntää ANSYS-ohjelmistossa ja ANSYS-ohjelmiston graafisessa käyttöliittymässä nimeltä ANSYS Workbench. Toinen simulaatiomalli luodaan ADAMS-ohjelmistolla.

2 KÄYTETTÄVÄT MENETELMÄT

Tässä kappaleessa käydään läpi, millaisia menetelmiä tarvitaan syötinosan dynaamisen simulaation muodostamiseen. Simuloinnilla tarkoitetaan todellisen järjestelmän toiminnan jäljittelemistä tietokoneen avulla. Simulointi aloitetaan luomalla tutkittavasta järjestelmästä matemaattinen malli. Matemaattinen malli luodaan tutkittavasta rakenteesta saatujen alkuarvojen avulla. Alkuarvojen tarkkuus ja oikeellisuus vaikuttaa ratkaisevasti simulointimallin tulosten tarkkuuteen. Tässä työssä matemaattisen mallin luomiseen käytetään kaupallista simulointiohjelmistoa. Simulaatiossa suoritetaan järjestelmän työkierto, josta saatuja tuloksia verrataan tutkittavasta järjestelmästä saatuihin tuloksiin. Kuvassa 2.1 on esitetty simuloinnin eteneminen kaaviona.



Kuva 2.1. Periaatekuva järjestelmän simuloinnin etenemisestä

Kuten kuvassa 2.1 esitetään, tutkittavan systeemin matemaattisen mallin kokoamisessa käytetään apuna useampaa menetelmää. Näiden menetelmien peruskäsitteitä esitellään tässä osassa työtä. Käytettävistä menetelmistä ensimmäiseksi esitellään monikappalejärjestelmät sekä monikappaledynamiikka. Se, mitä ovat monikappalejärjestelmät sekä niiden toiminnan ymmärtäminen on tärkeää, koska tutkittava syötinosa on monikappalejärjestelmä. Syötinosa koostuu useasta kappaleesta, jotka liittyvät toisiinsa nivelillä. Syötinosan toimintaa voidaan tutkia monikappaledynamiikan avulla. Koska syötinosan runko mallinnetaan joustavana, tutustutaan siihen, kuinka monikappalejärjestelmän joustavana mallinnettuja osia kuvataan. Rungon joustavuus, sekä käytettävä osarakennetekniikka perustuu elementtimenetelmään, joten elementtimenetelmän perusteet seli-

tetään lyhyesti tässä kappaleessa. Viimeiseksi kerrotaan tarkemmin osarakennetekniikasta.

2.1 Monikappalejärjestelmät ja -dynamiikka

Monikappalejärjestelmiksi lasketaan kaikki sellaiset järjestelmät, jotka koostuvat useista yhteen kytketyistä jäykistä tai joustavista kappaleista. Esimerkiksi ajoneuvot, robotit sekä lentokoneet ovat järjestelmiä, jotka koostuvat useista yhteen kytketyistä kappaleista. Tähän luokkaan kuuluu myös luonnollisesti tässä työssä tutkittava syötinosa. Nämä kappaleet läpikäyvät suuria siirtymiä sekä kiertymiä. Esimerkiksi teollisuusrobotin työkalupää voi liikkua kahden pisteen välillä, joiden välimatka on useita metrejä. Lisäksi työkalupää voi usein kiertyä akselinsa ympäri esimerkiksi 360 astetta. Tämän perusteella monikappalejärjestelmän kappaleiden siirtymät ja kiertymät ovat suuria. Yleisesti monikappalejärjestelmä koostuu ryhmästä kappaleita. Järjestelmän kappaleita kutsutaan alijärjestelmiksi, rungoiksi, komponenteiksi, osiksi tai alirakenteiksi. Kappaleiden liike on kinemaattisesti rajoitettu. Rajoitteet johtuvat nivelistä, jotka liittävät kappaleet toisiinsa. Esimerkiksi kiertonivel sallii kappaleen kiertymän määrätyn akselin ympäri. Toisin sanoen kiertonivel sallii yhden vapausasteen ja estää tai rajoittaa kaikki muut. Monikappalejärjestelmän kappaleet voivat liittyä toisiinsa myös voimaa siirtävien elementtien välityksellä. Esimerkkeinä tällaisista voimaa siirtävistä elementeistä ovat jouset, iskunvaimentimet ja vaimentimet. Monikappaledynamiikalla tarkoitetaan useasta osasta koostuvan mekaanisen järjestelmän dynaamisen käyttäytymisen tarkastelua. (2, s. 1 & 3, s. 7) Kuvassa 2.1.1 on esitetty esimerkkejä järjestelmistä, jotka voidaan mallintaa monikappalejärjestelminä.



Kuva 2.1.1: Esimerkkejä systeemeistä, jotka voidaan mallintaa monikappalejärjestelmänä (Kuvat Microsoft Office Clip Art -kirjastosta)

Monikappalejärjestelmien analyysit voidaan jaotella perustyyppeihin, joita ovat kineemaattinen analyysi ja kineettinen analyysi. Kinemaattisilla analyyseilla käsitellään kappaleen liikettä geometriselta pohjalta. Tällöin ei välitetä kappaleisiin vaikuttavista voimista. Kineettisillä analyyseillä tarkastellaan puolestaan kappaleisiin vaikuttavien voimien ja niiden liiketilojen välistä vuorovaikutusta. Kinemaattinen analyysi pitää sisällään käänteisen kinemaattisen analyysin. Kineettinen analyysi jakautuu vastaavasti staattiseen analyysiin, dynaamiseen analyysiin, linearisoituun dynaamiseen analyysiin ja käänteiseen dynaamiseen analyysiin. (4, s. 9 - 10)

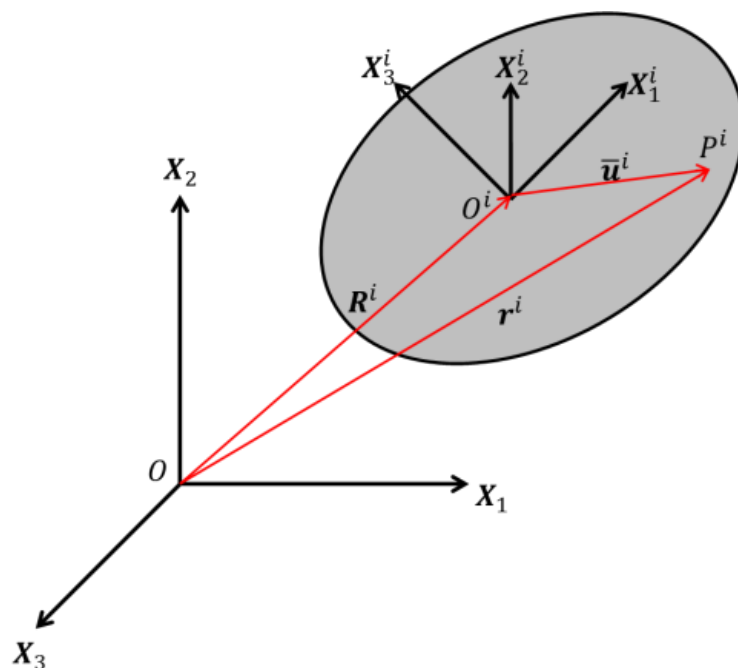
Monikappalejärjestelmät voidaan jakaa kahteen luokkaan. Ensimmäiseen luokkaan kuuluvat jäykistä kappaleista koostuvat järjestelmät. Jäykille kappaleille määritellään massakeskipiste, massaominaisuudet sekä hitausominaisuudet. Kun käsitellään jäykkiä kappaleita, tarkoitetaan tilannetta, jossa kappaleen muodonmuutos on niin pieni, ettei sillä ole vaikutusta koko järjestelmän liikkeeseen. Jäykässä kappaleessa minkä tahansa kahden partikkelin välinen välimatka pysyy vakiona kaikilla ajanhetkillä ja kaikissa tilanteissa. Jäykän kappaleen liike avaruudessa voidaan kuvata kuuden yleistetyn koordinaatin avulla. Jäykän kappaleen liikkeen matemaattinen malli on epälineaarinen. Epälineaarisuus johtuu kappaleiden kiertymistä. (2, s. 1 & 4, s. 10)

Toiseen luokaan kuuluvat monikappalejärjestelmät, jotka sisältävät joustavia kappaleita. Joustaville kappaleille määritellään samat massa- ja hitausominaisuudet kuin jäykille kappaleille. Joustaville kappaleille pitää lisäksi määrittää useita joustavuuteen vaikuttavia ominaisuuksia. Eräät näistä joustavuuteen vaikuttavista ominaisuuksista ovat kappaleen valmistusmateriaalin jäykkyysominaisuudet. Juuri näiden ominaisuuksien takia joustavien kappaleiden käsittely on monimutkaisempaa kuin jäykkien kappaleiden. Tutkittaessa modernia mekaanisen järjestelmän toimintaa, voidaan huomata, että todellisuudessa rakenteellinen joustavuus vaikuttaa suuresti järjestelmän toimintaan. Tämän takia tällaisten järjestelmien toimintaa ei voida kuvata tarkasti, jos oletetaan niiden koostuvan vain jäykistä kappaleista. Rakenteellinen joustavuus on otettava huomioon, jos sillä on merkitystä tutkittavan järjestelmän toimintaan. Jos voidaan olla varmoja siitä, ettei järjestelmän komponentin joustavuudella ole merkitystä järjestelmän toimintaan, voidaan tämä komponentti mallintaa jäykkänä. (5, s. 1 & 4 s. 10)

2.1.1 Jäykistä kappaleista koostuvat monikappalejärjestelmät

Syötinosan simulaatiomallin kokoamisessa jäykkien kappaleiden monikappaledynamiikkaa tarvitaan esimerkiksi syötinosan koneikon mallintamisessa. Koneikon sisällä olevat akselit läpikäyvät suuria kiertymiä simuloinnin aikana. Tämän takia on perusteltua käydä läpi jäykistä kappaleista koostuvan järjestelmän monikappaledynamiikan termistöä.

Jäykän kappaleen kokoonpano avaruudessa voidaan määrittää kuuden koordinaatin avulla. Kolme näistä koordinaateista kuvaa kappaleen siirtymiä ja loput kolme koordinaattia kuvaa jäykän kappaleen orientaatioita. Kuvassa 2.1.2 on esitetty jäykkä kappale i kolmiulotteisessa avaruudessa. (2, s. 11)



Kuva 2.1.2: Jäykkä kappale i kolmiulotteisessa avaruudessa

Kuvassa 2.1.2 koordinaatisto $X_1 X_2 X_3$ on globaali avaruuskoordinaatisto ja koordinaatisto $X_1^i X_2^i X_3^i$ on kappalekoordinaatisto, jonka origo on kiinnitetty jäykästi yhteen jäykän kappaleen pisteeseen. Mielivaltaisen pisteen P^i globaali sijainti voidaan määrittää seuraavasti:

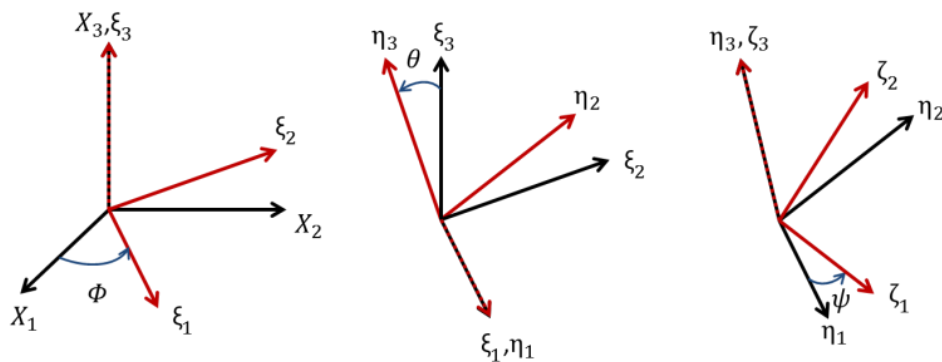
$$\mathbf{r}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i, \quad (2.1)$$

missä $\mathbf{r}^i = [r_1^i \ r_2^i \ r_3^i]^T$ on pisteen P^i globaali sijainti, $\mathbf{R}^i = [R_1^i \ R_2^i \ R_3^i]^T$ on kappalekoordinaatiston origon O^i globaali paikkavektori. Vektori $\bar{\mathbf{u}}^i = [\bar{u}_1^i \ \bar{u}_2^i \ \bar{u}_3^i]^T$ on pisteen P^i sijaintivektori origon O^i suhteen. Matriisi \mathbf{A}^i on kiertomatriisi eli transformatiomatriisi kappale- ja avaruuskoordinaatistojen välillä. Jäykistä kappaleista koostuvien monikappalejärjestelmien tapauksessa kappaleen i pisteiden O^i ja P^i välinen etäisyys pysyy samana kappaleen liikkeen aikana. Täten vektorin $\bar{\mathbf{u}}^i$ komponentit kappalekoordinaatistossa tunnetaan ja ne pysyvät vakioina. Vektorit \mathbf{r}^i ja \mathbf{R}^i määritetään globaalissa koordinaattijärjestelmässä. Tästä johtuen vektori $\bar{\mathbf{u}}^i$ tulee määrittää kiinteiden globaalien akselien suuntaisten komponenttien avulla. Kappalekoordinaattijärjestelmän orientaatio tulee määrittää globaalien koordinaattijärjestelmän suhteen. Näiden kah-

den koordinaatiston välinen siirtymä saadaan aikaiseksi kiertymäkoordinaattiryhmän avulla. Transformaatiomatriisin avulla voidaan muuttaa kappalekoordinaatistossa määritettyjä vektoreita globaaliin koordinaattistoon. (2, s.11 - 12)

Yksi tapa transformaatiomatriisin määrittämiseksi on muodostaa se kolmen riippumattoman Eulerin kulman avulla (2, s. 67). Avaruustapauksessa kappalekoordinaatiston kiertymä voidaan kuvata 3×3 transformaatiomatriisin avulla. (6, s. 11)

Kappalekoordinaatiston rotaatio voi tapahtua avaruustapauksessa kolmen eri koordinaattiakselin ympäri. (6, s.11 - 12) Eulerin kulmia käytettäessä kierrot tapahtuvat tietyssä järjestyksessä. Tässä tapauksessa alkutilanteeksi otetaan kaksi koordinaatistoa $\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2\mathbf{X}_3$ ja $\xi_1\xi_2\xi_3$, jotka ovat alkutilanteessa yhtenevät. Ensimmäiseksi kierretään koordinaatistoa $\xi_1\xi_2\xi_3$ akselin \mathbf{X}_3 ympäri kulman ϕ verran. Kierron perusteella saadaan uusi koordinaatisto, joka on nimeltään $\eta_1\eta_2\eta_3$ ja on yhtenevä äsken kierretyn koordinaatiston $\xi_1\xi_2\xi_3$ kanssa. Koordinaatisto $\eta_1\eta_2\eta_3$ kierretään kulman θ verran akselin ξ_1 ympäri. Viimeisessä vaiheessa muodostetaan äsken kierretyn koordinaatiston $\eta_1\eta_2\eta_3$ kanssa yhtenevä koordinaatisto $\zeta_1\zeta_2\zeta_3$, jota kierretään kulman ψ verran akselin η_3 ympäri. (2, s. 67 - 68) Eulerin kulmien kierrot on esitetty kuvassa 2.1.3.



Kuva 2.1.3. Eulerin kulmien kierrot avaruudessa, kun muodostetaan 3×3 transformaatiomatriisi \mathbf{A}

Alkuperäisen $\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2\mathbf{X}_3$ koordinaatiston ja lopullisen $\zeta_1\zeta_2\zeta_3$ koordinaatiston avulla muodostetaan transformaatiomatriisi \mathbf{A} , joka on jäykän kappaleen 3×3 transformaatiomatriisi.

tiomatriisi avaruudessa. Kuvassa 2.1.3 esiintyvät kulmat ϕ , θ ja ψ ovat nimeltään Eulerin kulmat. Eulerin kulmia käyttämällä kappaleen i rotaatio voidaan kuvata vektorilla θ^i . (2, s. 68) Transformaatiomatriisi voidaan muodostaa myös suorittamalla rotaatiot eri akselijärjestyksellä. Akseleiden kiertojärjestystä muuttamalla myös transformaatiomatriisin kuvaus muuttuu. (6, s. 14)

Kun transformaatiomatriisiin kuvaamiseen käytetään Eulerin kulmia, ongelmaksi muodostuu singulaarisuus. Singulaarisuus aiheuttaa ongelmia ainakin silloin, kun lasketaan kappaleen kulmanopeuksia avaruudessa. Eulerin kulmien yhteydessä singulaarisuus ilmenee siten, etteivät kierrot ole riippumattomia mikäli kulma θ^i saa arvon nolla tai π . Näillä kulman θ^i arvoilla kierrot ϕ^i ja ψ^i tapahtuvat saman akselin ympäri. Akselijärjestyksen muuttaminen kiertomatriisiin johtamisen yhteydessä ei poista tätä ongelmaa. (6, s. 14)

Paikka- ja orientaatiokoordinaatit muodostavat yhdessä yleistettyjen koordinaattien vektorin. Tämä vektori saa avaruustapauksessa muodon:

$$\mathbf{q} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \boldsymbol{\theta}]^T, \quad (2.2)$$

missä x_1 , x_2 ja x_3 ovat paikkakoordinaatit akseleiden \mathbf{X}_1 , \mathbf{X}_2 ja \mathbf{X}_3 suuntaan. Vektori $\boldsymbol{\theta}$ on orientaatiokoordinaattien vektori. (7, s. 41)

Transformaatiomatriisin \mathbf{A} transpoosin ja aikaderivaatan matriisitulosta $\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}}$ saadaan vinosymmetrinen matriisi. Tämän vinosymmetrisen matriisin termien avulla voidaan määrittää tutkittavan kappaleen kulmanopeusvektori. Kulmanopeusvektori saa muodon:

$$\bar{\boldsymbol{\omega}} = [\bar{\omega}_1 \quad \bar{\omega}_2 \quad \bar{\omega}_3]^T. \quad (2.3)$$

Liiketyöistä on syytä huomata, ettei kulmanopeusvektori $\bar{\boldsymbol{\omega}}$ ole orientaatiokoordinaattien $\boldsymbol{\theta}$ aikaderivaatta $\dot{\boldsymbol{\theta}}$. (7, s. 42)

Nopeus voidaan esittää käyttämällä yleistettyjä koordinaatteja. Tällöin kulmanopeusvektori tulee muuntaa orientaatiokoordinaattien aikaderivaatoiksi. Täten esitellään transformaatiomatriisi $\bar{\mathbf{G}}$, jolloin:

$$\bar{\boldsymbol{\omega}} = \bar{\mathbf{G}}\dot{\boldsymbol{\theta}}. \quad (2.4)$$

Kappaleen lokaalissa koordinaatistossa pätee transformaatiomatriisille $\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{A}^T \mathbf{G}$, missä \mathbf{G} on transformaatiomatriisi globaalissa koordinaatistossa. (7, s. 42)

Kun kulmanopeusvektori derivoidaan ajan suhteen, voidaan määrittää kulmakiihtyvyyksvektori:

$$\bar{\boldsymbol{\alpha}} = \dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}} = \dot{\bar{\mathbf{G}}}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \bar{\mathbf{G}}\ddot{\boldsymbol{\theta}}. \quad (2.5)$$

Kulmakiihtyvyyksvektori saa yhtälön 2.5 perusteella muodon $\bar{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{bmatrix} \dot{\bar{\omega}}_1 & \dot{\bar{\omega}}_2 & \dot{\bar{\omega}}_3 \end{bmatrix}^T$. (7, s. 43 - 44)

Jäykkään kappaleeseen i kuuluvan partikkelin P nopeus saadaan derivoimalla yhtälö 2.1 ajan suhteen. Sijoittamalla yhtälö 2.4 saatuun derivoituun yhtälöön saadaan:

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{R}} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{G}}\dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (2.6)$$

missä, matriisi $\tilde{\mathbf{u}}$ on vinosymmetrinen matriisimuoto partikkelin P sijainnille kappaleen i lokaalissa koordinaatistossa. Tämä vinosymmetrinen matriisi sisältää vektorin $\bar{\mathbf{u}}$ komponentit kappaleen lokaalissa koordinaatistossa. Kun yhtälö 2.6 jaetaan osiin yleistettyjen koordinaattien avulla, saadaan nopeusvektoriksi:

$$\dot{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}\tilde{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{G}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Kappaleen i pisteen P kiihtyvyys saadaan derivoimalla yhtälö 2.1 kahdesti ajan suhteen. Tästä saadaan:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{R}} - \mathbf{A}\ddot{\omega}\ddot{\mathbf{u}}\ddot{\mathbf{G}}\ddot{\theta} - \mathbf{A}\dot{\omega}\dot{\mathbf{u}}\dot{\mathbf{G}}\dot{\theta} - \mathbf{A}\ddot{\mathbf{u}}\ddot{\mathbf{G}}\ddot{\theta}. \quad (2.8)$$

Yhtälö 2.8 voidaan järjestellä uudestaan ja sijoittamalla siihen yhtälö 2.4 saadaan kiihtyvyydeksi:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}\ddot{\mathbf{u}}\ddot{\mathbf{G}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{A}\dot{\omega}\dot{\mathbf{u}}\dot{\mathbf{G}} - \mathbf{A}\ddot{\mathbf{u}}\dot{\mathbf{G}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Näin on määritetty jäykän kappaleen kulmanopeus, kulmakiihtyvyys, nopeus sekä kiihtyvyys kappalekoordinaatistossa. (2, s. 151 & 7, s. 43)

Monikappalejärjestelmän liikeyhtälöt perustuvat Newtonin toiseen liikelakiin sekä d'Alembertin virtuaalisen työn periaatteeseen. Newtonin toinen liikelaki on muotoa:

$$\mathbf{F}_a = \int_V \rho \ddot{\mathbf{r}} dV, \quad (2.10)$$

missä vektori \mathbf{F}_a on kappaleeseen vaikuttavien voimien vektori. (7, s. 44) Yhtälössä 2.10 ρ on kappaleen tiheys, V on kappaleen tilavuus ja vektori $\ddot{\mathbf{r}}$ kuvaa niiden partikkelien kiihtyvyyttä, jotka kuuluvat tutkittavaan kappaleeseen (6, s. 26). D'Alembertin virtuaalisen työn periaate on muotoa:

$$\delta W = \sum \left(\mathbf{F}_a^T - \int_V \rho \ddot{\mathbf{r}} dV \right) \delta \mathbf{r} = 0, \quad (2.11)$$

missä δW on virtuaalinen työ ja $\delta \mathbf{r}$ on virtuaalinen siirtymä. Yhtälössä 2.10 esitetty Newtonin klassisen mekaniikan lauseke määrittää vapaiden kappaleiden dynamiikan. D'Alembertin periaate ottaa huomioon myös rajoitteiden reaktivoimat. Yhtälöissä 2.10 ja 2.11 esiintyvä voimavektori \mathbf{F}_a esittää järjestelmän lisättyjä voimia karteesisessa koordinaatistossa. (7, s. 44) Soveltamalla D'Alembertin periaatetta voidaan inertiaivoimien tekemä virtuaalinen työ lausua muodossa:

$$\delta W_i = \mathbf{F}_i^T \delta \mathbf{r}, \quad (2.12)$$

missä F_i on inertiavoimien vektori, joka on esitetty karteesisessa koordinaatistossa. Inertiavoimien tekemä virtuaalinen työ voidaan kirjoittaa myös muodossa:

$$\delta W_i = \int_V \rho \dot{\mathbf{r}}^T dV \delta \mathbf{r}. \quad (2.13)$$

Ketjusäännön avulla voidaan virtuaalinen siirtymä yleistettyjen koordinaattien vektorin suhteen kirjoittaa muotoon:

$$\delta \mathbf{r} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}} \delta \mathbf{q} \quad (2.14)$$

ja sijoittamalla saatu yhtälö 2.14 yhtälöön 2.13 saadaan inertiavoimien tekemä virtuaalinen työ muotoon:

$$\delta W_i = \int_V \rho \dot{\mathbf{r}}^T \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial \mathbf{q}^i} dV \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}} \delta \mathbf{q}. \quad (2.15)$$

Yleistetyille inertiavoimille kiihtyvyys $\ddot{\mathbf{r}}$ yhtälössä 2.15 on esitetty yleistetyissä koordinaateissa \mathbf{q} . Täten yleistetyt inertiavoimat saavat muodon:

$$\mathbf{Q}_i^T = \int_V \rho \left(\begin{array}{l} \ddot{\mathbf{q}}^T \left[\begin{array}{c} \mathbf{I} \\ -\bar{\mathbf{G}}^T \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{A}^T \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{I} \\ -\mathbf{A} \tilde{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{G}} \end{array} \right] \\ + \left[\begin{array}{c} -\dot{\theta}^T \bar{\mathbf{G}}^T \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\omega}^T \mathbf{A}^T - \dot{\theta}^T \dot{\bar{\mathbf{G}}}^T \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{A}^T \\ \dot{\theta}^T \bar{\mathbf{G}}^T \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\omega}^T \tilde{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{G}} + \dot{\theta}^T \dot{\bar{\mathbf{G}}}^T \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{G}} \end{array} \right] \end{array} \right) dV, \quad (2.16)$$

missä \mathbf{Q}_i on yleistettyjen inertiavoimien vektori. Yhtälöstä 2.16 voidaan erottaa kaksi erillistä komponenttia, jolloin yhtälön käsittely on helpompaa. Nämä kaksi komponenttia ovat massamatriisi \mathbf{M} ja neliöllinen nopeusvektori \mathbf{Q}_v . Massamatriisi pitää sisällään myös inertiatensorin, jonka termit ovat tutkittavan kappaleen inertiamomentteja. Inertiatensoria merkitään yleensä matriisilla \mathbf{I}_{ij} , jonka alaindeksit i ja j merkitsevät koordinaattiakselien suuntia. Neliöllinen nopeusvektori pitää sisällään nopeuksien neliöistä riippuvat inertiavoimat. (6, s. 36 & 7, s. 44 - 45 & 4, s. 28)

Yleistetyt inertiaivoimat voidaan kirjoittaa muodossa:

$$\mathbf{Q}_i^T = \ddot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} - \mathbf{Q}_v^T. \quad (2.17)$$

Monikappalejärjestelmän liikeyhtälöt voidaan määrittää asettamalla ulkoisien voimien tekemä virtuaalinen työ yhtä suureksi kuin inertiaivoimien tekemä virtuaalinen työ. (7, s. 45). Tämä voidaan kirjoittaa myös nopeusvektorien avulla, jolloin se saa muodon:

$$\mathbf{Q}_i^T \delta \mathbf{q} = \mathbf{Q}_e^T \delta \mathbf{q}, \quad (2.18)$$

missä \mathbf{Q}_i on yleistettyjen inertiaivoimien vektori ja \mathbf{Q}_e on yleistettyjen ulkoisten voimien vektori. (6, s. 37 & 7, s. 45) Yhdistämällä inertiaivoimien ja ulkoisten voimien tekemä virtuaalinen työ aikaisemmin esiteltyihin inertiaivoimiin saadaan:

$$(\ddot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} - \mathbf{Q}_v^T - \mathbf{Q}_e^T) \delta \mathbf{q} = 0 \quad (2.19)$$

Yhtälön 2.19 ei huomioi erilaisista nivelistä syntyneitä kappaleiden välisiä voimia. Nämä rajoitevoimat toteutuminen voidaan huomioida käyttämällä joko lisäysmenettelyä (Augmented Formulation) tai sijoitusmenettelyä (Embedding Technique). (7, s. 46) Tässä työssä esitellään tarkemmin näistä menetelmistä ensimmäinen eli lisäysmenettely. Sijoitusmenettelyn toimintaperiaate esitellään lyhyesti.

2.1.2 Lisäys- ja sijoitusmenettely.

Lisäysmenettelyssä nivelvoimat lisätään liikeyhtälöjoukkoon Lagrangen kertoimien avulla (7, s. 46). Lagrangen kertoimia käytetään laajalti, kun halutaan huomioida rajoitteita erilaisissa epälineaarisisa optimointitehtävissä. Lagrangen kertoimia voidaan käyttää esimerkiksi Lagrangen mekaniikassa. Lagrangen mekaniikassa ei tarvitse poistaa niveliä mallista eikä kantaa huolta alusta asti todellisista reaktivoimista. Liikeyhtälöt saadaan kootusta järjestelmästä ja liitosehdoista eli rajoiteyhtälöistä. (8, s. 191) Tästä johtuen virtuaalisen työn yhtälö saa muodon, jossa virtuaalinen työ asetetaan nollassi. Eli inertiaivoimien, ulkoisten voimien ja rajoitevoimien virtuaalisten töiden erotus on nolla. Liikeyhtälö voidaan kirjoittaa nyt seuraavasti:

$$\begin{aligned} (\ddot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} - \mathcal{Q}_v^T - \mathcal{Q}_e^T - \mathcal{Q}_c^T) \delta \mathbf{q} &= 0 \\ \Rightarrow \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} - \mathcal{Q}_v - \mathcal{Q}_e - \mathcal{Q}_c &= 0, \end{aligned} \quad (2.20)$$

missä \mathcal{Q}_c on yleistettyjen rajoitevoimien vektori. Tämä vektori on muotoa:

$$\mathcal{Q}_c = \mathbf{C}_q^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (2.21)$$

missä \mathbf{C}_q on rajoitevektori, joka on derivoitu yleistettyjen koordinaattien \mathbf{q} suhteen. Matriisi \mathbf{C}_q on Jacobin matriisi. Vektori $\boldsymbol{\lambda}$ on Lagrangen kertoimien vektori. Näiden operaatioiden jälkeen virtuaalisen työn lause pitää yksiselitteisesti paikkansa. Tämä muotoilu lisää uuden muuttujaryhmän Lagrangen kertoimiin. Jotta yhtälöryhmä saadaan ratkaistua, lisätään siihen algebrallinen rajoiteyhtälöjoukko. Monikappalejärjestelmässä liikerajoitteet sekä nivelet rajoittavat toisiinsa kiinnitettyjen kappaleiden suhteellista liikettä. Tämän lisäyksen jälkeen liikeyhtälöt saadaan yhtälöryhmämuotoon:

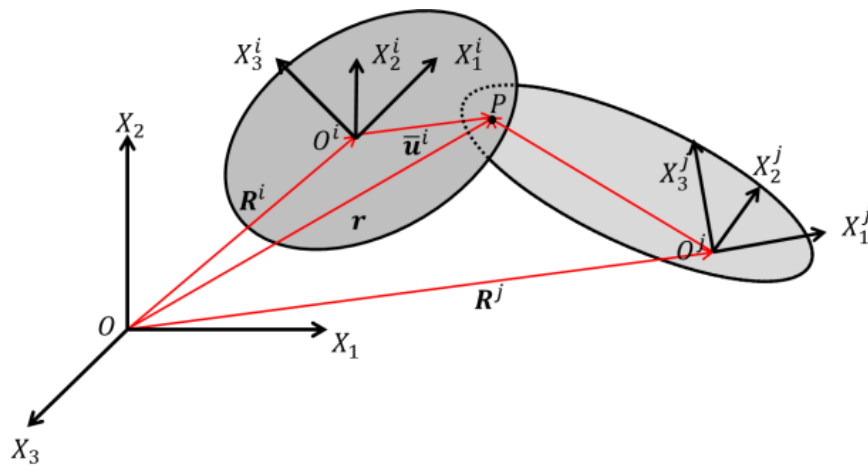
$$\begin{aligned} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} - \mathcal{Q}_v - \mathcal{Q}_e - \mathbf{C}_q^T \boldsymbol{\lambda} &= 0 \\ \mathbf{C} &= 0, \end{aligned} \quad (2.22)$$

missä vektori \mathbf{C} on rajoiteyhtälöiden vektori. (7, s. 46)

Liikerajoitteet määritellään rajoiteyhtälöillä, jotka on esitetty muodossa:

$$C = C(\mathbf{q}, t) = 0. \quad (2.23)$$

Rajoiteyhtälöt ovat lisäyhtälöitä jotka määrittävät esimerkiksi sen, että kaksi kappaletta sijaitsee globaalissa koordinaatistossa siten, että piste P on vakio kummankin kappaleen kappalekoordinaatistossa. (7, s. 46 - 47) Kuvassa 2.1.4 on esitetty kaksi kappaletta, jotka on liitetty toisiinsa pisteessä P sijaitsevan nivelen avulla. Kappaleet ovat kappale i ja kappale j .



Kuva 2.1.4: Kahden kappaleen välillä olevan pallonivelen määrittelmä käytettäessä lokaalia koordinaatistoa

Kuvan 2.1.4 tapauksessa rajoiteyhtälö määrittää pisteen P paikan globaalissa koordinaatistossa siten että pisteen P paikka on vakio kummankin kappaleen lokaalissa koordinaatistossa. Tästä johtuen vektorien $\bar{\mathbf{u}}_i$ ja $\bar{\mathbf{u}}_j$ pituudet pysyvät vakioina. (7, s. 47)

Virtuaalisen siirtymän periaate voidaan sisällyttää monikappalejärjestelmän rajoiteyhtälöihin. Täten virtuaalinen työ monikappalejärjestelmässä esitetään riippumattomien yleistettyjen koordinaattien avulla. Kun derivoidaan rajoiteyhtälö C yleistettyjen koordinaattien \mathbf{q} suhteen, saadaan tästä operaatiosta monikappalejärjestelmän Jacobin matriisi \mathbf{C}_q , joka on rajoiteyhtälöiden osittaisderivaatta yleistettyjen koordinaattien \mathbf{q} suhteen. Jacobin matriisi sisältää rajoitevektorin komponentit. Matriisin koko riippuu rajoiteyhtälöiden n_c lukumäärästä ja yleistettyjen koordinaattien lukumäärästä n . (7, s. 48)

Yhtälössä 2.22 esitetyt liikeyhtälöt ovat differentiaaialgebrallisia yhtälöryhmiä ja niitä on vaikea ratkaista yleisillä numeerisilla ratkaisijoilla yleisessä muodossa. Nämä algebralliset rajoiteyhtälöt voidaan muuntaa differentiaaliyhtälöiksi derivoimalla ne kahdesti ajan suhteen. Tällöin ne saavat seuraavat muodot:

$$\mathbf{C}_q \dot{\mathbf{q}} = -\mathbf{C}_t \quad (2.24)$$

ja

$$\mathbf{C}_q \ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{C}_{tt} - (\mathbf{C}_q \dot{\mathbf{q}})_q \dot{\mathbf{q}} - 2\mathbf{C}_{qt} \dot{\mathbf{q}}, \quad (2.25)$$

missä \mathbf{C}_t on ensimmäinen rajoiteyhtälöiden osittaisderivaatta ajan suhteen. \mathbf{C}_{tt} on toinen rajoiteyhtälöiden osittaisderivaatta ajan suhteen ja \mathbf{C}_{qt} on yleistettyjen koordinaattien ja ajan suhteen derivoitujen rajoiteyhtälöiden matriisi. Edellä esitetyn perusteella voidaan jäykistä kappaleista koostuvan järjestelmän liikeyhtälöt kirjoittaa matriisi muotoon seuraavasti:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{C}_q^T \\ \mathbf{C}_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_e - \mathbf{Q}_v \\ \mathbf{Q}_c \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

missä vektori $\boldsymbol{\lambda}$ pitää sisällään Lagrangen kertoimet. Lisäysmenettelyllä muodostetut liikeyhtälöryhmät ovat suuria, koska ne sisältävät kaikki yleistetyt koordinaatit ja liikerajoitteet. (7, s. 48 - 49 & 4, s. 30)

Sijoitusmenettelyssä yleistetyt koordinaatit jaetaan riippuviin ja riippumattomiin komponentteihin. Sijoitusmenettely poikkeaa lisäysmenettelystä rajoiteyhtälöiden käsittelyn osalta. Sijoitusmenettelyssä on tarkoitus pienentää rajoiteyhtälöihin kohdistuvaa virhetta. Tässä menetelmässä integroidaan ainoastaan riippumattomia koordinaatteja. Riippuvat koordinaatit ratkaistaan rajoiteyhtälöiden perusteella. Tällöin yhtälön 2.23 toteutuminen varmistetaan kaikilla aika-askelilla. Riippumattomien koordinaattien lukumäärä on sama kuin järjestelmän vapausasteiden lukumäärä ja riippuvien koordinaattien lukumäärä on sama kuin järjestelmän rajoiteyhtälöiden lukumäärä. Sijoitusmenettelyn heik-

koutena voidaan mainita se, että riippuvien koordinaattien sekä rajoitteiden kuvaukset ovat erittäin epälineaarisia. Lisäksi jotkin koordinaattivalinnat voivat aiheuttaa singulaariteetin, jolloin koordinaattien jaottelu on muutettava. Tällöin transformaatiomatriisit tulee muodostaa uudestaan ja ratkaisua jatkaa valituilla koordinaateilla. (4, s. 30 - 32)

2.1.3 Joustavia kappaleita sisältävät monikappalejärjestelmät

Joustavalla monikappaledynamiikalla tarkoitetaan suuria siirtymiä läpikäyvien rajoitettujen muotoaan muuttavien kappaleiden tietokonemallinnusta ja analysointia. Suuriin siirtymiin sisältyvät myös suuret kiertymät. Suuret siirtymät koostuvat jäykän kappaleen liikkeestä ja elastisista muodonmuutoksista. Dynaamisen kuormituksen aiheuttamia jännityksiä ei voida selvittää tehokkaasti jäykistä kappaleista koostuvissa monikappalejärjestelmissä, joten niiden selvittämiseksi kappale tulee mallintaa joustavana. (9, s. 1 & 10, s. 8)

Jäykän kappaleen tilanteessa kahden kappaleen sisäisen pisteen välimatka pysyy aina muuttumattomana. Joustavien kappaleiden tilanteessa näin ei ole, vaan kahden kappaleen sisäisen pisteen välimatka voi muuttua analyysin aikana. Näiden kahden pisteen liikkeestä johtuen pelkät jäykän kappaleen kappalekoordinaatit eivät riitä kuvaamaan joustavien kappaleiden kinematiikkaa. Todellisuudessa tarvitaan ääretön määrä koordinaatteja, jotta voidaan määrittää tarkasti jokaisen joustavan kappaleen pisteen sijainti. (2, s. 15)

Joustavista kappaleista koostuvan monikappalejärjestelmän jännityksen talteenottotekniikat voidaan jakaa kahteen pääryhmään. Yksi näistä on jännityksen tilaan perustuva tekniikka. Tässä tekniikassa kappaleen jännitystila määritellään jännitystilojen ja elastisten koordinaattien lineaarisen yhdistelmän avulla. Toiseen ryhmään kuuluvat elementtimenetelmän jälkikäsittelemenetelmät. Näissä menetelmissä tutkittavan rakenteen jännitykset ratkaistaan ensin elementtimenetelmän avulla. Tämän jälkeen monikappalejärjestelmän simulaatiosta saatuja tuloksia käytetään elementtimenetelmässä tarvittavan alkuehdon määrittämiseen. Kummallakin näistä menetelmistä on hyvät puolensa, mutta elementtimenetelmään perustuva menetelmä on yleisesti tarkempi. Laskennallisesti elementtimenetelmä on näistä kahdesta menetelmästä raskaampi. (10, s. 8)

Tässä työssä keskeisessä osassa oleva osarakennetekniikka kuuluu lähestymistapaan, jossa joustavia monikappalejärjestelmiä käsitellään elementtimenetelmän avulla. Elementtimenetelmä eroaa perinteisestä tavasta kuvata joustavia kappaleita osana monikappaledynamiikkaa. Elementtimenetelmässä kokonaisliikkeellä viitataan suoraan inertiaalikehykseen. Kokonaisliikkeellä tarkoitetaan tässä jäykän kappaleen liikettä sekä elastista muodonmuutosta. (5, s.1-2)

Kun käsitellään jäykkiä kappaleita, kappaleen lokaali koordinaatisto voidaan kiinnittää jäykän kappaleen pisteeseen varsin mielivaltaisesti. Tällä menettelyllä saadaan aikaiseksi yksilöllinen ja tarkka vertailupiste. Muotoaan muuttavien tai joustavien kappaleiden tilanteessa tarvitaan vertailupiste aivan kuten jäykkienkin kappaleiden kohdalla. Lokaaleista muodonmuutoksista sekä kappaleen inertian muutoksista johtuen ei kappaleen lokaalin koordinaatiston liittäminen joustavaan kappaleeseen ole enää yhtä yksinkertaista kuin jäykkään kappaleeseen. (11, s. 2)

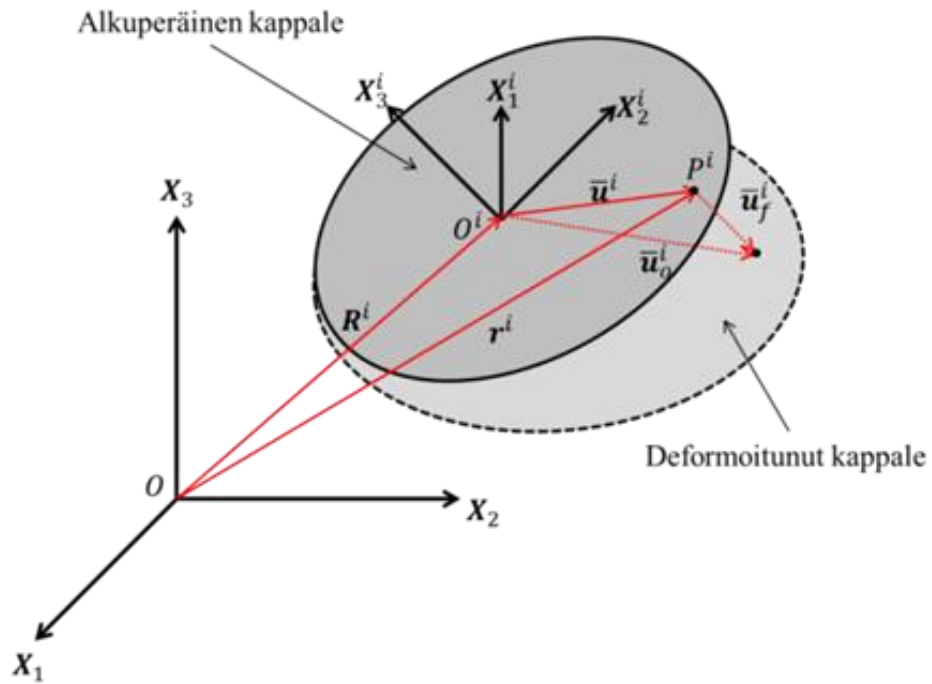
Kun joustavia kappaleita käytetään osana järjestelmää ja tälle järjestelmälle tehdään dynaaminen analyysi, tarvitaan suuri määrä liikeyhtälöitä kuvaamaan joustavien kappaleiden liikettä. Kun kinemaattiset rajoitteet lisätään järjestelmän yhtälöihin, jäykän kappaleen kokonaisliikkeeseen yhdistetään pieni elastinen muodonmuutos. Osarakennetekniikassa järjestelmän rakenneosat syntetisoidaan yksittäisten komponenttien muodoista. Rakenneanalyysissä tämä tapahtuu solmukohtien transformaation avulla. Tässä tapauksessa transformaatiomatriisi koostuu yhdestä tai useammasta vektorista, joilla on samat dimensiot kuin solmuavaruudellakin. Nämä vektorit kuvaavat muodonmuutoksen muodon, mistä rakenteen oikea muodonmuutosmuoto voidaan ratkaista superponoinnilla. Tämä muotojen superponointi tekniikka on siirtynyt rakenneanalyysistä joustavista kappaleista koostuvien järjestelmien analysointiin. Tähän joukkoon kuuluu luonnollisesti myös monikappalejärjestelmät. Yksi tärkeimmistä sovelluskohteista, kun puhutaan joustavista kappaleista koostuvien mekanismien analysoinnista, ovat ominaismuodot. (11, s. 3, s. 51) Osarakennetekniikka esitellään tarkemmin luvussa 2.3.

Kun kappaleen joustavuus huomioidaan, tulee kappaleessa sijaitsevan pisteen paikan kinemaattista kuvausta laajentaa. Jäykän kappaleen tilanteeseen verrattuna pisteen paikavektori tarvitsee lisätermin, kun käsitellään joustavia kappaleita. Tämä lisätermi edus-

taa kappaleen muodonmuutosta. Lisätermi saadaan, kun jaetaan aikaisemmin jäykän kappaleen yhteydessä esitelty paikkavektori $\bar{\mathbf{u}}^i$ osiin. Tästä saatava vektori $\bar{\mathbf{u}}_o^i$ kuvaa deformatumattoman pisteen paikkaa ja vektori $\bar{\mathbf{u}}_f^i$ kuvaa vastaavasti pisteen siirtymää sen alkuperäisestä sijainnista. Tämä siirtymä johtuu kappaleen elastisesta muodonmuutoksesta. Kun käsitellään joustavia kappaleita yhtälö 2.1 saa muodon:

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i(\bar{\mathbf{u}}_o^i + \bar{\mathbf{u}}_f^i). \quad (2.27)$$

Kuvassa 2.1.5 on esitetty yhtälön 2.27 mukainen tilanne. (12, s. 37)



Kuva 2.1.5. Piste P paikka joustavassa kappaleessa lokaalin ja globaalin koordinaattiston suhteen

Joustavista kappaleista muodostuvalle monikappalejärjestelmälle voidaan johtaa liikeyhtälö. Virtuaalinen työ voidaan lisätä elastisiin voimiin ja ulkoisiin voimiin. Näiden lisäksi virtuaalinen työ vaikuttaa myös sisäisissä voimissa. Joustavan kappaleen liikeyhtälö saa muodon:

$$\mathbf{M}_f \ddot{\mathbf{q}}_f + \mathbf{K} \mathbf{q}_f + \mathbf{C}_{fq}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}_{fe} - \mathbf{Q}_{fv}, \quad (2.28)$$

missä \mathbf{M}_f on joustavan kappaleen massamatriisi, \mathbf{q}_f on joustavan kappaleen yleistetyt koordinaatit ja \mathbf{C}_{fq}^T on joustavan kappaleen rajoitteiden Jacobin matriisi. Vektori \mathbf{Q}_{fv} on joustavan kappaleen neliöllinen nopeusvektori ja \mathbf{Q}_{fe} on joustavan kappaleen yleistettyjen voimien vektori. (12, s. 40)

Elementtimenetelmän liikeyhtälön diskretointi joustaville monikappalejärjestelmille tapahtuu Lagrangen periaatteen kautta. Joustavan monikappalejärjestelmän formulointi elementtimenetelmän avulla vaatii, että siihen sisällytetään ne termit, jotka edustavat kappaleen kokonaisliikettä. Hajautetun joustavuuden menetelmässä jokaisella solmulla on kuusi vapausastetta. Tästä johtuen syntyy suuri epälineaaristen liikeyhtälöiden ryhmä. Näiden epälineaarisuuksien takia yleisiä rakenneanalyysin numeerisia integrointialgoritmeja ei voida käyttää näiden ongelmien ratkaisemiseen. Nämä voimakkaasti epälineaaristen järjestelmät aiheuttavat sen, että rakenteen tarkka jäykkyysmatriisi tulee ratkaista uudelleen jokaisella aika-askeleella, koska jäykkyysmatriisi muuttuu kappaleen muodonmuutoksen mukana. Sopivan aika-askeleen valinta on erittäin tärkeää, koska oikealla aika-askeleella numeerinen laskenta pysyy stabiilina. (13)

Sitä, kuinka joustavia kappaleita sisältäviä monikappalejärjestelmiä käsitellään matemaattisesti, ei käydä tarkemmin läpi. Syötinosan simuloinnissa käytetään kaupallisia ohjelmistoja monikappalejärjestelmän simulaation luomiseen, jolloin simulaatiossa käytettävän matemaattinen malli muodostetaan käytettävällä simulointiohjelmistolla. Monikappaledynamiikan osuus esitellään, jotta lukija saisi peruskäsityksen siitä, millaista matematiikkaa tässä työssä mallinnettujen simulaatiomallien ratkaisemiseksi tarvitaan.

2.2 Elementtimenetelmä

Kun käytetään osarakennetekniikkaa järjestelmän dynaamiseen analysointiin, tarvitaan elementtimenetelmää. Tässä luvussa on käsitelty elementtimenetelmän historiaa sekä toimintaperiaatteita.

Elementtimenetelmää käytetään nykyään laajasti eri alojen teknisissä analyyseissä. Elementtimenetelmää voidaan hyödyntää rakenneanalyysissa ja lämmönsiirrossa sekä

virtaustekniikassa. Elementtimenetelmään perustuva rakenteiden lujuusanalyysin historia ulottuu aina 1950-luvun alkupuolelle, jolloin sitä sovellettiin lentokoneellisuudessa. Elementtimenetelmä termi otettiin ensimmäisen kerran käyttöön noin vuonna 1960. Vuonna 1960 pyrittiin jakamaan sauvarakenteet pienempiin tarkasteltaviin osiin eli elementteihin. Tätä sauvarakenteen jakamista pienempiin osiin laajennettiin myös muihin rakenteisiin. Elementtimenetelmän yleistymistä tehosti myös samaan aikaan tapahtunut tietokoneiden kehittyminen. Tietokoneet mahdollistivat elementtimenetelmän laskutoimituksien toteuttamisen. Juuri tietokoneiden yleistyminen lisäsi elementtimenetelmän käyttöä käytännön teknisissä ongelmissa. (14, s. 13 & 15, s. 1)

Elementtimenetelmän erityispiirre on se, että siinä tarkasteltava ala jaetaan yksinkertaisiin alialoihin eli elementteihin. Elementiksi kelpaa mikä tahansa geometrinen muoto, joka voidaan ratkaista tai approksimoida suoraan. Elementiksi kelpaa myös sellainen geometrinen muoto, joka tarjoaa tiettyjen alialojen pisteiden ratkaisujen väliset tarvittavat yhteydet. Näitä elementtien välisiä pisteitä kutsutaan solmuiksi. Elementtimenetelmässä valitaan tuntematonta suuretta kuvaamaan sopivat likimääräisfunktiot. Yksi likimääräisfunktio kuvaa ratkaisua vain tiettyjen määrättyjen elementtien alueella. Elementtimenetelmässä approksimaatio valitaan siten, että funktioiden kertoimet, jotka ovat aluksi tuntemattomia, ovat samalla tutkittavan suuren arvoja elementtien tietyissä pisteissä. Näitä elementtien pisteitä kutsutaan solmupisteiksi. Koska elementtimenetelmässä tuntemattomille parametreille löytyy fysikaaliset vastineet, on sen avulla helppo käsitellä reunaehtoja ja epäsäännöllisiä alueita. Heikkoutena elementtimenetelmässä on se, että siinä päädytään yleensä suuriin yhtälöryhmiin. (14, s. 13 - 14 & 16, s. 5)

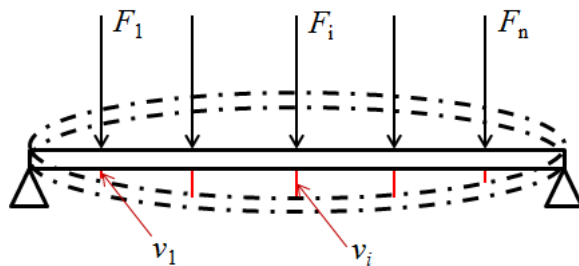
Elementtimenetelmän peruskäsitteitä voidaan selvittää kuvassa 2.2.1 esitettyjen järjestelmien avulla (14, s. 15). Kuvassa 2.2.1a on esitetty yksinkertainen jousi. Kuvassa 2.2.1b on esitetty vastaavasti pistevoimalla kuormitettu palkkirakenne.



Kuva 2.2.1. Ulkoisen voiman aiheuttama siirtymä a) jousessa b) palkkirakenteessa

Yleisesti rakenteita tutkittaessa halutaan tietää, mikä on rakenteeseen vaikuttavan voiman ja siitä syntyvän siirtymän keskinäinen riippuvuus. Mikäli rakenne käyttäytyy lineaarisesti, voidaan sille kirjoittaa jousiyhtälö. Jousiyhtälö sisältää jousivakion k , joka ilmaisee jousen jäykkyyden. Toisin sanoen jousivakio ilmaisee, kuinka voimakkaasti jousi pyrkii palautumaan tasapainoasemaansa. Jousiyhtälö voidaan kirjoittaa myös käänteisenä siten, että ratkaistaan jousen venymä. (14, s. 15)

Kuvan 2.2.1 esimerkeissä systeemin käyttäytyminen voitiin kuvata yhdellä siirtymällä. Siirtymän tarkastelupiste oli sama kuin voiman vaikutuspiste. Kuvassa 2.2.1 esitetyt systeemit ovat yhden vapausasteen tapauksia (14, s. 15 - 16). Kuvassa 2.2.2 esitetyn palkin siirtymän v_i kuvaamiseen tarvitaan useampi yhtälö. Kuvassa 2.2.2 esitetty tapaus on siis useamman vapausasteen tapaus.



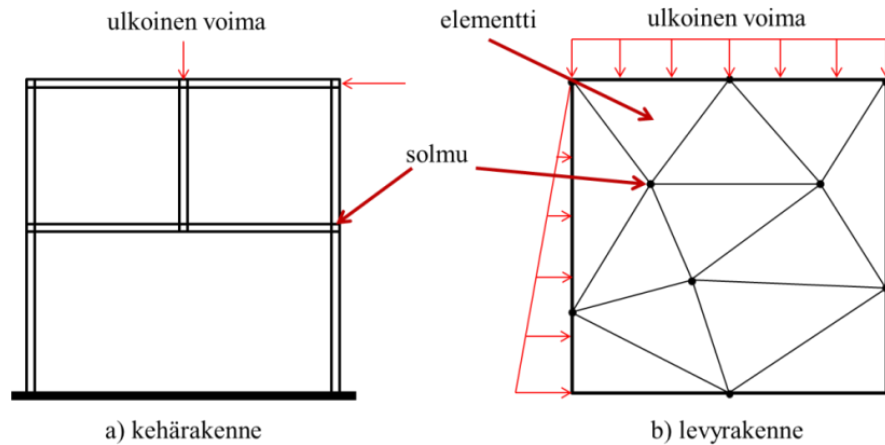
Kuva 2.2.2. Usean vapausasteen palkkirakenne

Jokainen kuvassa 2.2.2 esiintyvä voima F_j aiheuttaa tietynsuuruisen ja -suuntaisen siirtymän pisteessä i . Siirtymät sekä voimat voidaan koota vektoreiksi. Kappaleelle voidaan määrittää sen ominaisuuksien perusteella joustomatriisi, jolloin siirtymävektori saadaan kertomalla joustomatriisi sekä voimavektori keskenään. Vastaavasti, mikäli siirtymävektori tunnetaan, voidaan voimavektori ratkaista kertomalla siirtymävektori kappaleen jäykkyydematriisilla. Näiden kahden yhteyden perusteella huomataan, että joustomatriisin ja jäykkyydematriisin matriisi tulo on yksikkömatriisi. Täten jousto- ja jäykkyydematriisit ovat toistensa käänteismatriiseja. On syytä huomata, että jälkimmäinen yhteys pätee vain tilanteessa, jossa rakenne on täysin tuettu. Jäykän kappaleen liike on siis estetty. Systeemille ei voida muodostaa joustomatriisia, mikäli jäykän kappaleen liike on mahdollinen. Vastaavasti rakenteelle voidaan aina muodostaa jäykkyydematriisi. Mikäli rakenteen jäykän kappaleen liike on mahdollinen, on jäykkyydematriisi singulaarinen, eli

sillä ei ole käänteismatriisia. Jousto- sekä jäykkyyismatriisit ovat symmetrisiä eli niiden transponointi ei muuta niiden rivien tai sarakkeiden paikkaa. (14, s. 17)

Kuvassa 2.2.2 kuvattu palkkirakenne on jatkuva systeemi. Palkin jokaisella pisteellä on oma siirtymänsä. Tästä seuraa se, että palkilla on periaatteessa ääretön määrä vapausasteita. On syytä kuitenkin huomata, että palkin käyttäytymistä voidaan tutkia riittäväällä tarkkuudella, vaikka käytössä olisi äärellinen määrä vapausasteita. Nämä vapausasteet liittyvät tiettyihin määrättyihin pisteisiin. Toimenpidettä, jossa jatkuva systeemi korvataan pistejoukolla, kutsutaan diskretoinniksi. Diskretoinnilla on elementtimenetelmässä keskeinen merkitys. Diskretointia varten tutkittava systeemi jaetaan äärellisiin osaluoksiin, joita kutsutaan elementeiksi. Elementtien oletetaan liittyvän toisiinsa tietyissä pisteissä. Nämä liityntäpisteet ovat nimeltään solmupisteitä ja niitä nimitetään usein lyhyesti solmuiksi. Solmut muodostavat elementtiverkon. Solmupisteiden siirtymät ovat yleensä elementtimenetelmällä ratkaistavan tehtävän tuntemattomia. Elementteihin jakoa kutsutaan yleisesti verkotukseksi, koska siinä luodaan tutkittavalle rakenteelle elementtiverkko. (14, s.19 - 20)

Sauva- sekä kehärakenteissa elementteihin jako on yleensä yksiselitteinen prosessi. Elementtijako voidaan tehdä esimerkiksi kuvan 2.2.3 a-kohdan mukaisesti. Elementtien liittyminen toisiinsa pistemäisesti vastaa yleisiä rakenteen käyttäytymistä koskevia oletuksia. Tilanne muuttuu monimutkaisemmaksi 2- ja 3-ulotteisissa rakenteissa. Näissä rakenteissa elementit ovat kuviteltuja ja elementtijako suoritetaan usein hyvinkin mieltävaltaisesti. Tällainen tilanne on esitetty kuvan 2.2.3 b-kohdassa, jossa on kuvattu levyrakenteen elementtijako. (14, s. 20)



Kuva 2.2.3. Elementtiverkko erilaisilla rakenteilla

Sauvarakenteissa ei yleensä synny elementtimenetelmää käytettäessä virhettä vaan tulokset vastaavat yleensä todellisuutta, jolloin saatu tulos on tarkka. Sen sijaan 2- ja 3-ulotteisissa tilanteissa tulos on lähes poikkeuksetta likimääräinen. Virhe syntyy elementtien liittymisestä toisiinsa. Esimerkiksi kehiikorakenteessa elementtien kiinnityspisteet voidaan määrittellä samoihin pisteisiin, joissa sauvat kiinnittyvät toisiinsa tutkitavassa rakenteessa. Esimerkiksi 3-ulotteisessa tilanteessa elementtien kiinnityskohtia ei yleensä voida määrittää näin tarkasti. (14, s. 20)

Elementtimenetelmän hyödyntämisessä tutkittaessa joustavista kappaleista koostuvia monikappalejärjestelmiä on seuraavia hyötyjä. Hitausvoimien esittäminen on yksinkertaista. Elastiset vaikutukset sisältyvät suoraan malliin. Jokaisen joustavan kappaleen jäykkyysominaisuudet voidaan kuvata tarkasti. Näihin jäykkyysominaisuuksiin kuuluu myös geometrisen jäykistymisen vaikutukset. Mekaanisen järjestelmän topologia sisältyy implisiittisesti elementtiverkkoon. (5, s. 2-3)

Elementtimenetelmää käytetään tässä työssä syötinosaan rungon joustavuuden kuvaamiseen. Elementtimenetelmän avulla luodaan rungolle elementtiverkko. Elementtimenetelmän avulla ratkaistaan rungon vapaan värähtelyn ominaistajuudet ja niitä vastaavat ominaismuodot, joita käytetään osarakennetekniikassa rungon joustavuuden kuvaamiseen. Ominaistaajuudet ovat niitä järjestelmän taajuuden arvoja, joilla järjestelmä resonoi herätteen kanssa. Jokaista ominaistaajuutta vastaa ominaismuoto, joka vaihtelee ominaistaajuuden mukaan. Rakenteella ei voi olla useampaa samaa ominaismuotoa eri

ominaistajuuksilla. (17, s. 8) Ominaisuotojen käyttö ja ratkaiseminen esitellään osarakennetekniikan yhteydessä.

2.3 Osarakennetekniikka

Tässä työssä tutkitaan monikappalejärjestelmää, joka koostuu sekä jäykistä kappaleista että joustavana mallinnettavista kappaleista. Monikappalejärjestelmille tyypilliseen tapaan nämä kappaleet voivat läpikäydä suuria siirtymiä ja kiertymiä. Jäykkien ja joustavien kappaleiden väliset rajoitteet, jotka yleensä johtuvat kappaleiden välisistä nivelistä, voidaan esittää epälineaaristen algebrallisten rajoiteyhtälöjoukkojen avulla, jotka riippuvat järjestelmän yleisistä koordinaateista ja mahdollisesti ajasta. Tämän rajoiteyhtälöiden joukon tulee toteutua simuloinnin jokaisella aika-askeleella asema-, nopeus- ja kiihtyvyytasolla. Se, että rajoiteyhtälöiden joukko toteutuu jokaisella aika-askeleella, riippuu monesta eri tekijästä. Näihin tekijöihin kuuluu oletettu siirtymäkenttä sekä joustavana kuvatus kappaleen valitut normaalimuodot. (18) Seuraavaksi käydään läpi syötinosan simuloinnissa käytettyä menetelmää, jossa monikappalejärjestelmään kuuluva joustava kappale kuvataan elementtimenetelmän ja ominaisuotojen avulla. Tästä menetelmästä käytetään nimitystä osarakennetekniikka (Component Mode Synthesis, CMS).

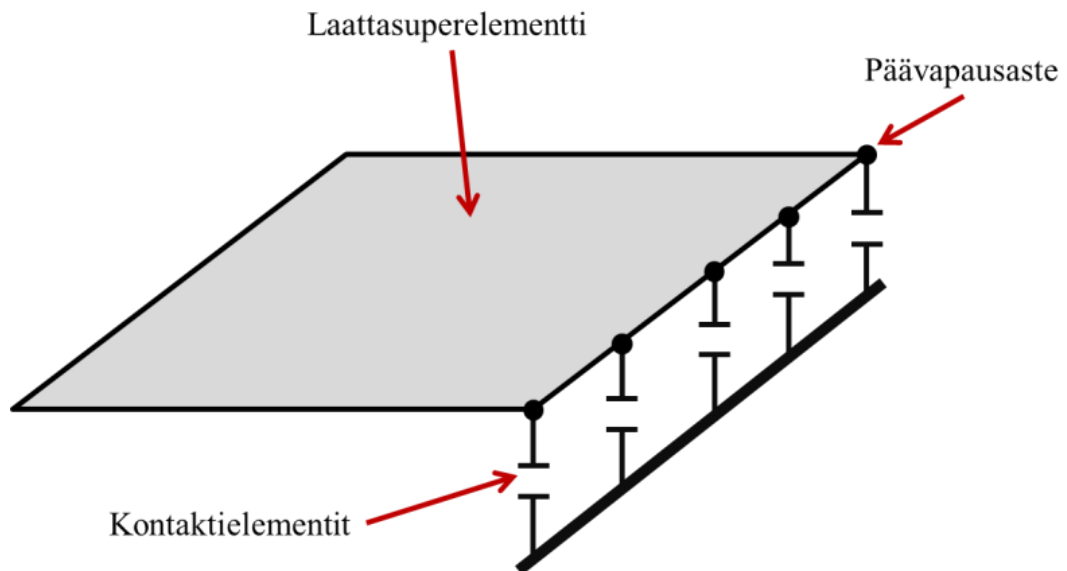
Tutkittaessa joustavia kappaleita sisältävän järjestelmän dynamiikkaa, joudutaan usein ratkaisemaan tuhansia aika-askeleita. Nämä tuhannet aika-askeleet yhdistettynä järjestelmään, jolla on useita vapausasteita aiheuttaa sen, että tällaisen monikappalejärjestelmän analysointi vie paljon aikaa sekä laskentatehoa. Tarvittavaa laskentatehoa voidaan pienentää hyödyntämällä osarakennetekniikkaa. Puhtaasti elementtimenetelmään perustuvat järjestelmän dynaamiset analyysit ovat laskennallisesti tehottomia ja raskaita. Tämä tehottomuus johtuu järjestelmän suuresta vapausasteiden määrästä. Osarakennetekniikka on yksi tehokkaimmista tavoista keventää laskentaa. Osarakennetekniikassa hyödynnetään elementtimenetelmään siten, että elementtimenetelmällä luodusta mallista ratkaistaan ominaisuodot ominaisuotoanalyysin avulla. Ominaisuotoanalyysin jälkeen tutkittavan rakenteen muotomatriisi sisältää edelleen yhtä paljon vapausasteita, kuin alkuperäinen elementtimalli. Mallia voidaan keventää poistamalla joitain ratkaistuista ominaisuodoista. Muotojen poistaminen vähentää tarvittavaa laskentatehoa,

mutta samalla se heikentää saatavien tulosten tarkkuutta. Sille, mitä muotoja voidaan poistaa, ei ole olemassa tarkkaa sääntöä. Yksi tapa muotojen valinnalle on suorittaa testisimulaatio ja valita ne muodot, jotka kuvaavat suurinta muodonmuutosenergian osuutta. Osarakennetekniikasta saatava hyöty on aina tapauskohtainen. Osarakennetekniikan avulla voidaan korvata joustavan kappaleen tuhannet vapausasteet kymmenillä vapausasteilla, jotka kuvaavat järjestelmän dynaamista vastetta. Täten joustavista kappaleista koostuvan monikappaljärjestelmän analyysiin tarvittava aika sekä vaadittu laskentateho voi pienentyä. (10, s. 19 & 19)

Analysoitaessa rakennetta, johon vaikuttaa voimia, tulee selvittää voimista järjestelmälle syntyvät siirtymät sekä sisäiset jännitykset. Yksi ratkaisu näihin ongelmiin on ajatella tutkittava järjestelmä kokoonpanoksi, joka muodostuu useammasta diskreetistä rakenneosasta. Täten saadaan aikaiseksi ryhmä yhtälöitä, jotka voidaan ratkaista matriisilaskennan keinoin. Jotta voidaan ratkaista tarkasteltavan rakenteen tarkat siirtymät ja jännitykset, tulee tutkittava rakenne jakaa useaan rakenneosaan. Tästä syystä tutkittavista matriiseista voi tulla erittäin isoja. Suurten matriisien hallitseminen ja monimutkaisen rakenteen ratkaiseminen yhtenä kokonaisuena rakenteena vaatii yleensä paljon laskentatehoa. Tästä syystä on perusteltua jakaa yksi suuri rakenne useampaan pienempään rakenteeseen, jotka voidaan ratkaista erikseen. Näitä rakenteita nimitetään yleensä alirakenteiksi. Lopuksi nämä erikseen ratkaistut alirakenteet yhdistetään jälleen yhdeksi täydeksi malliksi. (20)

Suuria järjestelmiä ratkaistaessa osarakennetekniikka tarjoaa useita hyödyllisiä ominaisuuksia. Mikäli kiinnityskohdan nivelet eivät muutu eli vapausasteet pysyvät muuttumattomina, vaikka järjestelmän osan muotoa muutettaisiinkin, voidaan järjestelmää analysoida ja muotoilla erikseen. Toisin sanoen sama analyysi toimii, vaikka järjestelmään kuuluvan kappaleen muotoa olisikin muutettu, mikäli kiinnityskohdan vapausasteet pysyvät samoina. Tämä on erittäin hyödyllistä tuotesuunnittelun näkökulmasta. Rakenne voidaan jakaa alirakenteisiin siten, että esimerkiksi eri osastot suunnittelevat ja muotoilevat jokaisen alirakenteen itsenäisesti. Kun kiinnityspisteet pidetään samoina, voidaan käyttää aina samaa osarakenneanalyysia, vaikka rakenteen geometria muilta osin muuttuisikin. Eräs tämän menetelmän eduista on aikataulukus. Eli useat eri työryhmät voivat analysoida samaa rakennetta yhtä aikaa. (15, s. 876 & 21, s. 359 - 360)

Osarakennetekniikka on alirakennetekniikan sovellutus. Alirakennetekniikka nimitystä käytetään silloin, kun tutkitaan staattista tilannetta ja osarakennetekniikka nimitystä silloin, kun kyseessä on dynaaminen analyysi. Alirakennetekniikalla tarkoitetaan tekniikkaa, jossa joukko elementtimenetelmän elementtejä tiivistetään yhdeksi elementiksi, jota kutsutaan superelementiksi. Tiivistys tapahtuu siten, että määritellään päävapausasteiden ryhmä. Näitä päävapausasteita käytetään superelementin ja muiden elementtien välisten vuorovaikutusten määrittämiseen. Lisäksi päävapausasteita käytetään dynaamisten ominaisuuksien talteen ottamiseen, kun tutkittavalle järjestelmälle suoritetaan dynaaminen analyysi. Super-elementti on esitetty kuvassa 2.3.1. Alirakennetekniikkaan perustustuvat menetelmät pohjautuvat siihen oletukseen, että jokaisen kappaleen joustavat vaikutukset ovat lineaarisia lokaalissa materiaalikoordinaatistossa. Jokainen järjestelmän osa kuvataan tämän jälkeen superelementillä. Superelementti sallii kyseisen osan liittymisen viereisiin osiin. Superelementti pitää sisällään myös osan sisäiset muototiedot. Superelementti sisältää ominaisjäykkyyssmatriisin ja ominaismassamatriisin. (19 & 5, s. 1)



Kuva 2.3.1. Esimerkki superelementistä ja sen liittymisestä ympäröivään rakenteeseen

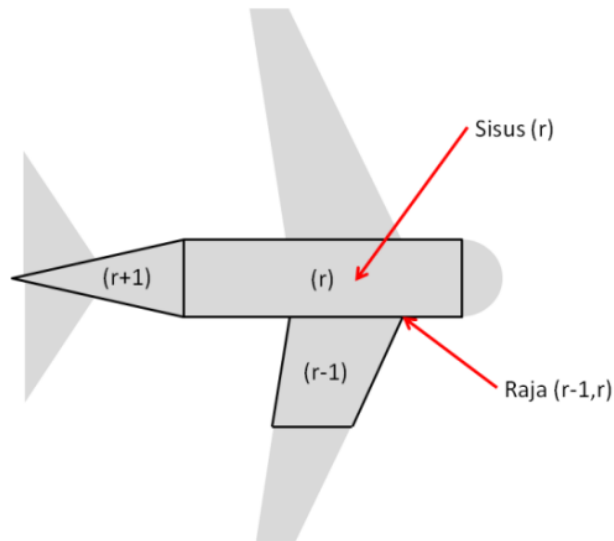
Monikappaledynamiikan sovelluksissa pääasiallinen epälineaarisuuden lähde ovat monikappalejärjestelmään kuuluvien kappaleiden väliset suuret kiertymät. Monessa tapauksessa kappaleiden sisäisten muodonmuutoksen vaikutukset ovat niin pieniä, että voidaan olettaa kappaleen joustavan käyttäytymisen pysyvän lineaarisena lokaalissa koor-

dinaatistossa. Tästä johtuen voidaan sanoa, että kaikki järjestelmän epälineaarisuudet keskittyvät pääasiassa sen niveliin. Tämä seikka mahdollistaa alirakennemenetelmien kuten osarakennetekniikan käytön, kun mallinnetaan monimutkaisia joustavan mekaniikan osia. (5, s. 185)

2.3.1 Osarakenneanalyysin vaiheet

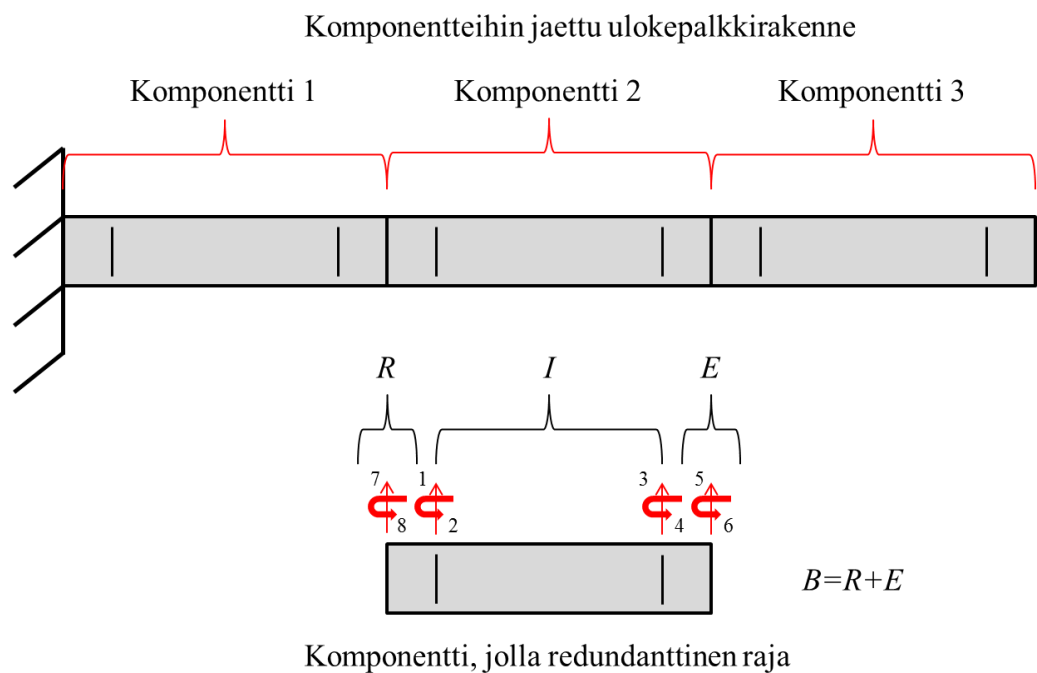
Kun tutkittavan rakenteen malli on valmis ja sen osakomponenttien mahdolliset alustavat analyysit on suoritettu, siirrytään täyden rakenteen analysointiin. Tässä vaiheessa otetaan käyttöön osarakennetekniikka, mikäli sitä hyödynnetään analyysissa. Osarakennetekniikka sisältää kolme perusaskelta. Ensimmäiseksi rakenne jaetaan komponentteihin. Seuraavaksi määritellään komponenttimuodot. Viimeisessä vaiheessa kytketään saadut komponenttimuotojen mallit yhteen, jotta saadaan muodostettua alemman kertaluvun järjestelmämalli. Osarakennetekniikalla on kolme pääasiallista käyttökohdetta. Ensimmäisenä näistä käyttökohteista voidaan mainita alemman kertaluvun mallien liittäminen yhteen monimutkaisempien rakenteiden muodostamiseksi. Toinen käyttökohde on elementtimenetelmän mallien tai komponenttien testaaminen. Kolmas käyttökohde on dynaamisen laskennan toteutus erittäin suurille elementtimenetelmämallille. (15, s. 876 & 21)

Kuvassa 2.3.2 on alirakenteisiin jaettu lentokoneen malli. Lentokoneen matkustamo on tässä tapauksessa ajateltu alirakenteeksi (r) ja sen reunoilla sijaitsevat alirakenteet ($r-1$) sekä ($r+1$). Jokainen järjestelmän alirakenne on kiinnitetty yhteen tai useampaan toiseen alirakenteeseen. Analyysia varten pitää alirakenne (r) eristää muista siihen liittyvistä alirakenteista, kun reunojen vapausasteet ovat täysin rajoitetut. Tätä samaa tilannetta on kuvattu kuvassa 2.3.3 esitettyssä komponentteihin jaetussa palkkirakenteessa. (20)



Kuva 2.3.2. Lentokoneen periaatemalli jaettuna alirakenteisiin, joilla on yhteiset rajat

Kuvassa 2.3.2 esitettyä tilannetta on havainnollistettu lisää kuvassa 2.3.3 esitettyssä komponentteihin jaetussa ulokepalkkirakenteessa.



Kuva 2.3.3. Komponentteihin jaettu ulokepalkkirakenne ja komponentti, jolla redundanttinen raja

Yleisin alirakenteen tyyppi on komponentti, joka on liitetty yhteen tai useampaan vierekkäiseen komponenttiin tai redundanttiseen rajapintaan. Kuvassa 2.2.3 on esitetty yk-

sinkertainen ulokepalkkirakenne, joka on jaettu kolmeen komponenttiin. Komponenteista keskimmáisellä komponentilla on redundanttiset rajakoordinaatit. (22)

Kuten kuvasta 2.2.3 huomataan, koordinaattiryhmät on nimetty koordinaattiryhmiin I , R , E ja B . I tarkoittaa tässä tapauksessa sisäisiä koordinaatteja toisin sanoen koordinaatteja, joita ei ole jaettu vierekkäisten komponenttien kanssa. R tarkoittaa jäykän kappaleen koordinaatteja. E tarkoittaa ylimääräisiä koordinaatteja; toisin sanoen redundanttisia rajakoordinaatteja. B tarkoittaa rajakoordinaatteja eli koordinaatteja, jotka on jaettu viereisten komponenttien kanssa. Koordinaattien lukumäärää näissä koordinaattiryhmissä kuvataan tunnuksilla N_i, N_r, N_e ja N_b . Vastaavasti $N_b = N_r + N_e$ ja $N = N_i + N_b$. Muuttuja N on kokonaiskoordinaattien lukumäärä. (22)

Vaimentamattoman komponentin c liikeyhtälö voidaan kirjoittaa muodossa:

$$\mathbf{M}^c \ddot{\mathbf{u}}^c + \mathbf{K}^c \mathbf{u}^c = \mathbf{f}^c = \mathbf{f}_{ex}^c + \mathbf{r}_{intb}^c, \quad (2.29)$$

missä c on tarkasteltavan komponentin nimi ja \mathbf{M}^c , \mathbf{K}^c ja \mathbf{u}^c ovat komponentin c massamatriisi, jäykkyyismatriisi sekä siirtymävektori. Voimavektori \mathbf{f}^c sisältää sekä ulkoisesti vaikuttavat voimat \mathbf{f}_{ex}^c , että ne komponenttiin vaikuttavat voimat, jotka syntyvät sen kiinnittyessä viereisiin komponentteihin rajavapausasteissa \mathbf{r}_{intb}^c . (22 & 23, s. 533)

Osarakennetekniikassa komponentin fyysiset siirtymäkoordinaatit \mathbf{u} sisältyvät komponentin yleistettyihin koordinaatteihin \mathbf{q} Rayleigh-Ritz koordinaatti muunnoksessa, joka on muotoa

$$\mathbf{u}^c = \boldsymbol{\Psi}^c \mathbf{q}^c. \quad (2.30)$$

Yhtälössä 2.30 esiintyvä $\boldsymbol{\Psi}^c$ kuvaa komponentin muotomatriisia. Komponenttimuotomatriisi on koordinaattitransformaatiomatriisi valituille komponenttimuodoille. Komponenttimuotomatriisi sisältää jäykän kappaleen muodot, vapaan värähtelyn muodot eli toisin sanoen ominaisvektorit, rajoitemuodot ja kiinnitysmuodot. Edellä esitelty yhtälö 2.30 muodostaa yleistetyissä koordinaateissa esitetyn liikeyhtälön kanssa (yhtälö 2.29)

komponenttimuotomallin (component modal model). Yhtälöistä 2.29 ja 2.30 saadaan komponentin liikeyhtälöksi yleistetyissä koordinaateissa:

$$\bar{\mathbf{M}}^c \ddot{\mathbf{q}}^c + \bar{\mathbf{K}}^c \mathbf{q}^c = \bar{\mathbf{f}}^c, \quad (2.31)$$

missä

$$\bar{\mathbf{M}}^c = \boldsymbol{\Psi}^{cT} \mathbf{M}^c \boldsymbol{\Psi}^c, \quad \bar{\mathbf{K}}^c = \boldsymbol{\Psi}^{cT} \mathbf{K}^c \boldsymbol{\Psi}^c, \quad \bar{\mathbf{f}}^c = \boldsymbol{\Psi}^{cT} \mathbf{f}^c. \quad (2.32)$$

Derivoitaessa komponenttimuotoja on käytännöllistä jakaa yhtälö 2.29 osiin. Kun otetaan lisäksi huomioon jäykän kappaleen koordinaatit ja redundanttiset rajakoordinaatit, saadaan:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ii} & \mathbf{M}_{ie} & \mathbf{M}_{ir} \\ \mathbf{M}_{ei} & \mathbf{M}_{ee} & \mathbf{M}_{er} \\ \mathbf{M}_{ri} & \mathbf{M}_{re} & \mathbf{M}_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_i \\ \ddot{\mathbf{u}}_e \\ \ddot{\mathbf{u}}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ie} & \mathbf{K}_{ir} \\ \mathbf{K}_{ei} & \mathbf{K}_{ee} & \mathbf{K}_{er} \\ \mathbf{K}_{ri} & \mathbf{K}_{re} & \mathbf{K}_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_e \\ \mathbf{u}_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{f}_e \\ \mathbf{f}_r \end{Bmatrix}, \quad (2.33)$$

missä alaindeksit kuvaavat koordinaattiryhmiä. (22)

Seuraavaksi käydään lyhyesti läpi millaisia komponentin normaalimuotoja komponentin muotomatriisi voi pitää sisällään. Myöhemmin käydään läpi yksi tapa liittää alirakenteita toisiinsa ja lisäksi esitellään Craig-Bampton menetelmä, jota hyödynnetään myös syötinosan simuloinnissa.

Komponentin normaalimuodot ovat normaalivektoreita. Ne voidaan luokitella komponentin liitännän reunaehtoien mukaan. Luokittelutyyppejä ovat kiinnitetyn rajapinnan normaalimuodot (fixed-interface normal modes), kiinnittämättömän rajapinnan normaalimuodot (free-interface normal modes), yhdistelmärajapinnan normaalimuodot (hybrid-interface normal modes) ja kuormitusrajapinnan normaalimuodot (loaded-interface normal modes). (22)

Osarakennetekniikassa käytetään nykyään pääasiassa kahta erilaista tekniikkaa. Toinen tekniikoista on nimeltään kiinnitetyn rajapinnan tekniikka ja toinen kiinnittämättömän

rajapinnan tekniikka. Kiinnitetyn rajapinnan tekniikka hyödyntää nimensä mukaisesti kiinnitetyn rajapinnan normaalimuotoja sekä rajoitemuotoja. Vastaavasti kiinnittämättömän rajapinnan tekniikka hyödyntää kiinnittymättömän rajapinnan normaalimuotoja ja kiinnitysmuotoja. (23, s. 557)

Tutkittavan kappaleen tai komponentin normaalimuodot perustuvat ominaisarvoihin ja ominaismuotovektoreihin. Määritellään matriisit \mathbf{H} ja \mathbf{E} , jotka ovat kooltaan n kertaa n neliömatriiseja. Ominaisarvo-ongelmassa ratkaistaan arvoja skalaarille λ , kun matriisiyhtälö saa muodon:

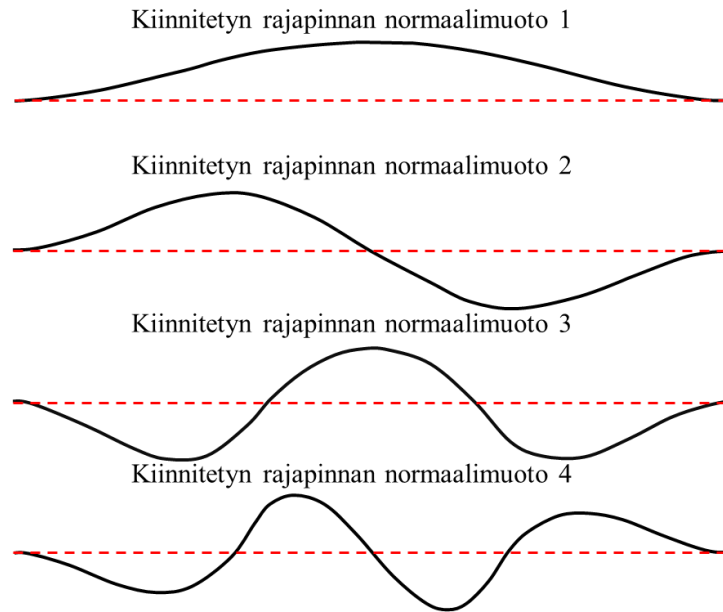
$$(\mathbf{H} - \lambda\mathbf{E})\mathbf{x} = \{0\}. \quad (2.34)$$

Tässä tapauksessa halutaan tutkia muutkin ratkaisut kuin pelkkä triviaaliratkaisu $\mathbf{x} = \{0\}$. Yhtälön 2.34 ratkaisemiseksi on enintään n kappaletta nollasta poikkeavaa juurta λ_i , jotka eivät kaikki välttämättä ole toisistaan poikkeavia. Näitä juuria λ_i kutsutaan ominaisvektoreiksi eli normaalimuodoiksi. Yhtälössä 2.34 esitettyä yhtälöä kutsutaan yleistetyksi ominaisarvo-ongelmaksi tai lyhyemmin pelkästään ominaisarvo-ongelmaksi. Mikäli matriisi \mathbf{E} on yksikkömatriisi \mathbf{I} , silloin yhtälöä 2.34 voidaan nimittää standardiksi ominaisarvo-ongelmaksi. Tällöin vastaavat λ_i ovat matriisin \mathbf{H} normaalimuotoja. (21, s. 675)

Komponentin kiinnitetyn rajapinnan normaalimuodot saadaan estämällä kaikki rajoitevapausteet ja ratkaisemalla niille ominainen ominaisarvo-ongelma kuten yhtälössä 2.34. Kiinnitetyn rajapinnan tapauksessa ominaisarvo-ongelma on muotoa:

$$[\mathbf{K}_{ii} - \omega_j^2 \mathbf{M}_{ii}] \{\boldsymbol{\varphi}_i\}_j = 0, \text{ kun } j = 1, 2, \dots, N_i. \quad (2.35)$$

Kaikki koordinaattiryhmän N_i kiinnitetyn rajapinnan normaalimuodot voidaan koota kiinnitetyn rajapinnan normaalimuotojen muotomatriisiksi $\boldsymbol{\varphi}_i$. Kuvassa 2.3.4 on esitetty neljä N_i ryhmän kiinnitetyn rajapinnan normaalimuotoja päistään vapaasta kahdeksan vapausasteen palkista, joka on esitetty kuvassa 2.3.3 kohdassa b. (22)

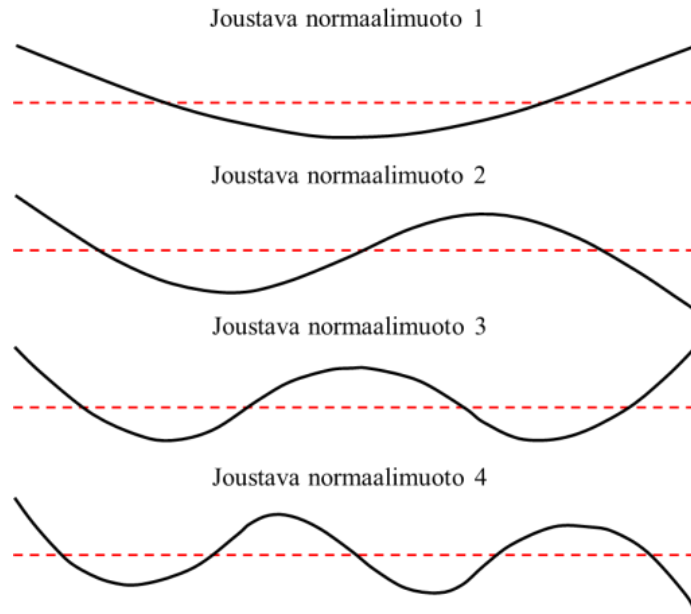


Kuva 2.3.4. Päistään vapaasti tuetun palkin kiinnitetyn rajapinnan normaalimuotoja

Toinen osarakennetekniikassa käytettävä komponenttinormaalimuotojen tyyppi on kiinnittämättömän rajapinnan normaalimuodot. Nämä normaalimuodot saadaan pitämällä komponentti vapaana ja ratkaisemalla seuraava ominaisarvo-ongelma:

$$[\mathbf{K} - \omega_j^2 \mathbf{M}]\{\boldsymbol{\varphi}\}_j = 0, \text{ kun } j = 1, 2, \dots, (N_f = N - N_r). \quad (2.36)$$

Joukon N_f joustavat kiinnittämättömän rajapinnan normaalimuodot voidaan koota kiinnittämättömän rajapinnan muotomatriisiksi $\boldsymbol{\varphi}_f$. Kuvassa 2.3.5 on esitetty ensimmäiset neljä kuudesta kahdeksan vapausasteen palkkikomponentin joustavasta muodosta. Palkkikomponentti on vapaa kummastakin päästä. (22)



Kuva 2.3.5. Kummastakin päästään vapaan palkin joustavat normaalimuodot kiinnittämättömän rajapinnan tapauksessa

Rajoitemuoto on määritelty rakenteen staattiseksi muodonmuutokseksi silloin, kun siirtymä tapahtuu yhdessä määrättyssä rajoitekoordinaatiston C koordinaatissa. Samalla tämän koordinaattijoukon C kaikkien muiden koordinaattien siirtymät on estetty ja rakenteen loppuihin vapausasteisiin ei vaikuta voimia. Reunakoordinaattien yksikkösiirtymään perustuva rajapinnan rajoitemuotojen joukko (interface constraint modes) on hyödyllinen osarakennetekniikan joukko. Hyödyllisyys perustuu siihen, että sisäisten komponenttien yhteensopivuus on helppo toteuttaa näitä rajoitemuotoja käytettäessä. Rajoitemuotomatriisia merkitään usein matriisilla ψ_c . Rajoitemuodot ovat jäykkyyssor-togonaalisia kaikille kiinnitetyn rajapinnan normaalimuodoille. (22)

Jäykän kappaleen muodot ajatellaan usein normaalimuodoiksi. Todellisuudessa ne ovat kuitenkin rajoitemuotojen erikoistapauksia. Ne voidaan määrittää minkä tahansa N_r koordinaattiryhmän suhteen, kunhan valittu ryhmä pystyy estämään jäykän kappaleen liikkeen komponentissa. Jäykän kappaleen muodot kootaan muotomatriisiin ψ_r . Jäykän kappaleen muotojen muotomatriisi sisältää joustavuusmatriisin. Tämä joustavuusmatriisi on määritelty sille komponentille, jonka liike estetään R koordinaateissa, mutta ei missään muualla. Vastaavasti redundanttisen rajapinnan rajoitemuodot rajoitekoordinaattiryhmän E yksikkösiirtymille voidaan määrittää silloin, kun koordinaattiryhmä R

on jäykästi kiinnitetty. Nämä kiinnitysmuodot voidaan koota muotomatriisiin Ψ_e . Sekä rajoitemuotomatriisiin Ψ_c sisältämä rajoitemuotoryhmä tai yhdistetty rajoitemuotoryhmä $[\Psi_r, \Psi_e]$ laajentavat alirakenteen staattisen vasteen rajapinnan kuormitukseen ja mahdollistavat mielivaltaiset rajapinnan siirtymät. Rajapinta siirtymää seuraa aina alirakenteen sisäinen siirtymä. Sisäistä joustavuutta voidaan lisätä, kun komponenttimuotomatriisiin Ψ sisällytetään kiinnitetyn rajapinnan normaalimuodot tai muut kiinnitetyn rajapinnan oletetut muodot. (22)

Liitântämuoto määritellään kuten komponentin siirtymävektori, kun koordinaattiryhmän A yhteen koordinaattiin vaikuttaa yksi yksikkövoima. Muuttujalla A tarkoitetaan liitântäkoordinaatistoryhmää. Toisin sanoen liitântämuodot ovat tapauskohtaisen joustavuusmatriisin sarakkeita. Liitântämuodot on kehittänyt R. M. Bamford. Liitântämuodot ovat saaneet nimensä niiden hyödyllisyydestä kuvattaessa rakenteen muodonmuutoksia, siinä tapauksessa, kun ulkoinen voima vaikuttaa rakenteeseen siihen pisteeseen, mihin liitântämuodon yksikkövoima on liitetty. Eräs liitântämuotojen käyttöön liittyvä ongelma on se, että useilla komponenteilla on yhdestä kuuteen jäykän kappaleen vapausastetta. Täten on mahdotonta liittää tarvittavia yksikkövoimia vapaaseen komponenttiin, jotta voitaisiin laskea liitântämuodot. Yksi tapa ratkaista tämä ongelma on, valita joukko rajalla sijaitsevia jäykän kappaleen vapausastekoordinaatteja koordinaattiryhmästä R . Tämän jälkeen lukitaan nämä valitut vapausasteet ja muodostetaan ulokepalkin liitântämuodot. Ulokepalkin liitântämuodot saadaan muodostettua lisäämällä yksikkövoimat redundanttisiin rajakoordinaatteihin, jolloin $A = E$. Liitântämuodot ovat yhtälössä joustavuusmatriisin laajennetut oikeapuoleisten sarakkeiden muodot, kun $A = E$. Näiden tietojen avulla voidaan muodostaa liitântämuotojen muotomatriisi Ψ_a . (22)

Inertiavapautus sekä jäännösjoustaavuus ovat olennaisia ilmiötä, kun kiinnittämättömän rajapinnan muotojen avulla kuvataan vapaan komponentin joustavaa käyttäytymistä (22).

Kun komponentilla on jäykän kappaleen vapausaste, on suositeltavaa hyödyntää inertian vapautus liitântämuotoja. Inertian vapautus viittaa prosessiin, jossa komponenttiin lisätään tasapainotettu voimajärjestelmä. Tämä voimajärjestelmä sisältää alkuperäisen

voimavektorin tasapainotettuna jäykän kappaleen d'Alembertin voimavektorilla $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_r$, missä \mathbf{u}_r on vektorista alkuperäisestä voimavektorista johtuva jäykän kappaleen liike. Liiketyhtälöstä 2.29 voidaan siirtymävektori erottaa jäykän ja joustavan kappaleen siirtymiin. Matemaattisten operaatioiden ja ortogonaalisuuden perusteella saadaan aikaiseksi tasapainottuva voimavektori (self-equilibrated force vector). Tämän voimavektorin avulla saadaan määritelty inertian vapautus projisointimatriisi (inertia-relief projection matrix). Tämän projisointimatriisin vahvuus on siinä, että kun mikä tahansa voimavektori kerrotaan sillä, on syntyvä voimasysteemi itse tasapainottuva. (22)

Inertian vapautusmuodot ovat staattisen muodonmuutoksen muotoja, jotka on määritelty lisäämällä yksikkövoimia kaikkiin rajapintakoordinaatteihin ($A = B$), eli soveltamalla N_r joukon voimavektoreiden matriisia. Inertian vapautus kiinnitysmuodot (inertia-relief attachment modes) voidaan koota matriisiin Ψ_b . Tämä matriisi sisältää elastisen joustavuusmatriisin (elastic flexibility matrix). Elastisen joustavuusmatriisin sarakkeet ovat massaortogonaalisia jäykän kappaleen muodoille Ψ_r , jolloin elastinen joustavuusmatriisi ulottuu samaan aliavaruuteen kuin kiinnittämättömän rajapinnan joustavat muodot. (23, s. 541-542)

Täydellinen komponentin normaalimuotojen joukko Φ_n ja vastaava ominisarvojoukko Λ_{nn} saavat alaviitteen n riippumatta siitä, ovatko ne kiinnitetyn rajapinnan N_i muotoja, kummastakin päästä vapaan N_f kappaleen joustavia muotoja tai jotain muita komponentin normaalimuotoja. (22)

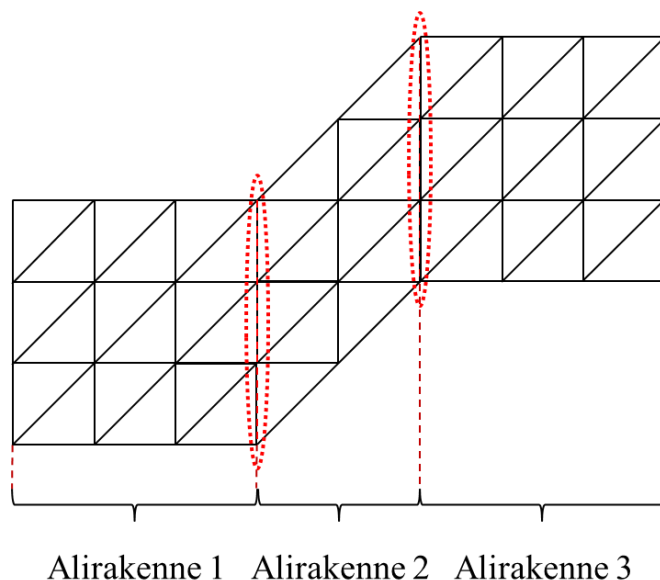
Koska mallin yksinkertaistaminen on yksi osarakennetekniikan pääasiallisista tavoitteista, normaalimuotojoukko yksinkertaistetaan pienemmäksi säilytettävien normaalimuotojen (kept normal modes) joukoksi. Tätä säilytettyjen normaalimuotojen joukkoa merkitään muuttujalla Φ_k , missä $\Phi_n = [\Phi_k \quad \Phi_d]$. Jäykän kappaleen muotoja ei sisällytetä normaalimuotojoukkoihin Φ_n , Φ_k ja Φ_d . Poistetut normaalimuodot (deleted normal modes) Φ_d ovat kaikki ne muodot, jotka ovat erikseen määritetyn taajuusrajan yläpuolella. Joustavuusmatriisin osa, johon on sisällytetty poistetut normaalimuodot Φ_d on

nimeltään jäännösjoustavuusmatriisi. Jäännösjoustavuusmatriisi sisältää kokonaisjoustavuusmatriisin. Jäännösjoustavuusmatriisi on aina singulaarinen. Singulaarisuus johtuu poistetuista muodoista. (23, s. 545)

Jäännösjoustavuuden kiinnitysmuodot (residual-flexibility attachment modes) voidaan määrittää voimilla, jotka vaikuttavat rajapinnan koordinaatteihin kun $A = B$. Nämä jäännösjoustavuuden kiinnitysmuodot voidaan koota muotomatriisiin ψ_d . Matriisi ψ_d sisältää jäännösjoustavuusmatriisin sarakkeet, jotka liittyvät rajan vapausasteisiin. (22, s. 545) Kun ψ_d sisällytetään komponentin muotojoukkoon, saadaan aikaiseksi täydellinen esitys komponentin staattisesta poikkeamasta, joka johtuu rajapinnan vapausasteisiin kohdistuvista voimista. (22).

2.3.2 Alirakenteen kiinnitysmenetelmät

Mikäli tutkittava järjestelmä koostuu useammasta alirakenteesta, tulee nämä alirakenteet kiinnittää toisiinsa. Kiinnitysmenetelmiä on olemassa useita. Kuvassa 2.3.4 on esitetty kolme toisiinsa kiinnittyvää alirakennetta.



Kuva 2.3.5. Kolme alirakennetta ja näiden alirakenteiden väliset liitännät

Tässä kappaleessa esitellään tarkemmin yksi yleistetyistä alirakenteen kiinnitysmenetelmistä. Tätä esiteltävää kiinnitysmenetelmää sovelletaan komponenttien kiinnittämiseen sen jälkeen, kun koordinaattitransformaatio komponentin yleistettyihin koordinaatteihin on jo tehty. Tämä menetelmä hyödyntää Lagrangen kertoimia osien välisten siirtymien yhteensopivuusyhtälöiden toteuttamiseen. Myöhemmin esiteltävä Craig-Bampton menetelmässä käytetään tätä kiinnitysmenetelmää, kun kootaan alemman kerätaluvun järjestelmän massa- ja jäykkyyismatriiseja. (23, s. 549)

Tässä järjestelmän kokoamisprosessi käytetään apuna yleistettyjä koordinaatteja \mathbf{q} . Oteetaan esimerkijärjestelmäksi järjestelmä, joka on jaettu kahteen komponenttiin. Näillä komponenteilla on yhteinen rajapinta. Komponentit nimetään α ja β komponenteiksi. Rajapinnan fyysiset siirtymät on rajoitettu siirtymien yhteensopivuusyhtälöllä, joka on muotoa:

$$\mathbf{u}_b^\alpha = \mathbf{u}_b^\beta. \quad (2.37)$$

Reagoivien rajapintavoimien yhteys on seuraavanlainen:

$$\hat{\mathbf{f}}_b^\alpha + \hat{\mathbf{f}}_b^\beta = 0. \quad (2.38)$$

Reagoiviin rajapintavoimiin ei kuulu rajapintaan kohdistuvat ulkoiset voimat. (22)

Rajoiteyhtälö kuten 2.37 tai jokin muu rajoiteyhtälö, jota on tarkoitus käyttää, voidaan kirjoittaa yleistettyjen koordinaattien \mathbf{q} avulla. Rajoiteyhtälöt voidaan esittää matriisimuodossa:

$$\mathbf{C}\mathbf{q} = 0, \quad (2.39)$$

missä \mathbf{C} on rajoitematriisi. (22 & 23, s.554)

Yhtälöt 2.30 ja 2.37 voidaan yhdistää. Tästä yhdistelmästä saadaan rajoiteyhtälö:

$$\left[\begin{array}{c} \boldsymbol{\Psi}_b^\alpha \\ -\boldsymbol{\Psi}_b^\beta \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{q}^\alpha \\ \mathbf{q}^\beta \end{array} \right\} = 0. \quad (2.40)$$

Järjestelmän liikeyhtälön yhdistäminen perustuu Lagrangen liikeyhtälöön. Lagrangen yhtälö kahden yhdistetyn komponentin järjestelmälle on seuraava:

$$L = E_k - E_p + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{C} \mathbf{q}, \quad (2.41)$$

missä esiintyvä muuttuja E_k on järjestelmän liike-energia ja E_p on järjestelmän potentiaalienergia. Muuttujien E_k ja E_p tarkemmat yhtälöt ovat seuraavat:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{\alpha T} \bar{\mathbf{M}}^\alpha \dot{\mathbf{q}}^\alpha + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{\beta T} \bar{\mathbf{M}}^\beta \dot{\mathbf{q}}^\beta = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{q}} \\ E_p &= \frac{1}{2} \mathbf{q}^{\alpha T} \bar{\mathbf{K}}^\alpha \mathbf{q}^\alpha + \frac{1}{2} \mathbf{q}^{\beta T} \bar{\mathbf{K}}^\beta \mathbf{q}^\beta = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \bar{\mathbf{K}} \mathbf{q}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

missä matriisit $\bar{\mathbf{M}}$, $\bar{\mathbf{K}}$ sekä vektori \mathbf{q} saavat muodon:

$$\bar{\mathbf{M}} \equiv \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}}^\alpha & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{M}}^\beta \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{K}} \equiv \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}^\alpha & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{K}}^\beta \end{bmatrix}, \mathbf{q} \equiv \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^\alpha \\ \mathbf{q}^\beta \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

Koska toisiinsa yhdistyneiden rajavoimien nettotyö kytketyssä järjestelmässä on nolla, saadaan järjestelmän virtuaaliseksi työksi:

$$\delta W = \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{f} + \mathbf{r}_{intb}) = \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f} = \delta \mathbf{q}^T \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{f} = \delta \mathbf{q}^T \bar{\mathbf{f}}, \quad (2.44)$$

missä muunnettu ulkoisten voimien vektori saa muodon:

$$\bar{\mathbf{f}} \equiv \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}^\alpha \\ \bar{\mathbf{f}}^\beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\Psi}^{\alpha T} \mathbf{f}^\alpha \\ \boldsymbol{\Psi}^{\beta T} \mathbf{f}^\beta \end{Bmatrix}. \quad (2.45)$$

Järjestelmän liikeyhtälöt saadaan Lagrangen yhtälön avulla. Käytettävä Lagrangen yhtälö on muotoa:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{p}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial p_j} = \bar{f}_j, \quad j = 1, 2, \dots, N_\alpha + N_\beta, \quad (2.46)$$

missä muuttuja p_j viittaa j :nteen yhdistetyn siirtymävektorin elementtiin. Vastaavasti \bar{f}_j viittaa vastaavaan ulkoiseen voimaan. Kuten yhtälössä 2.38 vaaditaan, keskenään reaktiiviset rajapintavoimat kumoutuvat eivätkä esiinny yhtälön 2.45 oikealla puolella. Yhtälössä 2.46 esiintyvät $(N_\alpha + N_\beta)$ yhtälöt voidaan esittää matriisimuodossa seuraavasti:

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{q} = \bar{\mathbf{f}} + \mathbf{C}^T\boldsymbol{\lambda}. \quad (2.47)$$

Yhtälössä 2.39 esitetystä rajoiteyhtälöstä johtuen \mathbf{q} koordinaatit eivät ole lineaarisesti riippumattomia. Käytännössä kaikki alirakenteen kytkentämenetelmät ratkaisevat useamman yhtälön yhdistetyn sarjan. Tähän sarjaan kuuluvat yhtälöt 2.39 ja 2.47. Tämän perusteella saatava muodon lineaarinen transformaatio voidaan esittää seuraavasti:

$$\mathbf{q} = \mathbf{S}\mathbf{q}_i, \quad (2.48)$$

missä \mathbf{q}_i on järjestelmän riippumattomien yleistettyjen koordinaattien vektori ja \mathbf{S} on liitännästransformaatiomatriisi. (22)

Vektori \mathbf{q} voidaan tarvittaessa järjestellä uudelleen ja jaotella ryhmän N_C riippuvaisiksi koordinaateiksi \mathbf{q}_D ja ryhmän $(N_\alpha + N_\beta - N_C)$ lineaarisesti riippumattomiin koordinaatteihin \mathbf{q}_I . Täten yhtälö 2.39 voidaan jaotella seuraavasti:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{DD} & \mathbf{C}_{DI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_D \\ \mathbf{q}_I \end{Bmatrix} = 0, \quad (2.49)$$

missä \mathbf{C}_{DD} on ei-singulaarinen neliömatriisi. Täten muuttujien \mathbf{S} ja \mathbf{q}_i määritelmä on muotoa:

$$\mathbf{q} \equiv \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_D \\ \mathbf{q}_I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_{DD}^{-1}\mathbf{C}_{DI} \\ \mathbf{I}_{II} \end{bmatrix} \mathbf{q}_I = \mathbf{S}\mathbf{q}_i. \quad (2.50)$$

Riippumattoman järjestelmän yleistettyjen koordinaattien vektori on $\mathbf{q}_i \equiv \mathbf{q}_I$. Liitäntätransformaatiomatriisi \mathbf{S} on muotoa:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_{DD}^{-1} \mathbf{C}_{DI} \\ \mathbf{I}_I \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Lisätään yhtälö 2.48 yhtälöön 2.47 ja kerrotaan saatu yhtälö matriisilla \mathbf{S}^T , jolloin saadaan:

$$\mathbf{M}_q \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{K}_q \mathbf{q}_i = \mathbf{f}_q + \mathbf{S}^T \mathbf{C}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (2.52)$$

mistä voidaan määrittellä erikseen \mathbf{M}_q , \mathbf{K}_q ja \mathbf{f}_q . Nämä ovat muotoa:

$$\mathbf{M}_q = \mathbf{S}^T \overline{\mathbf{M}} \mathbf{S}, \quad \mathbf{K}_q = \mathbf{S}^T \overline{\mathbf{K}} \mathbf{S} \quad \text{ja} \quad \mathbf{f}_q = \mathbf{S}^T \bar{\mathbf{f}}. \quad (2.53)$$

Tarkasteltaessa yhtälöitä 2.49 ja 2.50 huomataan, että $\mathbf{C}\mathbf{S} = 0$. Täten yhtälössä 2.47 esitetty järjestelmän liikeyhtälö saa muodon:

$$\mathbf{M}_q \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{K}_q \mathbf{q}_i = \mathbf{f}_q. \quad (2.54)$$

Yhtälö 2.53 määrittää matriisit \mathbf{M}_q , \mathbf{K}_q ja vektorin \mathbf{f}_q matriisioperaatioiden avulla. Järjestelmämatriisit sekä voimavektori voidaan yleensä koota alirakenteen matriiseista, käyttämässä suoran jäykkyyden (direct stiffness) kokoamisperiaatetta. (22)

Yhtälöt 2.39 - 2.54 esittävät ensimmäisen tason alirakennetekniikkaa. Pohjimmiltaan samaa menetelmää voidaan kuitenkin käyttää myös tilanteissa, joissa rakenne on jaettu useamman eri tason alirakenteisiin. (22)

2.4 Kiinnitetyn rajapinnan menetelmä

Ensimmäisen varteenotettavan elementtimenetelmään perustuvan osarakennetekniikan kehitti W. C. Hurty vuonna 1965. Tämä menetelmä perustuu rajoitemuotoihin sekä

kiinnitetyn rajapinnan muotoihin. R. R. Craig Jr. ja M. C. C. Bampton kehittivät Hurtyin esittelemää tekniikkaa pidemmälle yksinkertaistamalla sitä. Tässä yksinkertaistetussa menetelmässä kaikkia rajapinnanvapausasteita käsiteltiin kerralla. Eli rajapinnanvapausasteita ei tarvitse eritellä jäykän kappaleen vapausasteisiin ja redundanttisiin rajapinnan vapausasteisiin. Craigin ja Bamptonin menetelmä on laajasti levinnyt menetelmä, sillä se on erittäin tarkka, sitä on helppo käyttää ja se hyödyntää tietokoneen laskennallisia resursseja tehokkaasti niitä tuhlaamatta. (23, s. 557)

2.4.1 Kiinnitetyn rajapinnan siirtymätransformaatio

Craig-Bampton menetelmä hyödyntää siirtymätransformaatiossa kiinnitetyn rajapinnan normaalimuotojen sekä rajapinnan rajoitemuotojen yhdistelmää. Tämä yhdistelmä saa muodon:

$$\mathbf{u}^c \equiv \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_b \end{Bmatrix}^c = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{ik} & \boldsymbol{\Psi}_{ib} \\ 0 & \mathbf{I}_{bb} \end{bmatrix}^c \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_k \\ \mathbf{q}_b \end{Bmatrix}^c. \quad (2.55)$$

Tästä voidaan erottaa Craig-Bampton transformaatiomatriisi (C-B Transformation Matrix), joka on muotoa:

$$\boldsymbol{\Psi}_{CB}^c = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{ik} & \boldsymbol{\Psi}_{ib} \\ 0 & \mathbf{I}_{bb} \end{bmatrix}^c, \quad (2.56)$$

missä esiintyvät muuttuja $\boldsymbol{\Phi}_{ik}$ on kiinnitetyn rajapinnan muotomatriisin sisäpuolinen osa.

Vastaavasti muuttuja $\boldsymbol{\Psi}_{ib}$ on rajoitemuotomatriisin sisäpuolinen osa. (21 & 22, s. 557)

Normalisoiduilla kiinnitetyn rajapinnan normaalimuodoilla saadaan yhtälössä 2.32 esitetyt redusoitu massamatriisi sekä jäykkymatriisi seuraavaan muotoon:

$$\bar{\mathbf{M}}_{CB}^c = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{kk} & \bar{\mathbf{M}}_{kb} \\ \bar{\mathbf{M}}_{bk} & \bar{\mathbf{M}}_{bb} \end{bmatrix}^c, \quad \bar{\mathbf{K}}_{CB}^c = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{kk} & 0_{kb} \\ 0_{bk} & \bar{\mathbf{K}}_{bb} \end{bmatrix}. \quad (2.57)$$

Yhtälössä 2.57 esiintyvät nollat matriisiin $\overline{\mathbf{K}}_{CB}^c$ kb ja bk osissa johtuvat ortogonaalisuudesta. Järjestelmän kokoonpanoa yleistetyissä koordinaateissa, joka perustuu yhtälöihin 2.39 - 2.54, käytetään kun kootaan Craig-Bamptonin alemmankertaluvun kootun järjestelmän massa- ja jäykkyyismatriiseja. Craig-Bamptonin tekniikka esitetään seuraavassa kappaleessa. (22 & 23, s. 557 - 558)

2.4.2 Craig-Bampton menetelmä

Ominaisuusmuotoanalyysi voidaan suorittaa rajoitetuille ja rajoittamattomille rakenteille. Mikäli kyseessä on rajoittamaton järjestelmä, rajoitevoimien aiheuttamien paikallisten muodonmuutosten kuvaaminen on epätarkkaa. Myös tarvittavien ominaisuusmuotojen määrä voi nousta erittäin suureksi, jolloin tarvittavan laskentatehon määrä kasvaa. Tämä ongelma voidaan ratkaista käyttämällä staattisia korjausmuotoja. Näiden staattisten korjausmuotojen käyttö esiteltiin ensimmäisen kerran Craig-Bampton menetelmän yhteydessä. Craig-Bampton menetelmässä järjestelmä jaetaan sisäisiin vapausasteisiin ja rajan vapausasteisiin. (10, s. 19)

Yhtälön 2.55 alarivi osoittaa, että $\mathbf{q}_b^c \equiv \mathbf{u}_b^c$. Kahdesta komponentista koostuvan järjestelmän rajapinnan yhteensopivuusyhtälöstä yleistettyjen koordinaattien suhteen saa $\mathbf{q}_b^c \equiv \mathbf{u}_b^c$ perusteella muodon:

$$\mathbf{q}_b^\alpha = \mathbf{q}_b^\beta = \mathbf{u}_b. \quad (2.58)$$

Yhtälön 2.58 perusteella yhtälö 2.48 voidaan kirjoittaa seuraavassa muodossa:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_k^\alpha \\ \mathbf{q}_b^\alpha \\ \mathbf{q}_k^\beta \\ \mathbf{q}_b^\beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} \\ 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{ik}^\alpha \\ \mathbf{q}_{ik}^\beta \\ \mathbf{u}_b \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

Komponentin liitännämatriisi \mathbf{S} on suora jäykkyys kokoonpanomatriisi (direct-stiffness assembly matrix). Kahden komponentin järjestelmässä komponentin massa- ja jäyk-

kyysmatriisit, jotka on esitetty yhtälössä 2.57, kootaan uudelleen. Täten saadaan järjestelmän alemmankertaluvun massa- ja jäykkyysmatriisit, jotka saavat muodot:

$$\mathbf{M}_{CB} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{k_\alpha k_\alpha}^\alpha & \mathbf{0}_{k_\alpha k_\beta}^\alpha & \overline{\mathbf{M}}_{k_\alpha b}^\alpha \\ \mathbf{0}_{k_\beta k_\alpha}^\beta & \mathbf{I}_{k_\beta k_\beta}^\beta & \overline{\mathbf{M}}_{k_\beta b}^\beta \\ \overline{\mathbf{M}}_{bk_\alpha}^\alpha & \overline{\mathbf{M}}_{bk_\beta}^\beta & \overline{\mathbf{M}}_{bb}^\alpha + \overline{\mathbf{M}}_{bb}^\beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{CB} = \begin{bmatrix} \Lambda_{k_\alpha k_\alpha}^\alpha & \mathbf{0}_{k_\alpha k_\beta}^\alpha & \mathbf{0}_{k_\alpha b}^\alpha \\ \mathbf{0}_{k_\beta k_\alpha}^\beta & \Lambda_{k_\beta k_\beta}^\beta & \mathbf{0}_{k_\beta b}^\beta \\ \mathbf{0}_{bk_\alpha}^\alpha & \mathbf{0}_{bk_\beta}^\beta & \overline{\mathbf{K}}_{bb}^\alpha + \overline{\mathbf{K}}_{bb}^\beta \end{bmatrix}, \quad (2.60)$$

missä, \mathbf{M}_{CB} on järjestelmän alemmankertaluvun massamatriisi ja \mathbf{K}_{CB} on järjestelmän alemmankertaluvun jäykkyysmatriisi. (22)

Yhteenvedona voidaan todeta, että osarakennetekniikan mallit, joissa käytetään kiinnitetyn rajapinnan muotoja sekä rajapinnan rajoitemuotoja, ovat pohjimmiltaan alemmankertaluvun superelementtejä. Kaikki fyysiset rajoitekoordinaatit on säilytetty yhtälössä 2.48 riippumattomina yleistettyinä koordinaatteina. Tämä helpottaa komponenttien yhteen liittämistä. Tätä menetelmää käytetään monessa kaupallisessa elementtimenetelmäohjelmistossa. Syitä tämän menetelmän laajaan leviämiseen on useita. Menetelmän vahvuuksia ovat ainakin yksinkertainen ja suoraviivainen komponenttien muotojen muodostus sekä suoraviivainen tapa selvittää, mitkä komponentit valitaan ja yhdistetään keskenään komponenttimuotojärjestelmän kokoamiseksi. Lisäksi uusien muotokoordinaattien lisääminen on helppoa. Tällä menetelmällä saadaan myös tarkkoja malleja suhteellisen vähillä komponenttimuodoilla. Craig-Bampton menetelmässä on myös heikkouksia. Yksi näistä heikkouksista on se, että järjestelmän kiinnitetynrajapinnan muotoihin ja rajoitemuotoihin liittyviä alimatriiseja (submatrices) on vaikea verifioida kokeellisesti. Lisäksi Craig-Bamptonin alemmankertaluvun järjestelmämallissa kaikki rajoitekoordinaatit säilytetään. Kaksiulotteisissa (esim. laatta tai kuori) rakenteissa ja erityisesti kolmiulotteisista solideissa rajapintojen vapausasteiden määrä tulee helposti erittäin suureksi. (22 & 23, s. 558 - 559)

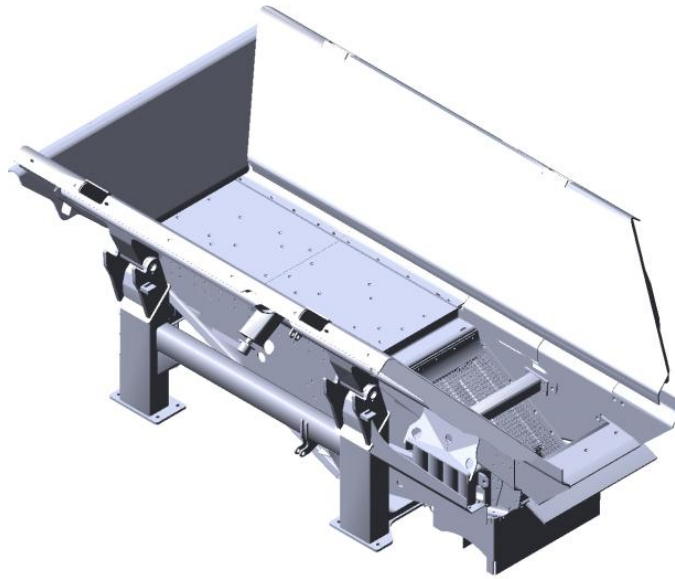
Tässä työssä käytetään kiinnitetyn rajapinnan menetelmää, joten kiinnittymättömän rajapinnan menetelmä rajataan tämän työn ulkopuolelle. Kiinnittymättömän rajapinnan menetelmää voidaan kuitenkin myös käyttää, kun sovelletaan osarakennetekniikkaa joustavista kappaleista koostuvien monikappalejärjestelmien analysointiin.

3 TUTKITTAVA RAKENNE

Tässä kappaleessa esitellään tutkittavan syötinosaan simulaatiomallin muodostamisen vaiheet. Lisäksi käydään läpi, kuinka osarakennetekniikkaa hyödynnetään käytettävissä simulointiohjelmistoissa. Muita läpikäytäviä kohtia ovat käytettävän ratkaisijan esittely sekä lyhyet perustelut sille, miksi on päädytty tiettyyn elementtiverkkoon sekä ominaismuotojen määrään syötinosaan simuloitaessa.

3.1 Tutkittavan rakenteen esittely

Tässä työssä tutkittava syötinosa on esitetty kuvassa 3.1.2. Syötinosa koostuu rungosta, jonka tarkoituksena on liittää syötinosa siirrettävään murskausyksikköön. Runkoon kiinnittyvät laidat sekä syötinpöytä. Laitojen tarkoituksena on ohjata murskattava maa-aines syötinpöydälle. Syötinpöytä on kiinnitetty syötinosaan runkoon jousilla, jotka mahdollistavat syöttimen liikkeen, joka siirtää maa-ainesta murskaimelle sekä seulontaan. Syötinpöydän liike saadaan aikaiseksi syötinpöytään liitettyllä tärypalkilla. Tärypalkkiin on liitetty koneikko, jonka sisällä kaksi epätasapainoin varustettua akselia siirtävät tärytysliikkeen tärypalkkiin ja sitä kautta syötinpöytään. Tärytysliike saadaan aikaiseksi koneikon akseleihin kiinnitetyillä epätasapainolevyillä. Näitä epätasapainolevyjä on neljä kappaletta ja ne sijaitsevat akseleiden päissä. Kun voimansiirtoakselia pyöritetään tietyllä muuttuvalla pyörimisnopeudella, siirtyy tämä pyörimisnopeus samansuuruisena mutta vastakkaisuuntaisena toiseen akseliin. Lopputuloksena syntyy syötinpöydän maa-ainesta siirtävä värähtelyliike.



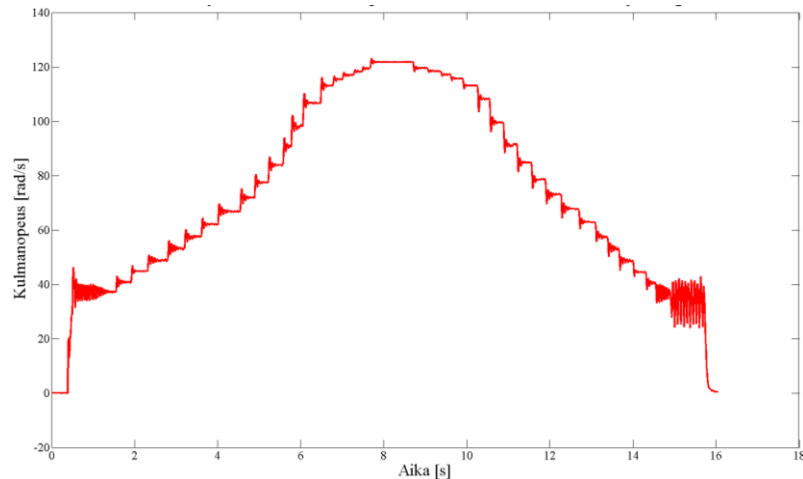
Kuva 3.1.1. Murskaussyksikön syöttinosan kokoonpano

Taulukossa 3.1.1 on esitelty syöttinosan kappaleiden väliset nivelet. Taulukossa mainitaan ensin syöttimen osat, jotka liittyvät toisiinsa ja sen jälkeen liitoksessa käytetty nivel.

Taulukko 3.1.1: Syöttinosan kappaleiden liitokset ja niveltyypit

1. Kappale	2. Kappale	Niveltyyppi
Runko	Alusta (Maa)	Jouset
Syöttinpöytä	Runko	Jouset
Laidat	Runko	Jäykkäliitos
Tärypalkki	Syöttinpöytä	Jäykkäliitos
Koneikko	Tärypalkki	Jäykkäliitos
Akselit	Koneikko	Kiertonivel

Ulkoisina voimina syöttinyksikköön vaikuttaa gravitaatio. Syöttinyksikön ollessa lepotilassa, siihen vaikuttaa ainoastaan sen oma massa. Tutkittava kuormitustilanne saadaan aikaiseksi, kun akseleihin lisätään tutkittavasta järjestelmästä mitattu pyörimisnopeus. Käytetty pyörimisnopeus on esitetty kuvassa 3.1.2.



Kuva 3.1.2. Syötinosan käyttöakselin kulmanopeushistoria 16,045 sekunnin ohjaussignaalilla

Kuvan 3.1.2 pyörimisnopeus on interpoloitu mitatusta arvosta, jotta se saataisiin toimimaan simulointiohjelmistossa. Interpolointi suoritetaan MATLAB-ohjelmistolla, jossa mitattu pyörimisnopeusdata interpoloidaan MATLAB-ohjelmiston lineaarisella interpolointialgoritmeilla siten, että sen näytteenottopisteiden väliksi valitaan 0,005 sekuntia. Valittu aika-askel on pienin aika-askel, jolla sekä ADAMS että ANSYS-ohjelmistolla suoritettu dynaaminen analyysi konvergoituu jokaisella aika-askeleella. Syötinosan simuloinnissa pitää käyttää pientä aika-askelta, jotta pyörimisnopeusdatan nopeat vaihtelut siirtyvät myös simulaatiomalliin. Lyhyt aika-askel parantaa lisäksi tulosten tarkkuutta, mikäli tutkitaan joustavia kappaleita sisältäviä monikappalejärjestelmiä.

3.2 Käytettävät ohjelmistot

Syötinosa mallinnetaan MSC Software yhtiön tuottamalla ADAMS-ohjelmistolla sekä ANSYS yhtiön tuottamalla ANSYS-ohjelmistolla. Joustava runko on kummassakin tapauksessa mallinnettu ANSYS-ohjelmistolla käyttäen apuna osarakennetekniikkaa. Tätä työtä tehdessä ANSYS-ohjelmistolla luotu malli mallinnetaan ANSYS Workbench ohjelmalla. ANSYS Workbench on graafinen käyttöliittymä joka kuuluu ANSYS tuoteperheeseen. Tässä työssä käytetään ANSYS Workbench-ohjelmiston versiota 14.0.1. Vastaavasti työssä käytettävä ADAMS View-ohjelmisto on ADAMS-ohjelmiston graafinen käyttöliittymä. Tässä työssä käytössä on ADAMS View-ohjelmiston versio R3 2011.

ANSYS Workbench-ohjelmisto ei toistaiseksi tue suoraan osarakenneanalyysia. Tämä tarkoittaa sitä, että osarakenneanalyysi tulee kirjoittaa ANSYS-ohjelmiston omalla ohjelmointikielellä makroksi, joka lisätään ANSYS Workbench-ohjelmalla luotuun malliin simuloinnin yhteydessä. Makro sisältää osarakenneanalyysin vaiheet, eli luomisvaiheen, käyttövaiheen ja laajennusvaiheen. Makron toimintaa testataan ANSYS-ohjelmiston version 14.0.1 Mechanical APDL-käyttöliittymän avulla. Syy ANSYS Mechanical APDL:n käyttöön on se, että tukee suoraan osarakennetekniikkaa ja siinä on helppo sekä nopea testata kirjoitetun makron toimivuutta.

Syy siihen, miksi ANSYS simulointia ei tehdä ANSYS Workbench-ohjelmiston sijasta kokonaan ANSYS Mechanical APDL-ohjelmistolla on se, ettei ANSYS Mechanicals APDL-ohjelmisto ole erityisen aloittelijaystävällinen ohjelmisto käyttää ja varsinkin monimutkaisten systeemien mallintaminen on käytännöllisempää ANSYS Workbench-ohjelmiston avulla.

3.3 Dynaamisessa analyysissa käytetty ratkaisija

Tässä työssä käytetään ratkaisijana HHT algoritmiin perustuvaa ratkaisijaa. Tämä ratkaisija löytyy kummastakin tässä työssä käytettävästä simulointiohjelmistosta. HHT-ratkaisija on saanut nimensä sen kehittäjien Hans M. Hilbertin, Thomas J. R. Hughesin ja Robert L. Taylorin mukaan. HHT algoritmi on ehdoitta vakaa algoritmi. Ehdoitta vakaa algoritmi eroaa ehdollisesta vakaista algoritmeista siten, että ehdollisesti vakaat algoritmit vaativat toimiakseen aika-askeleen, joka on kooltaan kääntäen verrannollinen diskreetin järjestelmän suurimman taajuuden kanssa. Käytännössä tämä aiheuttaa suurta epätarkkuutta alhaisten ominaismuotojen kohdalla, kun ne saavutetaan erittäin suurilla aika-askelilla verrattuna korkeiden muotojen ilmenemisaikaan. Ehdoitta vakaassa algoritmossa aika-askeleen suuruus voidaan valita stabiiluis näkökohdista riippumatta. Tämän ansiosta saavutetaan huomattavaa säästöä laskenta-ajoissa. (19, 24 & 25)

Kun mielenkiinnon kohteina ovat matalan taajuuden muodot, on yleensä käytännöllistä, jos käytettävä algoritmi pystyy vaimentamaan mahdollisesti virhettä aiheuttavat väärät korkeamman taajuuden muodot. HHT algoritmiperhe liittyy toiminnaltaan Newmarkin menetelmäperheeseen. Newmarkin menetelmät sisältävät edellä mainitun vaimennuk-

sen. Vaimennuksen parametrien arvot on määritelty siten että $\gamma > 0,5$ ja $\beta \geq (\gamma + 0,5)^2 / 4$. Newmarkin menetelmät sallivat sen, että mahdollista hajontaa voidaan hallita parametreilla aika-askeleen sijaan. (24)

Newmark-ratkaisijoissa sallitaan hajonnan määrän jatkuva säätäminen määrättyllä parametrilla. Erona moniin muihin ratkaisijoihin on se, että normaalisti hajontaa voidaan säätää jatkuvasti vain aika-askeleella. Tässä tapauksessa on siis käytössä parametri, joka ei ole aika-askel. Newmark-ratkaisijoissa on kaksi säätävää parametria, kuten edellä mainitaan. HHT algoritmiperheessä näitä parametreja on vain yksi, jonka avulla säädetään parametreja γ ja β . (24)

Vaimentamattoman järjestelmän liikeyhtälön matriisimuoto on

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad (3.1)$$

missä \mathbf{M} on massamatriisi, \mathbf{K} on jäykkyysmatriisi ja \mathbf{F} on ulkoisten voimien vektori. Vektori \mathbf{u} on siirtymävektori ja $\ddot{\mathbf{u}}$ on siirtymävektorin toinen aikaderivaatta eli kiihtyvyyssvektori. Yhtälön 3.1 alkuarvo-ongelmassa etsitään ratkaisua funktiolle $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$, missä $t \in [0, \tau]$, $\tau > 0$ siten että yhtälön 3.2 ehdot täyttyvät:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(0) &= \mathbf{d} \\ \dot{\mathbf{u}}(0) &= \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Yhtälössä 3.2 vektori \mathbf{d} kuvaa paikkaa ja vektori \mathbf{v} nopeutta. Tässä tapauksessa on kiinnostuttu yhtälön 3.1 likimääräisratkaisusta yksivaiheisella differenssimenetelmällä (one-step difference method). HHT algoritmiryhmä voidaan esittää seuraavasti:

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1} + (1 + \alpha)\mathbf{K}\mathbf{d}_{n+1} - \alpha\mathbf{K}\mathbf{d}_n = \mathbf{F}_{n+1}, \quad n \in \{0, 1, \dots, N-1\}, \quad (3.3)$$

missä

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{n+1} &= \mathbf{d}_n + \Delta t \mathbf{v}_n + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \mathbf{a}_n + \beta \mathbf{a}_{n+1} \right] \\ \mathbf{v}_{n+1} &= \mathbf{v}_n + \Delta t \left[(1 - \gamma) \mathbf{a}_n + \gamma \mathbf{a}_{n+1} \right], n \in \{0, 1, \dots, N-1\}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

missä alkuarvot ovat:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_0 &= \mathbf{d} \\ \mathbf{v}_0 &= \mathbf{v} \\ \mathbf{a}_0 &= \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_0 - \mathbf{K}\mathbf{d}_0), \end{aligned} \quad (3.5)$$

missä N on aika-askelten määrä, jolloin $\Delta t = \tau / N$. Vektorit \mathbf{d}_n , \mathbf{v}_n ja \mathbf{a}_n ovat vektorien $\mathbf{u}(t_n)$, $\dot{\mathbf{u}}(t_n)$ ja $\ddot{\mathbf{u}}(t_n)$ approksimaatioita, missä $t_n = n\Delta t$ ja $\mathbf{F}_n = \mathbf{F}(t_n)$. Muuttujat α , β ja γ ovat vapaita parametreja, jotka ohjaavat algoritmin vakautta sekä numeerista hajontaa. Mikäli $\alpha = 0$, silloin HHT algoritmi muuntuu takaisin Newmark -ryhmän algoritmiksi. Siinä tapauksessa, mikäli $\gamma = 1/2$ ei algoritmilla ole numeerista hajontaa. Mikäli $\gamma > 1/2$, silloin numeerista hajontaa esiintyy. Kun ehto $\beta \geq (1/4)(\gamma + 1/2)^2$ täyttyy, on kyseinen algoritmi ehdoitta vakaa. (24)

HHT-ratkaisijan muuttujien määrittelyssä on eroja ohjelmistojen välillä. ADAMS-ohjelmistossa HHT menetelmän muuttuja α voi saada arvoja välillä $-0,3 < \alpha < 0$. Vastaavasti ANSYS-ohjelmistossa muuttuja α voi saada arvoja välillä $0 < \alpha < 0,3$. HHT menetelmässä muuttujalla α kuvataan ratkaisijan vaimennusta, josta johtuen ADAMS-ohjelmistossa pienin mahdollinen vaimennus on -0,3. ADAMS-ohjelmistossa α muuttujalle voidaan antaa arvo -0,3, koska muuttujan α tarkka alaraja on pienempi kuin -0,3. ADAMS-ohjelmistossa raja on asetettu ohjelmistollisesti arvoon -0,3. ANSYS-ohjelmistossa pienin mahdollinen vaimennus lähestyy arvoa 0. HHT menetelmässä muuttujan α arvon avulla määritetään arvo muuttujille β sekä γ seuraavasti:

$$\beta = \frac{(1 - \alpha)^2}{4} \quad \gamma = \frac{1 - 2\alpha}{2}. \quad (3.6)$$

Vastaavasti ANSYS-ohjelmistossa muuttujat β ja γ on määritelty juuri päinvastoin kuin yhtälössä 3.6. Eli ANSYS-ohjelmistossa muuttuja β määritellään kuten muuttuja γ ADAMS-ohjelmistossa ja päinvastoin. (19 & 25)

HHT-ratkaisijalla on tiettyjä vahvuuksia. Vahvuuksina voidaan mainita se, että HHT-ratkaisijalla käytettäessä syntyy vähemmän Jacobin evaluointeja. HHT-ratkaisija toimii kuin alipäästösuodatin, koska se leikkaa pois korkean taajuuden virhevärähtelyt samalla kun säilyttää matalien taajuuksien värähtelyt. HHT-ratkaisijaa käytettäessä voidaan rajataajuutta säätää muuttamalla muuttujan α arvoa. Mitä pienempi muuttujan α arvo on, sitä matalampi on rajataajuuskynnys. HHT-ratkaisija myös vakaa käytettäessä pientä aika-askelta. (25)

HHT -ratkaisijalla on myös heikkouksia. Kiihtyvyyksiin sekä reaktiovoimajakaumiin syntyy piikkejä, johtuen alemmasta kertaluvusta. Moneen muuhun ratkaisijaan verrattuna numeerinen vaimennus on alhaisempi käytettäessä HHT -ratkaisijaa. (25) Syötinosaan simuloinnissa on käytetty taulukon 3.3.1 mukaisia HHT -ratkaisijan arvoja.

Taulukko 3.3.1: Syötinosaan simuloinnissa käytetyn ratkaisijan parametrit

Parametri	ADAMS	ANSYS
Simulointiaika	16,045 s	16,045 s
Aika-askel	0,005 s	0,005 s
Ratkaisija	HHT	HHT
Alpha (α)	-0,3	0,01

Käytetty simuloinnin aika-askel määräytyy syötinosaan koneikon käyttöakselin pyörimisnopeushistoriakuvaajan interpoloinnissa käytetyn aika-askeleen perusteella. Pyörimisnopeus annetaan ANSYS-ohjelmistolla luotuun malliin taulukkoarvoina, jolloin simuloinnin aika-askeleen pitää olla sama kuin taulukossa oleva aika-askel. Mikäli aika-askel on eri, syötinosaan dynaamisen analyysin tulokset eivät konvergoitu ja eikä simulointi näin ollen onnistu. Mikäli simuloinnissa käytetään muuttuvaa aika-askelta, tuloksiin tulee epätarkkuutta, joka johtuu aika-askeleen mukana muuttuvasta akselien pyöri-

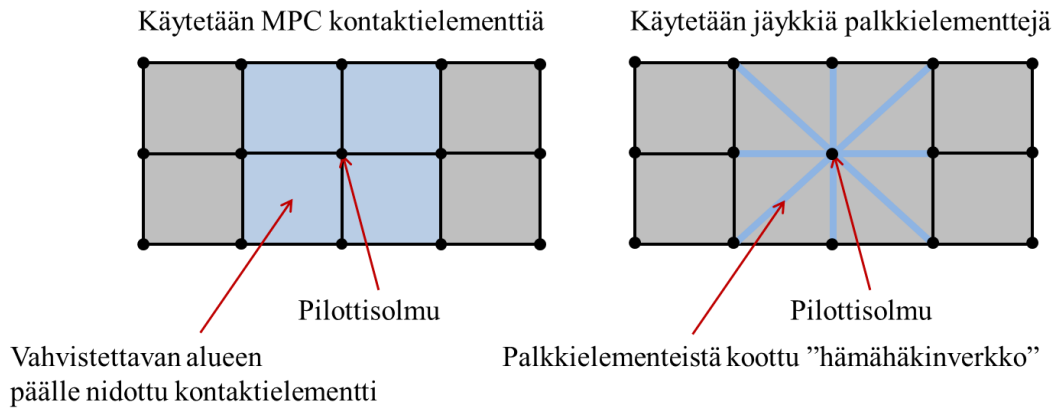
misnopeudesta. Tästä syystä syötinosan simuloinnissa käytetään muuttumatonta aika-askelta.

3.4 Osarakennetekniikan toimintaperiaatteet ANSYS-ohjelmistossa

Osarakennetekniikka sisältää kolme vaihetta. Ensimmäisenä vaiheena on luontivaihe (Generation Pass), jossa valitaan sen kappaleen elementit, josta halutaan luoda osarakennetekniikassa käytettävä alirakenne. Valitut elementit tiivistetään ja niistä muodostetaan superelementti. Seuraava vaihe on käyttövaihe (Use Pass), jossa luontivaiheessa luotu superelementti otetaan käyttöön. Toisin sanoen käyttövaiheessa superelementtiä käytetään järjestelmän analyysissä. Viimeisenä vaiheena on vuorossa laajennusvaihe (Expansion Pass). Laajennusvaiheessa käyttövaiheen tulokset laajennetaan kattamaan kaikki alkuperäiset elementit. Eli näin voidaan ratkaista kaikkien alkuperäisten elementtien siirtymät, voimat, venymät sekä jännitykset. (19)

Luontivaiheessa määritellään päävapausasteet (Master Degrees of Freedom). Nämä päävapausasteet ovat vapausasteita, joita superelementti käyttää liittyessään toisiin järjestelmän kappaleisiin tai niveliin. Päävapausasteet määritellään lähes poikkeuksetta solmun vapausasteilla, joten voidaan käyttää myös termiä pääsolmu (Master Node). Rungon ollessa kiertymätön pääsolmut sijaitsevat pisteissä, joissa superelementti liittyy toiseen kappaleeseen. Yleensä liitoksina käytetään pultteja tai muita kiinnittimiä, jolloin pääsolmu sijaitsee näiden liittimien keskellä. Kiertyvissä kappaleissa superelementti on jäykistetty palkkielementeillä. Palkkielementeillä on ideaalitulanteessa kaksi pääsolmua, mutta solmuja voi olla myös enemmän. Superelementin kiertymä lasketaan kaikkien pääsolmujen kiertymän keskiarvona. Kaikilla kiertyvän kappaleen pääsolmuilla on oltava kuusi aktiivista rakenteellista vapausastetta. Nämä vapausasteet ovat; siirtymät koordinaatistoakselien suuntaan sekä kiertymät akselien ympäri. Kuitenkin, mikäli pääsolmulla ei suoraan ole kuutta vapausastetta, voidaan kuuden vapausasteen solmu luoda pääsolmun kohdalle. Tämä luotu solmu sidotaan sen jälkeen kappaleeseen. Sitominen voidaan suorittaa kahdella eri tekniikalla. MPC (Multipoint Constraint) toimii rajoiteyhtälönä. MPC:ssa luodaan pilottisolmu ja liitetään se vahvistettavan alueen päälle nivottuihin kontaktielementteihin. Palkkielementeillä voidaan vastaavasti luoda ns. ”hämähäkinverkko”, jossa jäykkiä palkkielementtejä liitetään päällekkäin siten, että ne liitty-

vät toisesta päästään pääsolmuun ja toisesta päästään ympäröiviin solmuihin. Hämähäkinverkossa käytettävillä palkkielementeillä tulee olla suuri jäykkyys, ja niiden tulee olla massattomia. Kun tätä edellä esitetyillä menetelmillä vahvistettua solmua kierretään, koko runko kiertyy mukana. (19 & 26) Kuvassa 3.4.1 on esitetty MPC menetelmä sekä palkkimenetelmä.



Kuva 3.4.1. Pääsolmun sitomistekniikat kiertyvässä kappaleessa

Luontivaiheessa kootaan tutkittava malli. Kappaleessa 2.3 esitetään osarakennetekniikan yleistä toimintaa. Seuraavaksi esitetään, kuinka ANSYS-ohjelmisto hyödyntää näitä aikaisemmin esitettyjä osarakennetekniikan yhtälöitä. Vaimentamattoman järjestelmän liikeyhtälö matriisimuodossa on esitetty aikaisemmin yhtälössä 3.1. Liikeyhtälön 3.1 osat erotetaan liitännöihin sekä sisäisiin vapausasteisiin, jolloin saadaan:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{u}_s \end{Bmatrix}, \mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Yhtälössä 3.7 alaindeksi m tarkoittaa päävapausasteita, jotka on määritelty ainoastaan liitännäsolmuilla ja alaindeksi s tarkoittaa kaikkia niitä vapausasteita, jotka eivät kuulu päävapausasteisiin. Siirtymävektori \mathbf{u} voidaan esittää komponenttimuodossa yleiste-yissä koordinaateissa. Siirtymävektori \mathbf{u} koostuu komponenteista

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{u}_s \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{y}_\delta \end{Bmatrix}. \quad (3.8)$$

Yhtälössä 3.8 \mathbf{A} on transformaatiomatriisi eli kiertomatriisi, joka mahdollistaa myös skaalaamisen ja y_s on katkaistu yleistettyjen muotokoordinaattien ryhmä. Transformaatiomatriisi voidaan määrittää kolmella eri menetelmällä. (19)

Kiinnitetyn rajapinnan menetelmässä (Fixed-Interface Method) transformaatiomatriisi saa muodon

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{G}_{sm} & \boldsymbol{\varphi}_i \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Yhtälössä 3.9 $\mathbf{G}_{sm} = -\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm}$ ovat redundanttiset staattiset rajoitemuodot, $\boldsymbol{\varphi}_i$ ovat kiinnitetyn rajapinnan normaalimuodot ja \mathbf{I} on yksikkömatriisi. (19)

Kiinnittämättömän rajapinnan menetelmässä (Free-Interface Method) transformaatiomatriisi saa muodon

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ \mathbf{G}_{sm} & \boldsymbol{\varphi}_{sr} & \hat{\boldsymbol{\varphi}}_s \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Yhtälössä 3.10 esiintyvä matriisi $\boldsymbol{\varphi}_{sr}$ on inertian vapautusmuotojen matriisi (matrix of inertia relief modes). Matriisin $\hat{\boldsymbol{\varphi}}_s = [\boldsymbol{\varphi}_s - \mathbf{G}_{sm} \boldsymbol{\varphi}_m]$ määritelmässä matriisi $\boldsymbol{\varphi}_m$ pitää sisällään kiinnittämättömän rajapinnan normaalimuotojen päävapausasteet. Vastaavasti $\boldsymbol{\varphi}_s$ matriisi pitää sisällään kiinnittämättömän rajapinnan normaalimuotojen alivapausasteet eli ns. orjavapausasteet. (19)

Jäännösjoustavuuden kiinnittämättömän rajapinnan menetelmässä (Residual Flexibility Free Interface Method RFFB) transformaatiomatriisi saa muodon

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{R}_{sm}, \mathbf{R}_{mm}^{-1} & \hat{\boldsymbol{\varphi}}_s \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

missä \mathbf{R}_{sm} , \mathbf{R}_{mm} ovat jäännösvektorien alimatriiseja. Matriisi $\hat{\boldsymbol{\phi}}_s$ on määritelty aikaisemmin, mutta tässä redundantit staattiset rajoitemuodot korvataan jäännösvektorien alimatriiseilla, jolloin määritelmä saa muodon

$$\hat{\boldsymbol{\phi}}_s = [\boldsymbol{\phi}_s - \mathbf{R}_{sm} \mathbf{R}_{mm}^{-1} \boldsymbol{\phi}_m] \quad (3.12)$$

Liitetään yhtälöstä 3.8 saatu transformaatio yhtälö liikeyhtälöiden matriisimuotoon (yhtälössä 3.1) saadaan liikeyhtälö redusoidussa tilassa (reduced space). Osarakennetekniikan alirakenteen jäykkyys- ja massamatriisi ovat muotoa:

$$\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{A} \quad \text{ja} \quad \hat{\mathbf{K}} = \mathbf{A}^T \mathbf{K} \mathbf{A}. \quad (3.13)$$

Redusoidussa järjestelmässä päävapausasteilla kytketään osarakennetekniikan superelementit toisiinsa ja/tai järjestelmän muihin elementteihin. (19)

Tässä työssä käytetään kiinnitetyn rajapinnan menetelmää. Syötinosan rungon osarakenneanalyysissä voidaan käyttää myös kiinnittämättömän rajapinnan menetelmää ja jäännösjuoustavuuden kiinnittämättömän rajapinnan menetelmää.

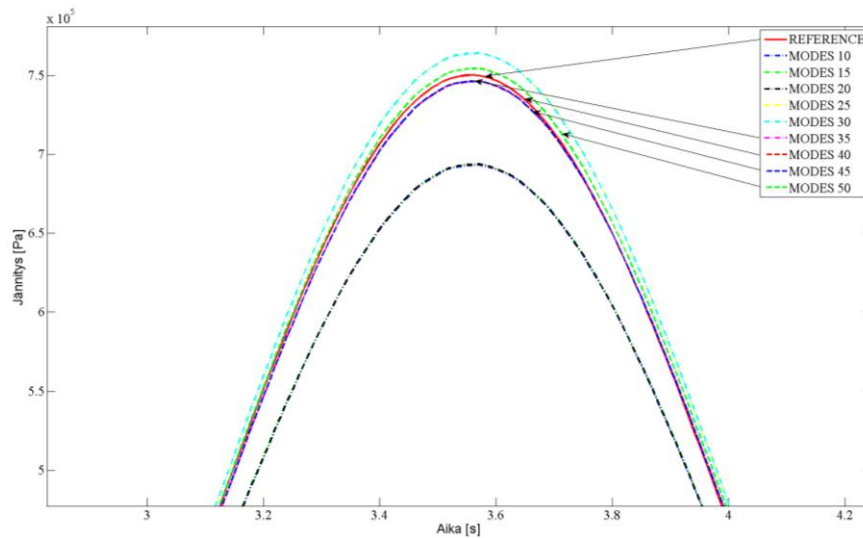
Kuten jo aikaisemmin on mainittu, käyttövaiheessa otetaan käyttöön luontivaiheessa luodut superelementit ja liitetään ne osaksi mallia. Superelementit voidaan liittää joko toisiinsa tai mallin normaaleihin elementteihin. Käyttövaiheen ratkaisu sisältää ainoastaan superelementin redundantin ratkaisun eli siis päävapausasteen vapausasteratkaisun sekä täyden ratkaisun muille ei-superelementeille. Laajennusvaiheessa aloitetaan redusoidusta ratkaisusta ja ratkaistaan kaikki superelementin vapausasteet. Jos käyttövaiheessa on useita superelementtejä käytössä, täytyy jokaiselle superelementille suorittaa oma laajennusvaiheensa. (19)

3.5 Tutkittavan rakenteen mallintaminen osarakennetekniikalla

Seuraavaksi käydään läpi tarkemmin, miten osarakennetekniikkaa voidaan hyödyntää ANSYS-ohjelmistolla luodussa mallissa. Ensimmäiseksi luodaan tutkittava malli alira-

kennetekniikka varten. Eräs lähestymistapa on mallintaa tutkittava järjestelmä siten, että se koostuu aluksi pelkistä jäykistä kappaleista. Tällä jäykällä mallilla voidaan varmistua siitä, että malli toimii oikein. Malliin voidaan jo tässä vaiheessa lisätä kaikki siinä olevat nivelet sekä siihen vaikuttavat voimat. Tämän mallin jäykät osat voidaan muuttaa joustaviksi, jolloin niihin voidaan soveltaa osarakennetekniikkaa.

Kun mallin toiminta on testattu jäykillä osilla mallinnetulla järjestelmällä, voidaan valita joustavina mallinnettavat järjestelmän osat. Tässä työssä ainut joustavana tarkasteltava osa on syötinosa runko. Joustavan rungon mallintaminen alkaa alirakenteen luomisella eli luontivaiheella. Tässä vaiheessa valitaan myös alirakenteessa käytettävien ominaismuotojen määrä. Muotojen määrän valintaan vaikuttaa moni eri tekijä, kuten järjestelmän ajotaajuus, herätetaajuudet, tutkimuskohde eli mistä tuloksista on kiinnostuttu ja onko tutkittavassa tapauksessa kontaktitilanne (kontaktit herättävät tavallisesti korkeita taajuuksia). Tässä tapauksessa pääasiallinen tutkimuskohde ovat syötinosa ajonaikaiset jännitykset. Syötinosa ajetaan tyhjänä, jolloin siihen ei synny myöskään kontaktitilanteita. Kuten jo aikaisemmin osarakennetekniikan teorian yhteydessä on esitetty, ei ole olemassa varsinaista yleispätevää sääntöä sille, kuinka monta ominaismuotoa tutkittavasta rakenteesta tulisi ratkaista. Ominaismuotojen määrä riippuu tutkittavasta rakenteesta ja kuormitustilanteesta. (19) Kuvassa 3.4.1 on esitetty kuvaaja, jossa on vertailtu joustavana mallinnetun tasoheilurin ekvivalenttia von Misses jännitystä eri ominaismuotojen määrällä. Vertailukohtana on ollut elementtimenetelmällä ratkaistu transientianalyysi täydestä tasoheilurin mallista. Tämä heiluri on mallinnettu ennen syötinosa simulaatiomallin luomista. Tasoheilurin mallista saadaan ANSYS-ohjelmiston makrot, joilla tasoheilurin osarakenneanalyysi suoritetaan. Nämä makrot toimivat hyvänä perustana syötinosa rungon osarakenneanalyysin makrojen kirjoittamiselle. Lisäksi tasoheilurilla voidaan tutkia, paljonko ominaismuotoja tarvitaan, että päästään samaan jännitystulokseen täyden elementtimenetelmän mallin kanssa. Syötinosa geometria on monimutkainen, joten sille ei voida suorittaa täyttä elementtimenetelmän analyysiä.



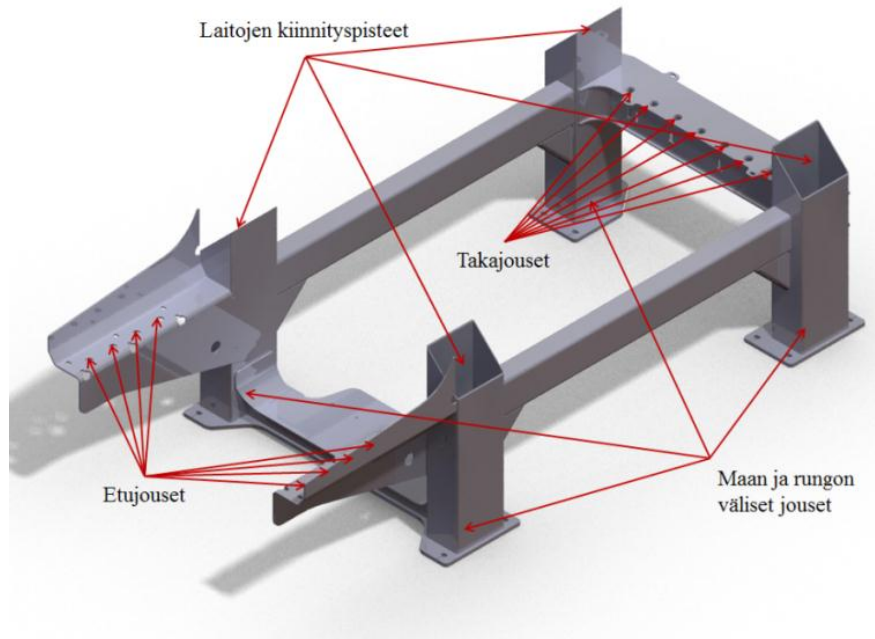
Kuva 3.5.1. Ekvivalentti Von Misses jännitys tasoheilurin massakeskipisteessä, kun laskettujen ominaismuotojen määrää varioidaan

Kuvasta 3.5.1 huomataan, että sopiva määrä muotoja on 40 - 50 muodon välillä. Tietenkin muotojen määrään vaikuttaa myös muut tekijät. Kuten osarakennetekniikan teorian yhteydessä on todettu, muotojen valinta perustuu testaukseen. Testauksella voidaan tarkoitaa esimerkiksi juuri kuvan 3.5.1 mukaista tilannetta, jossa on ensin ratkaistu jokin tulos tietyllä menetelmällä. Syötinosan rungon ominaismuotojen määräksi valitaan testauksen perusteella 40 muotoa, koska tällä määrällä simulointiin kuluva aika sekä tarvittava konetehto pysyvät siedettävänä. Tällä ominaismuotojen määrällä päästään myös lähelle tutkittavasta rakenteesta mitattuja arvoja.

Syötinosaa tutkittaessa päädytään kiinteän rajapinnan menetelmään, koska useimmissa tapauksissa ja varsinkin kiertyvien kappaleiden kohdalla kiinteän rajapinnan menetelmä on riittävä. Kuitenkin, mikäli tutkimuskohteena on tilanne, jossa korkeat taajuudet ovat kiinnostavia, tarjoaa jäännösjoustavuuden vapaan rajapinnan menetelmä usein tarkempia ratkaisuja. On syytä huomata, että kiertymättömien kappaleiden muihin vapausasteisiin paitsi päävapausasteisiin voidaan lisätä rajoitteita luontivaiheessa. Kiertymättömien kappaleiden tilanteessa rajoitteiden lisääminen päävapausasteeseen aiheuttaa konvergoitumisongelman. Vastaavasti kiertyville kappaleille ei saa lisätä rajoitteita luontivaiheessa, koska superelementillä tulee olla kuusi jäykän kappaleen vapausastetta. Rajoitteet voidaan kuitenkin lisätä sen pääelementtiin käyttövaiheessa. (19)

Kun tutkittavaan malliin lisätään rasituksia, tulee olla tietoinen siitä, että oletuksena voimat kiertyvät kiertyvän alirakenteen mukana. Tämä pätee lähes kaikkiin rasiustyypppeihin. Käyttövaiheessa voidaan määrittää, ettei voimavektori kierry alirakenteen mukana, mikäli se on tarpeellista. Gravitaation ja muiden kiihtyvyysoimien lisääminen riippuu siitä, onko kyseessä kiertyvä kappale vai ei. Kiertyvälle kappaleelle voimat lisätään käyttövaiheessa. Kiertymättömälle kappaleelle voimat voidaan lisätä luontivaiheessa ja ne otetaan käyttöön käyttövaiheessa. Mikäli voimat lisätään luontivaiheessa, tulee varmistua siitä, ettei voimaa määritellä uudestaan käyttövaiheessa. Tämä virhe johtaa kaksinkertaisiin voimiin. Yksikkövoima voidaan lisätä luontivaiheessa. Yksikkövoima voidaan helposti skaalata käyttövaiheessa ja hyödyntää taulukkovoimia, jolloin voidaan lisätä monimutkaisiakin voima-aika-historioita yhteen aika-askeleeseen. Syötinyksikön mallinnuksessa voimat lisätään käyttövaiheessa, koska runko on kiertyvä kappale. Lisätävät voimat ovat gravitaatio sekä akseleiden pyörimisnopeudet. (19)

Taulukossa 3.5.1 on esitetty, miten luontivaihe etenee. Tätä taulukkoa ennen on luotu aikaisemmin mainittu jäykistä kappaleista koottu malli. Syötinosan runko on muutettu joustavaksi ja sille on koottu elementtiverkko. Luontivaiheessa valitaan syötinosan rungon elementit sekä kontaktielementit, joiden kohdalta runko liittyy muihin syötinosan kappaleisiin. Näistä elementeistä luodaan elementtijoukko, johon kuuluu ne elementit, joista joustavana mallinnettava rakenne koostuu. On syytä huomata, ettei mahdollisia nivelten elementtejä saa valita näiden elementtien joukkoon, mikäli niillä ei ole kuutta vapausastetta (esimerkiksi translaationivelellä on vain yksi vapausaste). Tutkittavan joustavan komponentin elementtien lisäksi tässä vaiheessa valitaan päävapausasteet eli pääsolmut. Pääsolmut on syötinosan rungon tapauksessa valittu niihin pisteisiin, joista runko liittyy syötinosan muihin kappaleisiin. Kuvassa 3.5.2 on esitetty syötinosan rungon pääsolmujen sijainnit.



Kuva 3.5.2. Syötinosan rungon pääsolmujen sekä nivelpisteiden sijainnit

Taulukko 3.5.1: Luontivaiheen (Generation Pass) eteneminen ANSYS-ohjelmistossa

Askel	ANSYS komento
1.1	/clear
1.2	resume
1.3	/filename
1.4	/solu antype,substr
1.5	seopt,sename,2 cmsopt,fix,nmode
1.6	cmsel,s,elem cmsel,s,node m,all,all nsle
1.7	save
1.8	solve

Taulukossa 3.5.1 ensimmäiseksi tyhjennetään tarkasteltava tietokanta, jotta päästään aloittamaan luontivaihe. Tietokannan tyhjennys toteutetaan vain siinä tapauksessa, mikäli luontivaihe suoritetaan heti mallin luomisen jälkeen. Luodulla mallilla tarkoitetaan tässä työssä ANSYS Workbench-ohjelmistolla luotua mallia, jossa kaikki osat ja niiden väliset nivelet on sijoitettu oikeille paikoilleen. Runko on verkotettu halutulla elementtiverkolla ja asetettu joustavaksi kappaleeksi. Ulkoiset voimat on myös lisätty tässä vaiheessa malliin (gravitaatio ja akseleiden pyörimisnopeudet). Seuraavaksi valitaan luo-

misvaiheelle työnimi ja jatketaan tämän jälkeen täyttää mallia sekä valitaan tehtävän analyysin tyyppi, joka on alirakenneanalyysi. Seuraavaksi määritellään alirakenteen asetukset eli valitaan alirakenteelle nimi sekä määritellään massa ja jäykkyys. Tässä yhteydessä esitellään myös osarakenneanalyysissä käytettävät asetukset. Eli käytetäänkö kiinnitetyn rajapinnan tekniikkaa vai kiinnittämättömän rajapinnan tekniikkaa. Näiden asetusten jälkeen valitaan tutkittavan alirakenteen elementit sekä pääsolmut. Rakenteeseen vaikuttavat kuormitukset voidaan lisätä myös tässä vaiheessa, mikäli se on tarpeellista. Lopuksi malli tallennetaan ja analyysi ratkaistaan. (19)

Luomisvaiheen jälkeen siirrytään käyttövaiheeseen. Käyttövaiheen eteneminen pääpiirteittäin on esitetty taulukossa 3.5.2.

Taulukko 3.5.2: Käyttövaiheen (Use Pass) eteneminen ANSYS-ohjelmistossa

Askel	ANSYS komento
2.1	/clear
2.2	/filename
2.3	resume
2.4	/prep7
	cmsel,u,ename
	et,itype,matrix50
	keyopt,itype,3,1
	keyopt,itype,4,1
	type,itype
	se,sename

Taulukossa 3.5.2 esitelty käyttövaihe aloitetaan samoin kuin edellinen luontivaihe eli tietokannan tyhjentämisellä, mikäli käyttövaihe suoritetaan heti luontivaiheen jälkeen. Tämän jälkeen määritellään luontivaiheelle työnimi ja jatketaan täyttää mallia. Seuraavaksi siirrytään käyttövaiheen pääasialliseen tehtävään eli korvataan joustavat kappaleet matriisilla. Ensimmäiseksi varmistetaan siitä, etteivät joustavat kappaleet ole valittuina. Tässä tapauksessa ainoa joustava kappale on syötinosan runko. Seuraavaksi määritellään alirakenteen elementtityyppi. Tässä vaiheessa tulee varmistua siitä, että käytettävä elementin tyyppinumero on vapaa. Mikäli luontivaiheessa on lisätty kuormituksia, joiden ei haluta kiertyvän alirakenteen mukana, tulee valita oikea asetus. Kiertymättömille alirakenteille, joille rajoitteet on lisätty luontivaiheessa, valitaan vastaavasti oikea ase-

tus. Nämä valinnat ovat toisensa poissulkevia. Viimeisenä kohtana käyttövaiheessa määritellään alirakenne. (19)

Seuraavaksi suoritetaan monikappaleanalyysi. Analyysi pitää sisällään dynaamisen analyysin asetusten valinnan. Dynaamisen analyysin asetuksissa valitaan käytettävä ratkaisija sekä sen asetukset. Monikappaleanalyysi pitää sisällään myös reunaehtojen määrittämisen. Lopuksi määritellään simulaation kesto sekä aika-askeleet. (19)

Osarakenneanalyysi jatkuu seuraavaksi monikappaleanalyysin jälkeisellä laajennusvaiheella. Laajennusvaiheen eteneminen on esitetty taulukossa 3.5.3.

Taulukko 3.5.3: Laajennusvaiheen (Expansion Pass) eteneminen ANSYS-ohjelmistossa

Askel	ANSYS komento
3.1	/clear
3.2	/filename
3.3	resume
3.4	/solu expass,on
3.5	seexp,sename,usefil
3.6	numexp,all,,elcalc solve

Laajennusvaihe aloitetaan samoin kuin edellisetkin vaiheet. Ratkaisijaksi määritellään laajennusvaiheen ratkaisija. Tämän jälkeen määritellään laajennettava alirakenne, kertomalla ohjelmalle tutkittavan alirakenteen nimi sekä käyttövaiheen työnimi. Viimeiseksi määritellään ratkaisut, jotka halutaan laajentaa ja ratkaistaan laajennusvaihe. (19)

Näiden vaiheiden suorittamisen jälkeen yhdistetään kaikki tulostiedostot, jotta saadaan aikaiseksi koko mallin tulostiedosto. Tämän vaiheen jälkeen mallille voidaan suorittaa jälkikäsitteily. (17) Yhdistetyn tulostiedoston luonti on esitelty taulukossa 3.5.4.

Taulukko 3.5.4: Yhdistetyn tulostiedoston luonnin eteneminen, kun käytetään ANSYS-ohjelmistoa

Askel	ANSYS komento
4.1	/clear
4.2	/filename
4.3	resume
4.4	/delete
4.5	/post1 *do,j,1,nsubsteps
	file,use set,1,j
	file,body append,1,j
	rewrite,fname *enddo

Taulukossa 3.5.4 esitetty yhdistetyn tulostiedoston luonti aloitetaan samoin, kuin aikaisempien vaiheiden. Yhdistetyn tulostiedoston luonti aloitetaan poistamalla mahdollinen olemassa oleva yhdistetty tulostiedosto. Mikäli poisto ei onnistu, ANSYS-ohjelmisto liittää uudet tulokset edellisen tulostiedoston jatkoksi. Tämän jälkeen aloitetaan tulosten yhdistäminen. Tässä tapauksessa yhdistetään jokaisen aika-askeleen tulokset. Tulosten läpikäynti onnistuu silmukkarakenteen avulla. Yhdistettyyn tulostiedostoon sisältyy käyttövaiheen tulokset sekä laajennetut alirakenteen tulokset. Jos alirakenteita on useita, alirakenteen tulokset toistetaan kaikille alirakenteille. Viimeisenä vaiheena kirjoitetaan yhdistetyt tulokset ja siirrytään seuraavaan aika-askeleeseen. (19)

Aikaisemmin esitetyn kuvan 3.5.1 perusteella käytettävien ominaismuotojen määräksi valitaan 40 muotoa. Tähän valintaan vaikuttaa myös käytössä oleva rajallinen laskenta-teho. Liitteessä 1 on esitetty rungon ominaismuotojen taajuudet, kun rungon elementti-verkon tiheyttä on varioitu.

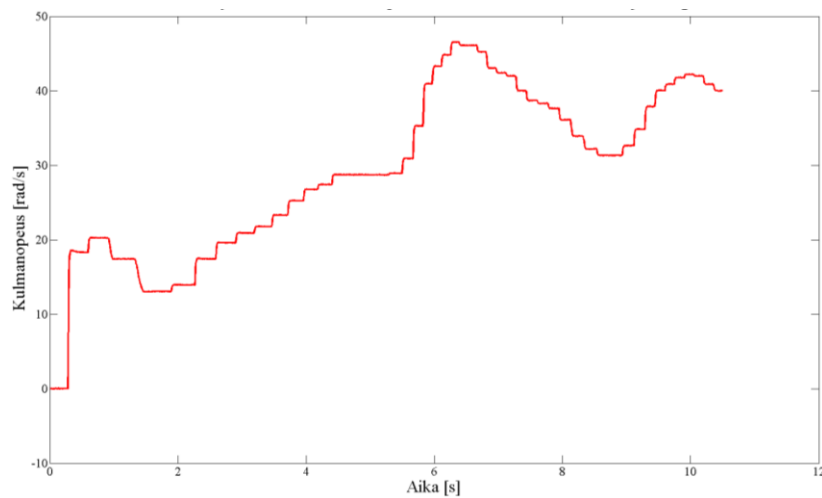
Liitteen 1 taulukossa 1 esitettyjen tulosten perusteella valitaan sopiva elementtiverkko rungolle. Tätä elementtiverkkoa käytetään kummassakin simulointiohjelmistossa, jotta niistä saadut tulokset olisivat vertailukelpoisia keskenään. Kuten liitteen 1 taulukosta 1 huomataan, lähestyy esimerkiksi ominaismuodon 40 taajuus arvoa 500 Hz. Kaikki ominaismuotojen taajuudet pienenevät tasaisesti sitä mukaa, kun verkkoa tihennetään. Tässä

työssä tietokoneen laskentateho tulee esteeksi, kun elementtiverkko on liian tiheä, joten käytettäväksi verkoksi valitaan verkko, jossa on 118912 solmua.

Tämän työn tekemisen yhteydessä kirjoitetut ANSYS-ohjelmiston makrot on esitetty liitteissä 2 ja 3. Liitteessä 2 on esitetty makro, jonka avulla syötinosan rungon osarakenneanalyysi voidaan suorittaa ANSYS Workbench ympäristössä. Vastaavasti liitteessä 3 on esitetty makro, jolla luodaan normaalimuotojen tiedosto (Modal Neutral File, MNF) ADAMS-ohjelmistoon. Liitteen 3 makro voidaan suorittaa ANSYS Workbench-ohjelmistossa. Solmukohtien sekä elementtien valinnassa on käytetty apuna lokaaleja koordinaatistoja. Nämä koordinaatistot on lisätty nivelpisteisiin, jolloin nivelpisteen elementit voidaan valita koordinaatiston avulla. Nämä nivelpisteen elementit voidaan täten liittää osaksi sitä joustavaa rakennetta, jolle osarakenneanalyysi suoritetaan. Nivelelementtejä ei niiden vapausasteisiin kohdistuvien rajoitteiden takia voida valita mukaan, kuten edellä on selitetty. Näiden nivelpisteiden nivelelementtien solmupisteet voidaan määrittää koordinaatistojen avulla pääsolmuiksi.

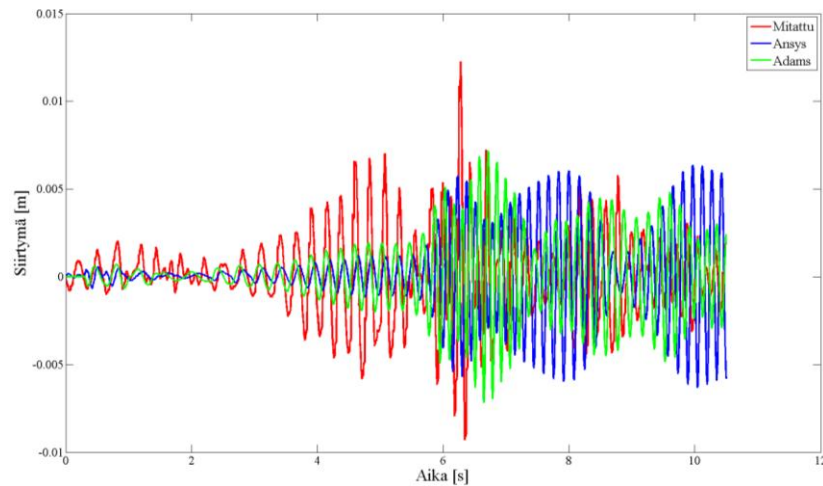
4 SAADUT TULOKSET JA NIIDEN TARKASTELO

Tässä kappaleessa on esitetty syötinosan simuloinnista saadut tulokset. Lisäksi tässä kappaleessa tarkastellaan saatuja tuloksia. Ensimmäisenä saatuna tuloksena esitetään tutkittavasta rakenteesta mitattu keskimmäisen takajousen siirtymä 10,5 sekunnin pituisella ohjaussignaalilla ja verrataan tätä siirtymää simuloitujen mallien siirtymään vastaavassa kohdassa. Tämä 10,5 sekunnin pituinen ohjaussignaali on esitetty kuvassa 4.1.



Kuva 4.1. Syötinosan käyttöakselin kulmanopeushistoria 10,5 sekunnin ohjaussignaalilla

Keskimmäisen takajousen siirtymät tutkittavassa rakenteessa sekä simulaatiomalleissa 10,5 sekunnin ohjaussignaalilla on esitetty kuvassa 4.2. Tätä mittaustulosta voidaan käyttää tutkitun rakenteen ja simuloitujen mallien vertailussa.

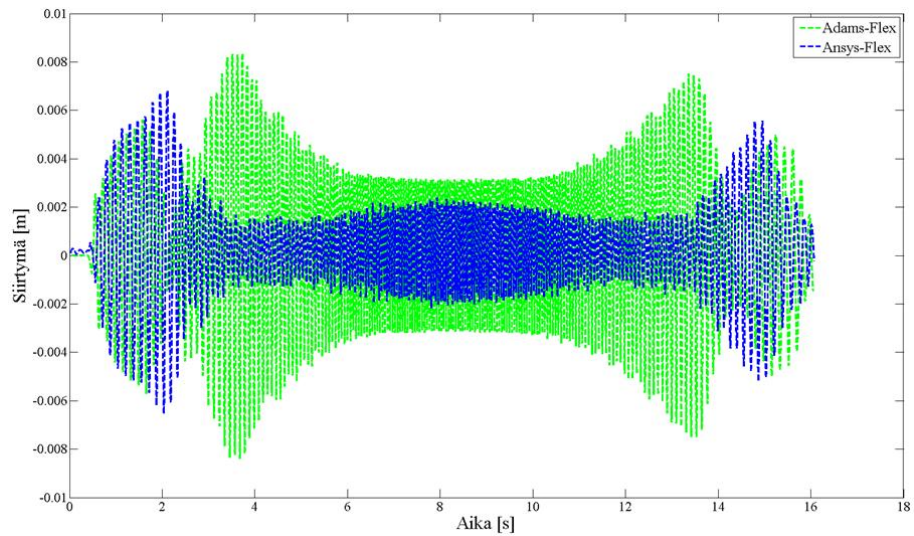


Kuva 4.2. Syötinosan keskimmäisen takajousen siirtymien vertailua 10,5 sekunnin pituisella ohjaussignaalilla

Kuten kuvassa 4.2 esitetystä kuvaajasta huomataan, sekä ADAMS että ANSYS-ohjelmistolla simuloidussa mallissa on eroa verrattuna tutkittavasta mallista mitattuun takajousen siirtymään. ANSYS ja ADAMS-ohjelmistolla simuloidussa mallissa keskimäinen 6 sekunnin kohdalla tapahtuva suuri siirtymä on samaa suuruusluokkaa mitattujen tulosten kanssa. Tätä 6 sekunnin kohdalla olevaa siirtymää ympäröivät pienemmät siirtymät eivät osu täysin kohdalleen ANSYS-ohjelmistolla simuloidussa mallissa.

Luoduissa malleissa on käytetty syötinosan valmistajalta (Metso Minerals Oy) saatua dataa, jonka perusteella jousien ominaisuudet on määritelty. Tulosten parantamiseksi tulisi oikean rakenteen jousista suorittaa tarkempia mittauksia. Tämä keskimäisen takajousen siirtymässä tapahtuva ero aiheuttaa myös eroa simuloidun mallin jännitysmittauksiin eroja.

Kuvassa 4.3 on esitetty 16.045 sekunnin ohjaussignaalilla (esitetty kuvassa 3.1.2) mitattu takajousen siirtymä simulaatiomalleista. Tätä siirtymää ei ole mitattu tutkittavasta rakenteesta, joten kuvassa 4.3 vertaillaan kahta simulointimallia keskenään.



Kuva 4.3. Syötinosan keskimmäisen takajousen siirtymän vertailua simulointimallien välillä, kun käytössä 16,05 sekunnin pituinen ohjaussignaali

Kuten kuvassa 4.3 esitetystä kuvaajasta huomataan, on takajousen siirtymä ADAMS-ohjelmistolla luodussa mallissa suurempi kuin ANSYS-ohjelmistolla luodussa mallissa. Tämä ero vaikuttaa vertailtaessa muita tuloksia keskenään.

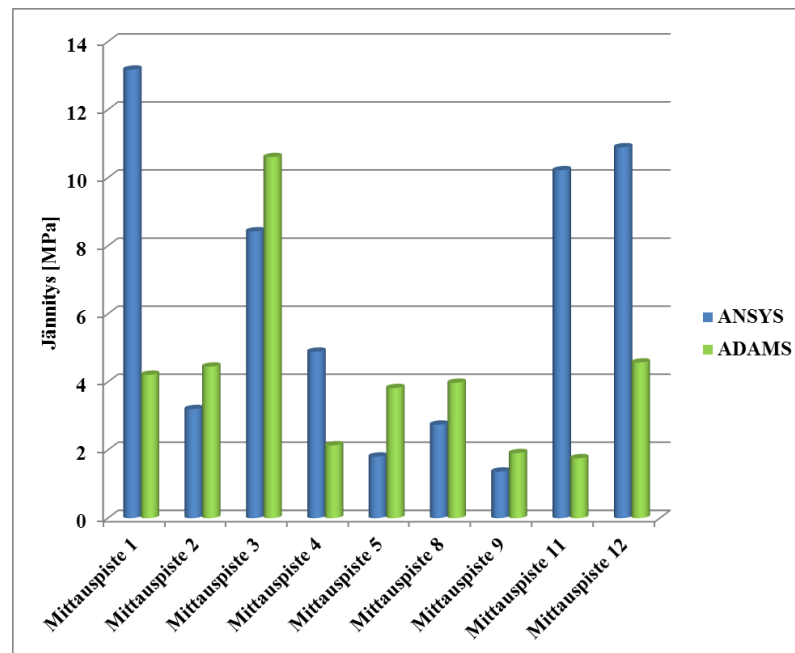
Seuraavaksi vertaillaan saatuja jännityksiä kahden edellä esitetyn simulointiohjelmiston sekä tutkittavasta rakenteesta mitattujen jännitysten kesken. Tutkittavasta järjestelmästä mittaukset on tehty venymäliuskojen avulla. Runkoon on liitetty yhdeksän venymäliuskaa. Liitteessä 4 on esitetty venymäliuskojen paikat. Simulointimalleissa jokaisen liuskan kohdalla on mittauspiste, josta mitataan liuskan suuntainen jännitys. Liuskojen jännityshistorioiden kuvaajat esitetään liitteessä 5.

Liitteen 5 kuvista 1, 2, 8 ja 9 nähdään, että mittauspisteiden 1, 2, 11 ja 12 kohdilla ADAMS-ohjelmistolla luodun mallin rungon jännitykset ovat merkittävästi pienempiä kuin tutkittavasta mallista mitatut rungon jännitykset. Liitteen 5 jännityskuvaajien, sekä taulukon 4.1 perusteella nähdään, että syötinosa ADAMS-ohjelmistolla mallinnetun simulointimallin ja tutkittavan mallin tulokset vastaavat pääosin toisiaan muiden venymäliuskojen kohdalla. Liitteessä 6 on esitetty mittauspisteiden 1, 2, 11 ja 12 jännityshistoriat sellaisella skaalauksella, jolloin jännitysten suuruusluokka on samaa luokkaa tutkittavasta rakenteesta mitattujen tuloksien sekä ADAMS-ohjelmistolla simuloidun mallin välillä. Tästä huomataan, että ADAMS-ohjelmistolla simuloidun mallin jännityshis-

toriakuvaajat vastaavat muodoltaan tutkittavasta rakenteesta mitattuja jännityshistoriakuvaajia.

Liitteen 5 kuvien 1 - 9 perusteella ANSYS-ohjelmistolla luodun simulaatiomallin rungon jännitykset ovat pääosin suurempia kuin tutkittavasta rakenteesta mitatut tulokset. Tämä käy erityisesti ilmi liitteen 5 kuvista 1, 3, 4, 6, 8 ja 9.

Kuvassa 4.4 on esitetty pylväsdiagrammi, joka esittää simuloitujen mallien ja tutkittavan rakenteen jännityshistorian tulosten itseisarvojen keskimääräistä eroa. Mittaukset on tehty mittauspisteittäin.



Kuva 4.4. Simuloitujen mallien rungon jännitysten keskimääräinen virheen itseisarvo verrattuna tutkittavasta mallista mitattuihin jännityksiin mittauspisteittäin

Kuten kuvasta 4.4 voidaan huomata, on simulaatiomallien ja tutkittavasta rakenteesta mitattujen jännitysten välillä eroja mittauspisteiden välillä. Kuvan 4.4 mukaan mittauspisteessä 1 ANSYS-ohjelmistolla luodun mallin virhe on huomattavasti suurempi kuin ADAMS-ohjelmistolla luodun mallin. Tämä suuri ero johtuu tulosten vaihe-erosta tutkittavan rakenteen ja ANSYS-ohjelmistolla luodun mallin välillä. Vaihe-ero on syntynyt, kun tutkittavan rakenteen jännityshistoriat on interpoloitu samalle aika-askelelle simulaatiomallien jännityshistorioiden kanssa. Lisäksi mittauspisteessä 1, 2, 11 ja 12

ADAMS-ohjelmistolla luodun simulointimallin tulokset ovat huomattavasti tutkittavan rakenteen jännitystuloksia pienempiä. Tämä käy paremmin ilmi liitteen 5 kuvaajista.

Yksi tämän työn päätavoitteista on selvittää, kuinka hyvin käytetyt simulointiohjelmit soveltuvat tutkittavan rakenteen analysointiin. Seuraavassa listataan kummankin käytetyn ohjelmiston hyviä ja huonoja puolia, joihin on törmätty tätä työtä tehdessä.

Ensimmäinen huomionarvoinen seikka on joustavan kappaleen mallintaminen ADAMS ja ANSYS-ohjelmistoissa. Jotta ADAMS-ohjelmistossa voidaan käsitellä joustavaa kappaletta, tulee se verkottaa elementtimenetelmään perustuvasta FEM-ohjelmistossa. Tässä FEM-ohjelmistossa suoritetaan myös tutkittavan kappaleen ominaisuotoanalyysi. Tässä tapauksessa tämä toinen ohjelmisto on ANSYS, josta joustava kappale siirretään ADAMS-ohjelmistoon normaalimuototiedostona. Vastaavasti käytettäessä ANSYS-ohjelmistoa voidaan joustavaa kappaletta käsitellä suoraan tutkittavan monikappalejärjestelmän osana.

Ensimmäisenä tarkastellaan ANSYS Workbench-ohjelmiston käyttöä. Osarakennetekniikan soveltaminen onnistuu periaatteessa varsin suoraviivaisesti ANSYS-ohjelmistossa, jos käytetään ANSYS Mechanical APDL-käyttöliittymää. ANSYS Workbench-ohjelmisto, joka on ANSYS-ohjelmiston graafinen käyttöliittymä, ei kuitenkaan suoraan osaa soveltaa osarakennetekniikkaa, jolloin osarakenneanalyysi tulee suorittaa ANSYS Workbench-ohjelmistossa käyttäjän kirjoittaman makron avulla.

Tutkittava geometria tai systeemin kokoonpano voidaan tuoda ANSYS Workbench käyttöliittymään sellaisenaan esimerkiksi SolidWorks-ohjelmistosta. ANSYS Workbench-ohjelmistossa voidaan valita tutkittavalle rakenteelle materiaaliarvot, kappaleiden välillä olevat nivelet ja järjestelmään vaikuttavat voimat. Lisäksi joustavana mallinnettavalle osalle voidaan luoda elementtiverkko helposti ANSYS Workbench ympäristössä. Kuten jo aikaisemmin todettiin, osarakenneanalyysi tulee suorittaa ANSYS-ohjelmiston omalla makrokielellä luodulla makrolla. Toimivan makron kirjoittaminen ANSYS Workbench-ohjelmaan on varsin työlästä, mutta ei mahdotonta, kuten tämän työn tulokset osoittavat.

ANSYS Workbench-ohjelmisto on itsessään varsin selkeä käyttää. Hyvinä puolina voidaan mainita tutkittavan geometrian vaivaton päivittäminen, koska geometriaa voidaan muuttaa esimerkiksi SolidWorks-ohjelmistossa ja sen jälkeen päivittää uusi geometria suoraan ANSYS Workbench-ohjelmaan. Myös joustavan kappaleen elementtiverkon variointi on helppoa ohjelman sisällä. Heikkoutena ANSYS Workbench-ohjelmasta voidaan mainita se, ettei ainakaan tämän työn puitteissa siitä löytynyt suoraa tapaa etsiä tutkittavan järjestelmän tasapainotila automaattisesti. Tämä vaikeuttaa sellaisten järjestelmien simulointia, joiden tasapainotilaa ei voida etukäteen suoraan nähdä tai tietää.

Mallinnettaessa joustavista kappaleista koostuvan monikappalejärjestelmän dynaamista vastetta ADAMS View-ohjelmisto on ainakin toistaiseksi riippuvainen ulkopuolelta tuoduista joustavista kappaleista. ADAMS View-ohjelma on ANSYS Workbench-ohjelman tavoin selkeäkäyttöinen ohjelmisto. ADAMS View-ohjelmistolla on yleisessä voimassa pääosin samat hyvät puolet kuin ANSYS Workbench-ohjelmistolla, kun puhutaan monikappalemallin kokoamisesta. ADAMS View-ohjelmistossa geometrian korvaaminen uudella geometrialla on yleisesti varsin hidasta, koska uusi geometria joudutaan tuomaan ohjelmaan uudestaan. Tämä aiheuttaa pahimmassa tapauksessa sen, että esimerkiksi jotkin muutettavaan geometriaan vaikuttavat voimat joudutaan määrittämään uudestaan muokatulle geometrialle. Tämä hidastaa mallin parissa työskentelyä. Lisäksi, koska ADAS View-ohjelmisto ottaa joustavat kappaleet toisesta ohjelmistosta, on näiden elementtiverkkojen kokoa sekä tutkittavien ominaismuotojen määrää mahdoton muuttaa suoraan ADAMS View-ohjelmistossa.

5 YHTEENVETO

Liikkuvan kivimurskaimen syötinosaan rungon jännityksiä tutkittiin ADAMS-ohjelmistolla mallinnetun simulaatiomallin ja ANSYS-ohjelmistolla mallinnetun simulaatiomallin avulla. Näistä simulaatiomalleista saatuja tuloksia verrattiin tutkittavasta mallista mitattuihin jännityksiin. Työkiertona simulaatiomalleissa käytettiin samaa työkiertoa kuin tutkittavan järjestelmän mittauksissa. Tutkittava syötinosa mallinnettiin syötinosaan runkoa lukuun ottamatta jäykkänä. Runko mallinnettiin joustavana hyödyntämällä elementtimenetelmää ja osarakennetekniikkaa.

Simulaatiomallien tulokset vastasivat vaihtelevasti tutkittavasta rakenteesta mitattuja tuloksia. ADAMS-ohjelmistolla luodun simulaatiomallin tulokset vastasivat hyvin mitattuja jännityksiä mittauspisteiden 4, 5 ja 9 kohdalla. Mittauspisteissä 1, 2, 11 ja 12 ADAMS-ohjelmistolla luodun simulaatiomallin jännitykset olivat merkittävästi pienempiä kuin tutkittavasta järjestelmästä mitatut. Kuitenkin, kun nämä saadut tulokset skaalattiin tutkittavasta rakenteesta mitattujen tulosten kanssa samaan kokoluokkaan, huomattiin, että jännityshistorian muoto oli samansuuntainen tutkittavan rakenteen jännityshistorian kanssa. Liian pienet mittaustulokset voivat johtua mittaussuunnista, jotka olivat globaaleihin koordinaatteihin nähden vinot. Tämä voi aiheuttaa ongelmia mitattaessa rungon jännityksiä ADAMS-ohjelmistossa. Mittauspisteessä 3 ADAMS-ohjelmistolla luodun mallin jännitykset olivat pääosin suurempia kuin tutkittavasta rakenteesta mitatut jännitykset. Mittauspisteen 8 tulokset eivät olleet yhtenevät ADAMS-ohjelmistolla luodun mallin ja tutkittavan rakenteen välillä.

Vastaavasti ANSYS-ohjelmistolla luodun simulaatiomallin tulokset vastasivat pääosin muodoltaan tutkittavasta rakenteesta mitattuja arvoja. Kuitenkin ANSYS-ohjelmistolla luodun simulaatiomallin jännitysarvot olivat lähes poikkeuksetta suurempia kuin tutkittavasta rakenteesta mitatut jännitysarvot. Toisaalta täten ANSYS-ohjelmistolla luodun simulaatiomallin jännitysarvot olivat turvallisella puolella eli arvoiltaan suurempia kuin tutkittavasta rakenteesta mitatut arvot.

Tämä työn perusteella voidaan todeta, että ANSYS-ohjelmistoa ja ANSYS Workbench-käyttöliittymää voidaan käyttää tässä työssä tutkittavan järjestelmän simuloinnissa myös

silloin, kun tutkittava järjestelmä koostuu osittain joustavista kappaleista. Vaikka ANSYS Workbench-ohjelmisto ei vielä suoraan tue osarakennetekniikkaa, voidaan sitä silti käyttää hyväksi ANSYS Workbench-ohjelmistolla luodussa mallissa makrojen avulla. Osarakennetekniikan hyödyntäminen vaatii kuitenkin käyttäjältä ANSYS-ohjelmiston syntaksin ymmärtämistä sekä kykyä sisäistää osarakennetekniikan toimintaperiaatteet. Myös ADAMS-ohjelmisto soveltuu syötinosan simulointiin, kun syötinosan runko on mallinnettu joustavana kappaleena ANSYS-ohjelmistossa ja tuotu sieltä ADAMS-ohjelmistoon. Tämä työ loi hyvän pohjan sille, kuinka osarakennetekniikkaa voidaan jatkossa hyödyntää tätä rakennetta tutkittaessa. Tässä työssä esiteltyjä menetelmiä voidaan hyödyntää myös muiden järjestelmien toiminnan simuloinnissa.

5.1 Jatkokehitys

Jatkokehityksenä tulisi tutkia tarkemmin sitä, montako ominaismuotoa tarvitaan, eli miten korkeisiin ominaistajuuksiin asti runkoa tulisi tutkia. Lisäksi tulisi selvittää tässä tutkittavassa tapauksessa optimaalinen elementtiverkko rungolle. Syötinpöydän geometria oli sellaisenaan liian monimutkainen lisättäväksi ANSYS Workbench-ohjelmistoon. Ongelmaksi osoittautui ANSYS Workbench-ohjelmiston tarve verkottaa myös jäykkänä kuvatut kappaleet. Syötinpöydän jäykkien osien verkotus ei onnistunut sellaisenaan, jolloin syötinpöydän geometriaa piti yksinkertaistaa. Vaikka pöydän massa sekä massakeskipiste pyrittiinkin pitämään identtisenä alkuperäisen syötinpöydän geometrian kanssa, on mahdollista, että geometrian yksinkertaistaminen vaikutti saatuihin tuloksiin. ADAMS-ohjelmistolla luodussa mallissa geometriaa ei tarvinnut yksinkertaistaa. Työn lopputulokseen vaikuttivat myös oleellisesti saadut alkutiedot ja alkuarvot. Tässä työssä yksi suurimmista alkuarvojen virhelähteistä olivat rakenteen jouset. Jousien alkuarvoissa olevat mahdolliset virheet vaikuttivat saatuihin tuloksiin. Kun syötinosan simulaatio suoritetaan ANSYS-ohjelmistolla, syntyvä tulostiedosto on kooltaan suuri. Tämän tiedoston suuruutta voidaan jatkokehityksessä pienentää optimoimalla kirjoitettua osarakennetekniikan makroa ja valitsemalla vain halutut tulokset tulostiedostoon.

LÄHDELUETTELO

1. Lokotrak: Tela-alustaiset murskaussyksiköt ja seulat Metso Minerals esitelehtinen.
[http://www.metso.com/miningandconstruction/MaTobox7.nsf/DocsByID/0112518590D65B1BC22576020024545E/\\$File/Lokotrack_Contractor_Finnish.pdf](http://www.metso.com/miningandconstruction/MaTobox7.nsf/DocsByID/0112518590D65B1BC22576020024545E/$File/Lokotrack_Contractor_Finnish.pdf) (Viitattu 20.9.2012)
2. Shabana, A. A. 1998. Dynamics of Multibody Systems Second Edition. USA: Cambridge University Press. ISBN 0-521-59446-4
3. De Jalón, J. G. & Bayo, E. 1994. Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems: The Real-Time Challenge. New York: Springer-Verlag. ISBN 0-387-94096-0
4. Rouvinen A. 2003. Mekanismien dynamiikan simuloinnissa sovellettavia numeerisia- ja mallinnusmenetelmiä. Tutkimusraportti 44. ISBN 951-764-797-2
5. Géradin, M. & Cardona, A. 2001. Flexible Multibody Dynamics: A Finite Element Approach. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd. ISBN 0-471-48990-5
6. Mikkola, A. Mekaniikan luentomoniste. Simulation of Mechatronic Machine kurssi LUT 2010
7. Kortelainen, J. 2011. Semantic Data Model for Multibody System Modeling. VTT Publications 766. ISBN 978-951-38-7742-2
8. Shabana, A. A. 2010. Computational Dynamics Third Edition. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd. ISBN 978-0-470-68615-7
9. Shabana A. A. 1997. Flexible Multibody Dynamics: Review of Past and Recent Developments. Multibody System Dynamics. vol. 1. pp. 189-222.
10. Rantalainen, T. 2012. Simulation of Structural Stress History Based on Dynamic Analysis. Acta Universitatis Lappeenrantaensis 494. ISBN 978-952-265-325-3

11. Ravn, P. 1998. Analysis and Synthesis of Planar Mechanical Systems Including Flexibility, Contact and Joint Clearance. ISSN 0903-1685
12. Klodowski, A. 2012. Flexible Multibody Approach In Bone Strain Estimation During Physical Activity: Quantifying Osteogenic Potential. Acta Universitatis Lappeenrantaensis 483. ISBN 978-952-265-2888-1
13. Liu A. Q. & Liew K. M. 1994. Non-linear Substructure Approach for Dynamic Analysis of Rigid-flexible Multibody Systems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. vol. 114. pp. 379-396.
14. Hakala, M. K. 1986. Lujuusopin elementtimenetelmä. Espoo: Otapaino. ISBN 951-671-395-5
15. Bathe, K-J. 2006. Finite Element Procedures. USA: Bathe K-J. ISBN 978-0-9790049-0-2
16. Reddy, J. N. 1993. An Introduction to the Finite Element Method Second Edition. USA: McGraw-Hill ISBN 0-07-051355-4
17. Heikkinen, J. 2010. Kokeellisen moodianalyysin jälkikäsitteily ominaismuotojen visuaaliseksi tarkastelemiseksi. Diplomityö. Lappeenrannan teknillinen yliopisto: Kone-tekniikan osasto
18. Agrawal O. P. & Shabana A. A. 1985. Dynamic Analysis of Multibody Systems Using Component Modes. Computers & Structures. vol 21. no. 6. pp. 1303-1312.
19. ANSYS, Inc, ANSYS®, Version 14.0.1, Help (2010)
20. Craig, R. R. Jr. & Bampton, M. C. C. 1968. Coupling of Structures for Dynamic Analyses. American Institute of Aeronautics and Astronautics. vol. 6. no. 7. pp. 1313-1319.

21. Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E. & Witt, R. J. 2002. Concepts and Applications of Finite Element Analysis 4th Edition. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd. ISBN 978-0-471-35605-9
22. Craig, R. R. Jr. 2000. Coupling of Substructures for Dynamic Analyses: An Overview. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
23. Craig, R. R. Jr. & Kurdila, A. J. 2006. Fundamentals of Structural Dynamics Second Edition. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons Ltd. ISBN 978-0-471-43044-5
24. Hilber, H. M., Hughes, T. J. R. & Taylor, R. L. 1977. Improved Numerical Dissipation for Time Integration Algorithms in Structural Dynamics. Earthquake Engineering and Structural Dynamics. vol. 5. pp. 283-292.
25. MSC.Software, MSC.ADAMS®, Release R3, Help System (2010)
26. Rankin, C. C. & Brogan, F. A. 1986. An Element Independent Corotational Procedure for the Treatment of Large Rotations. Journal of Pressure Vessel Technology. vol 108. pp. 165-174.

Taulukko 1: Syötinosan rungon ominaismuotojen taajuudet [Hz] eri elementtiverkon tiheyksillä

Omi- nais- muoto nro.	Elementti- verkon sol- mujen mää- rä: 49904	Elementtiver- kon solmujen määrä: 62640	Elementtiver- kon solmujen määrä: 86523	Elementtiver- kon solmujen määrä: 118912
1	122	119	118	117
2	123	119	118	117
3	141	134	131	127
4	142	135	133	128
5	144	136	133	133
6	150	138	134	133
7	205	177	169	167
8	206	186	169	167
9	207	198	195	195
10	218	202	197	196
11	244	238	235	232
12	245	239	235	232
13	278	272	269	266
14	279	273	270	267
15	301	287	281	278
16	309	290	283	280
17	329	307	300	295
18	329	312	301	295
19	343	318	313	310
20	348	320	316	312
21	377	356	346	341
22	381	358	346	341
23	437	417	407	401
24	443	418	408	401
25	458	435	423	417
26	460	436	424	417
27	465	437	427	417
28	471	441	430	422
29	479	449	433	422
30	487	454	436	427
31	499	462	444	433
32	507	469	458	453
33	525	473	461	455
34	537	507	494	485
35	540	509	496	486
36	564	533	516	499
37	580	542	517	500
38	592	546	523	507
39	604	551	527	512
40	623	572	555	535

Syötinosan rungon osarakenneanalyysin ANSYS-makro

```
!Valitaan tiedostonimi  
finish  
/filename,Runko  
save
```

```
!Valitaan luontivaiheelle tiedostonimi  
/filename,GenRunko  
/prep7
```

```
!Valitaan osarakenneanalyysissa käytettävät elementit  
!Joustavan kappaleen elementit  
esel,s,ename,,SOLID186  
esel,a,ename,,SOLID187  
esel,a,ename,,CONTA174  
esel,a,ename,,CONTA175  
cm,TEMP_slave,elem
```

```
!Etsitään ja valitaan nivelpisteistä TARGE170-elementit  
!Liitäntä maahan  
csys,12
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,maa1_e,elem
```

```
csys,16
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,maa2_e,elem
```

```
csys,17
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,maa3_e,elem
```

```
csys,18
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0
```

cm,maa4_e,elem

!Jouset oikealla
csys,13

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,oik1_e,elem

csys,26

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,oik2_e,elem

csys,27

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,oik3_e,elem

csys,28

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,oik4_e,elem

!Jouset vasemmalla
csys,14

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,vas1_e,elem

csys,29

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,vas2_e,elem

csys,30

esel,s,cent,x,0


```
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,vas3_e,elem
```

```
csys,31
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,vas4_e,elem
```

```
!Takajouset  
csys,20
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,taka1_e,elem
```

```
csys,21
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,taka2_e,elem
```

```
csys,22
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,taka3_e,elem
```

```
csys,15
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,taka4_e,elem
```

```
csys,23
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,taka5_e,elem
```

```
csys,24
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,taka6_e,elem
```

```
csys,25
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,taka7_e,elem
```

```
!Apunivelet rungon ja syötinpöydän sekä rungon ja maan !vä-  
lillä
```

```
csys,19
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,liuku1_e,elem
```

```
csys,32
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,liuku2_e,elem
```

```
!Laidat (MASS21-elementti)
```

```
csys,33
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,laita1_e,elem
```

```
csys,34
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,laita2_e,elem
```

```
csys,35
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,laita3_e,elem
```

```
csys,36
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,laita4_e,elem
```

```
!Yhdistetään kaikki valitut rungon elementit
```

```
cmsel,s,maa1_e  
cmsel,a,maa2_e  
cmsel,a,maa3_e  
cmsel,a,maa4_e  
cmsel,a,oik1_e  
cmsel,a,oik2_e  
cmsel,a,oik3_e  
cmsel,a,oik4_e  
cmsel,a,vas1_e  
cmsel,a,vas2_e  
cmsel,a,vas3_e  
cmsel,a,vas4_e  
cmsel,a,taka1_e  
cmsel,a,taka2_e  
cmsel,a,taka3_e  
cmsel,a,taka4_e  
cmsel,a,taka5_e  
cmsel,a,taka6_e  
cmsel,a,taka7_e  
cmsel,a,liuku1_e  
cmsel,a,liuku2_e  
cmsel,a,laita1_e  
cmsel,a,laita2_e  
cmsel,a,laita3_e  
cmsel,a,laita4_e  
cmsel,a,TEMP_slave  
esel,u,ename,,MPC184 !Ei valita nivelelementtiä MPC184,  
!koska sitä ei voida käyttää osarakenneanalyysissä
```

```
!Nimetään rungon elementit yhdeksi ryhmäksi  
cm,RUNKO_slave,elem  
esel,all
```

```
!Valitaan pääsolmut  
!Nivelpisteet maahan  
csys,12
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0
```

```
nsle  
cm,maal,node
```

```
csys,16
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,maa2,node
```

```
csys,17
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,maa3,node
```

```
csys,18
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,maa4,node
```

```
!Jouset oikealla  
csys,13
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,oik1,node
```

```
csys,26
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,oik2,node
```

```
csys,27
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0
```

```
nsle  
cm,oik3,node
```

```
csys,28
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,oik4,node
```

```
!Jouset vasemalla  
csys,14
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,vas1,node
```

```
csys,29
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,vas2,node
```

```
csys,30
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,vas3,node
```

```
csys,31
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,vas4,node
```

```
!Takajouset  
csys,20
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0
```

```
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka1,node
```

```
csys,21
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka2,node
```

```
csys,22
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka3,node
```

```
csys,15
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka4,node
```

```
csys,23
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka5,node
```

```
csys,24
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka6,node
```

```
csys,25
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0
```

```
nsle
cm,taka7,node

!Apunivelet
csys,19

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,liuku1,node

csys,32

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,liuku2,node

!Laidat
csys,33

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,laita1,node

csys,34

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,laita2,node

csys,35

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,laita3,node

csys,36

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
```

LIITE 2 10/12

```
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,laita4,node
```

!Yhdistetään kaikki valitut pääsolmut yhdeksi joukoksi

```
cmsel,s,maa1  
cmsel,a,maa2  
cmsel,a,maa3  
cmsel,a,maa4  
cmsel,a,oik1  
cmsel,a,oik2  
cmsel,a,oik3  
cmsel,a,oik4  
cmsel,a,vas1  
cmsel,a,vas2  
cmsel,a,vas3  
cmsel,a,vas4  
cmsel,a,taka1  
cmsel,a,taka2  
cmsel,a,taka3  
cmsel,a,taka4  
cmsel,a,taka5  
cmsel,a,taka6  
cmsel,a,taka7  
cmsel,a,liuku1  
cmsel,a,liuku2  
cmsel,a,laita1  
cmsel,a,laita2  
cmsel,a,laita3  
cmsel,a,laita4  
cm,RUNKO_master,node  
allsel,all
```

!Alirakenneanalyysi

/solu

antype,substr

!valitaan analyysin tyyppi

seopt,GenRunko,2,0,0

CMSOPT,FIX,ARG1,0,10000,,0

!osarakenneanalyysin asetukset

mdele,all,all

!poistetaan päävapausasteet

cmsel,s,RUNKO_master

!valitaan pääsolmut

m,all,all

cmsel,s,RUNKO_slave

!valitaan CMS elementit

nsle

save

solve

finish

save

finish

LIITE 2 11/12

```
!Aloitetaan käyttövaihe
/clear,nostart
finish
/filename,RunkoUse
resume,GenRunko,db

/prep7
cmsel,s,RUNKO_SLAVE
nsle
nsel,inve
esel,inve

cmsel,a,RUNKO_MASTER

!Luodaan MATRIX50-elementti
et,500,MATRIX50
type,500
real,500
mat,500
mp,mu,500,0.0
se,GenRunko      !määritellään superelementti
finish

!Suoritetaan dynaaminen analyysi järjestelmälle
/solu
antype,4
nlgeom,on          !suuret taipumat käyttöön
solcontrol,on,on
recontrol,,none
trnpt,full,,,,hht  !valitaan ratkaisijaksi HHT
tintp,0.01         !alpha muuttujan arvo
outres,basic,all   !valitaan mitä ratkaistaan
time,17.295        !simulointiaika
autots,off
deltim,0.005       !aika-askel
timint,on          !massa vaikutukset päälle
solve
save
finish

/clear,nostart
/filename,GenRunko
resume

!Aloitetaan laajennusvaihe
/solu
expass,on          !laajennusvaihe käyntiin
seexp,GenRunko,RunkoUse  !valitaan vaiheet
```

LIITE 2 12/12

```
numexp,all,,,yes           !valitaan kaikki ratkaisut
solve
finish

/post1

finish
/clear,nostart
/filnam,Runko
resume
/delete

!Yhdistetään saadut tulokset yhteen tiedostoon
/post1
FILE,'RunkoUse','rst','.'
SET,,,,,,last
*GET, nsubsteps, active, 0, solu, ncmss,,

*do,j,1,nsubsteps
  file,'RunkoUse','rst','.'
  set,1,j
  file,'GenRunko','rst','.'
  append,1,j
  rewrite,ResultCMS
*enddo
```

Syötinosan rungon ANSYS-makro, jonka avulla saadaan luotua mnf-tiedosto ADAMS-ohjelmistolle

```
!Valitaan tiedoston nimi
finish
/filename,Runko
save
```

```
/prep7
```

```
!Valitaan osarakenneanalyysissa käytettävät elementit
esel,s,ename,,SOLID186
esel,a,ename,,SOLID187
esel,a,ename,,CONTA174
esel,a,ename,,CONTA175
```

```
cm,TEMP_slave,elem
```

```
!Valitaan kaikki jousielementit ja tuhotaan ne, etteivät ne
!siirry mukana ADAMS-ohjelmistoon
esel,s,ename,,COMBIN14
edele,all
```

```
!Etsitään nivelpisteiden TARGE170-elementit
!Etujouset oikealta
csys,12
```

```
esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,oik1_e,elem
```

```
csys,13
```

```
esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,oik2_e,elem
```

```
csys,14
```

```
esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,oik3_e,elem
```

csys,15

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,oik4_e,elem

!Etujouset vasemmalta
csys,16

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,vas1_e,elem

csys,17

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,vas2_e,elem

csys,18

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,vas3_e,elem

csys,19

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,vas4_e,elem

!Jouset takaa
csys,20

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,takal_e,elem

csys,21

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0

cm,taka2_e,elem

csys,22

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,taka3_e,elem

csys,23

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,taka4_e,elem

csys,24

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,taka5_e,elem

csys,25

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,taka6_e,elem

csys,26

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,taka7_e,elem

!Rungon jalkojen kiinnitys pisteet maahan
csys,27

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
cm,maal_e,elem

csys,28

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0

```
esel,r,cent,z,0  
cm,maa2_e,elem
```

```
csys,29
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,maa3_e,elem
```

```
csys,30
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,maa4_e,elem
```

```
!Laitojen kiinnityspisteet  
csys,41
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,palkki1_e,elem
```

```
csys,42
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,palkki2_e,elem
```

```
csys,43
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,palkki3_e,elem
```

```
csys,44
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
cm,palkki4_e,elem
```

```
!Yhdistetään käytettävät elementit
```

```
cmsel,s,maal_e
```

```
cmsel,a,maa2_e
cmsel,a,maa3_e
cmsel,a,maa4_e
cmsel,a,oik1_e
cmsel,a,oik2_e
cmsel,a,oik3_e
cmsel,a,oik4_e
cmsel,a,vas1_e
cmsel,a,vas2_e
cmsel,a,vas3_e
cmsel,a,vas4_e
cmsel,a,taka1_e
cmsel,a,taka2_e
cmsel,a,taka3_e
cmsel,a,taka4_e
cmsel,a,taka5_e
cmsel,a,taka6_e
cmsel,a,taka7_e
cmsel,a,palkki1_e
cmsel,a,palkki2_e
cmsel,a,palkki3_e
cmsel,a,palkki4_e
cmsel,a,TEMP_slave
```

```
!Poistetaan joukosta mahdolliset nivelten MPC184-elementit,
!joita ei voida käyttää osarakenneanalyysissa
esel,u,ename,,MPC184
```

```
!Nimetään valitut elementit
cm,RUNKO_slave,elem
```

```
!Luodaan nivelten kohtaan pääsolmut
!Jouset oikealla
csys,12
```

```
esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,oik1,node
```

```
csys,13
```

```
esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,oik2,node
```

csys,14

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,oik3,node

csys,15

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,oik4,node

!Jouset vasemmalla
csys,16

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,vas1,node

csys,17

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,vas2,node

csys,18

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,vas3,node

csys,19

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,vas4,node


```
!Jouset takana  
csys,20
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka1,node
```

```
csys,21
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka2,node
```

```
csys,22
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka3,node
```

```
csys,23
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka4,node
```

```
csys,24
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka5,node
```

```
csys,25
```

```
esel,s,cent,x,0  
esel,r,cent,y,0  
esel,r,cent,z,0  
nsle  
cm,taka6,node
```

csys,26

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,taka7,node

!Kiinnityspisteet maahan
csys,27

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,maa1,node

csys,28

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,maa2,node

csys,29

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,maa3,node

csys,30

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,maa4,node

!Laitojen kiinnityspisteet
csys,41

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,palkki1,node

csys,42

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,palkki2,node

csys,43

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,palkki3,node

csys,44

esel,s,cent,x,0
esel,r,cent,y,0
esel,r,cent,z,0
nsle
cm,palkki4,node

!Yhdistetään kaikki pääsolmut yhdeksi pääsolmujoukoksi

cmsel,s,maa1
cmsel,a,maa2
cmsel,a,maa3
cmsel,a,maa4
cmsel,a,oik1
cmsel,a,oik2
cmsel,a,oik3
cmsel,a,oik4
cmsel,a,vas1
cmsel,a,vas2
cmsel,a,vas3
cmsel,a,vas4
cmsel,a,taka1
cmsel,a,taka2
cmsel,a,taka3
cmsel,a,taka4
cmsel,a,taka5
cmsel,a,taka6
cmsel,a,taka7
cmsel,a,palkki1
cmsel,a,palkki2
cmsel,a,palkki3
cmsel,a,palkki4

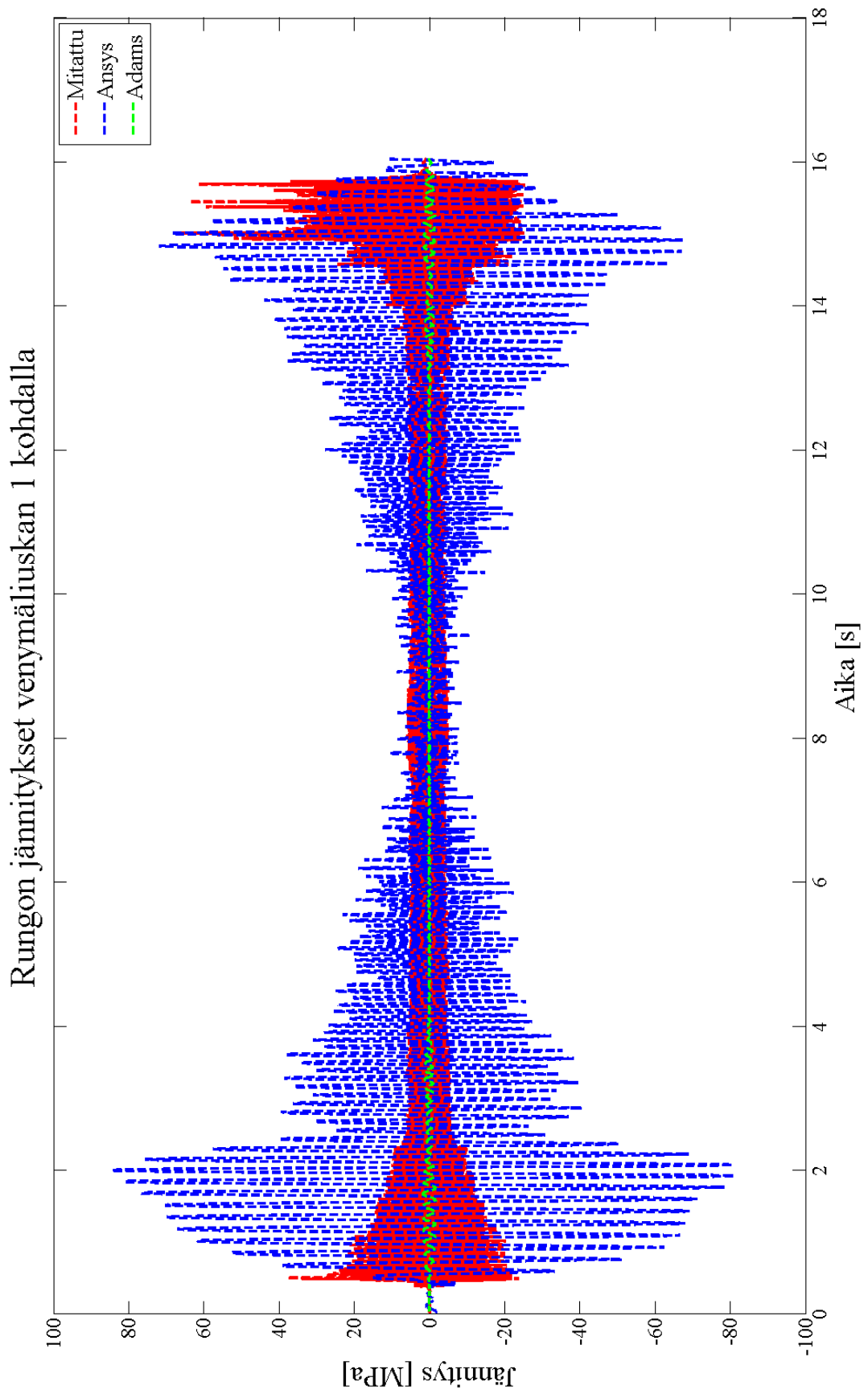
LIITE 3 10/10

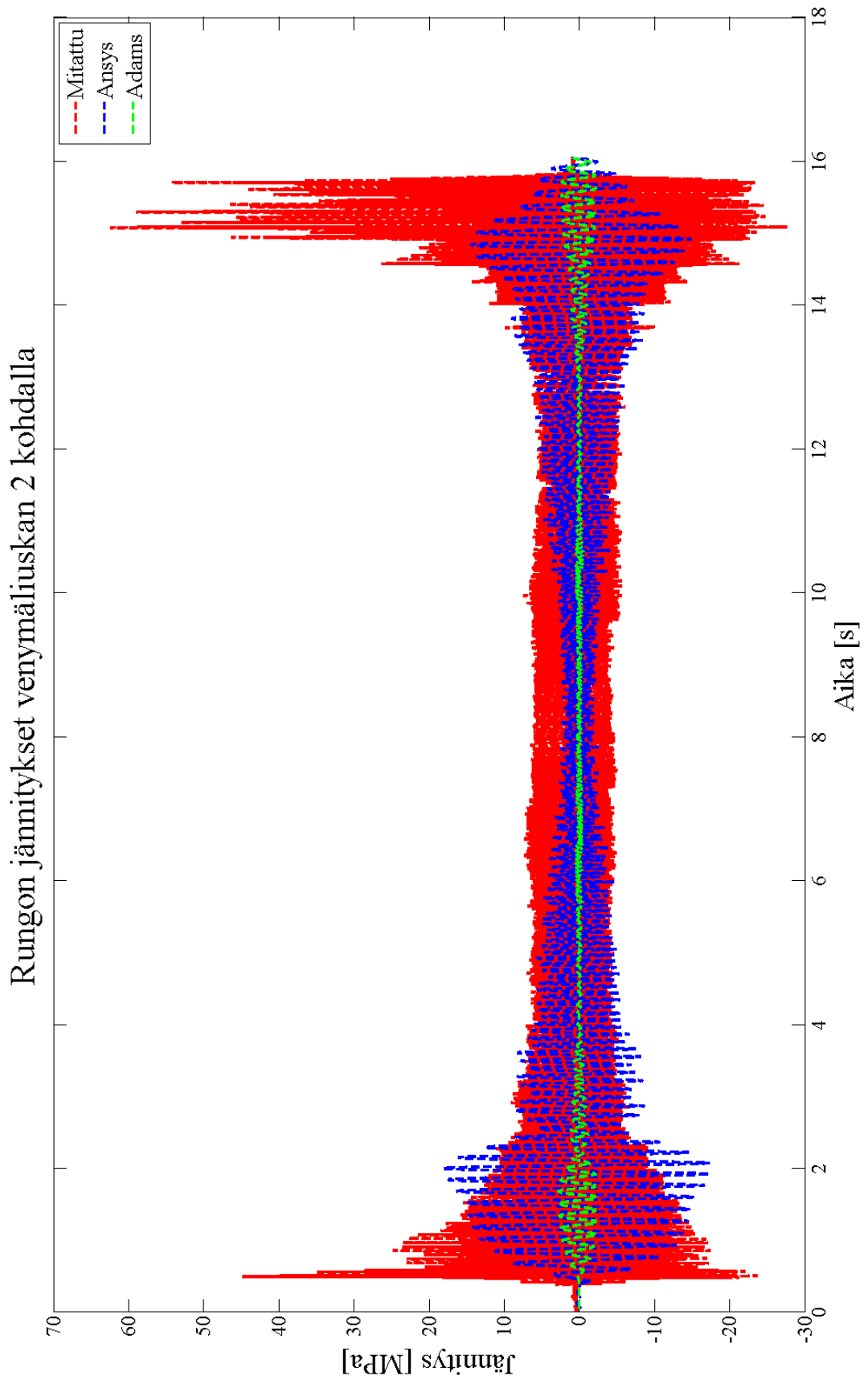
```
!Nimetään pääsolmujoukko  
cm,RUNKO_master,node
```

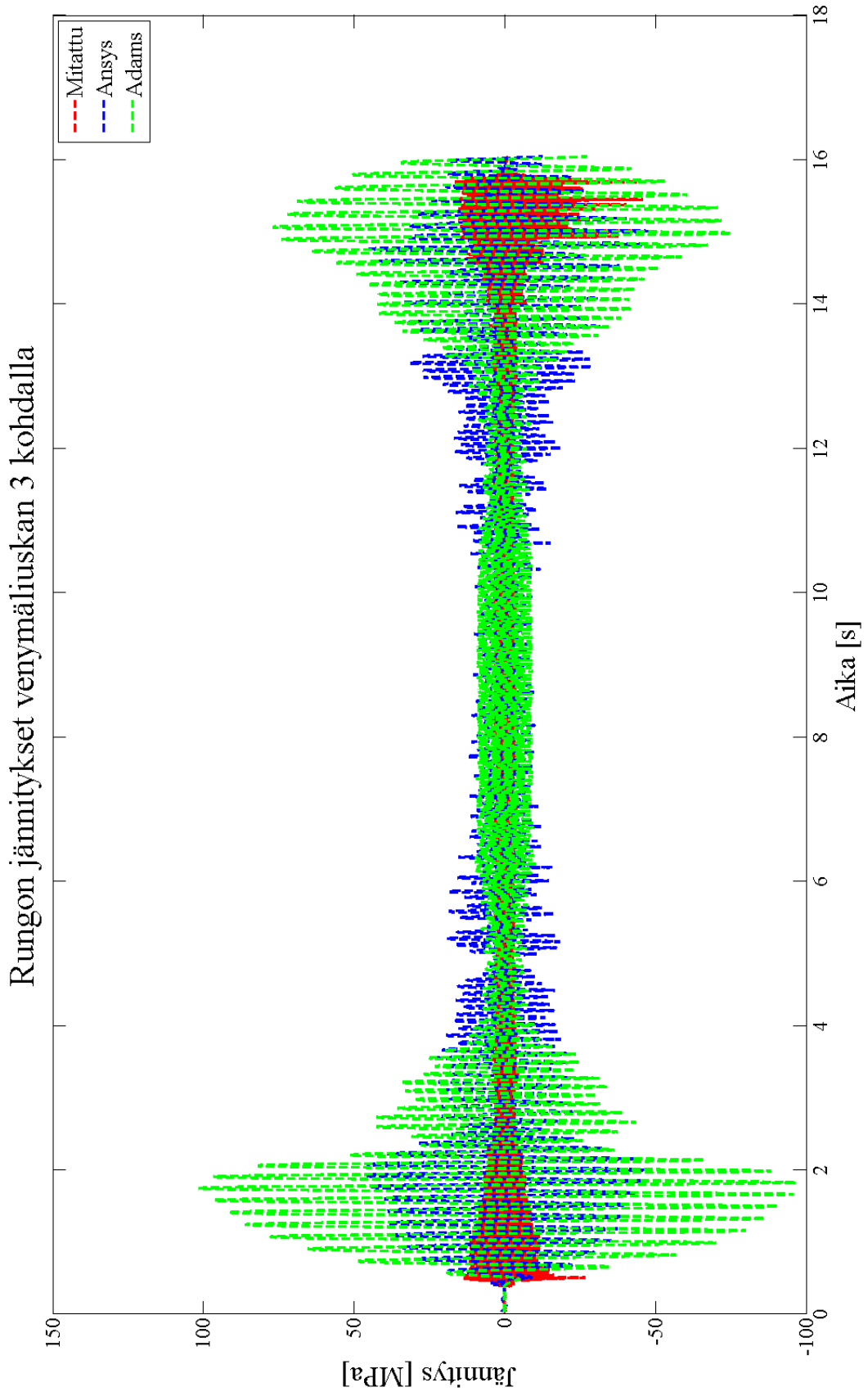
```
!Valitaan käytettävät elementit ja pääsolmut  
cmsgel,s,RUNKO_slave  
cmsgel,a,RUNKO_master
```

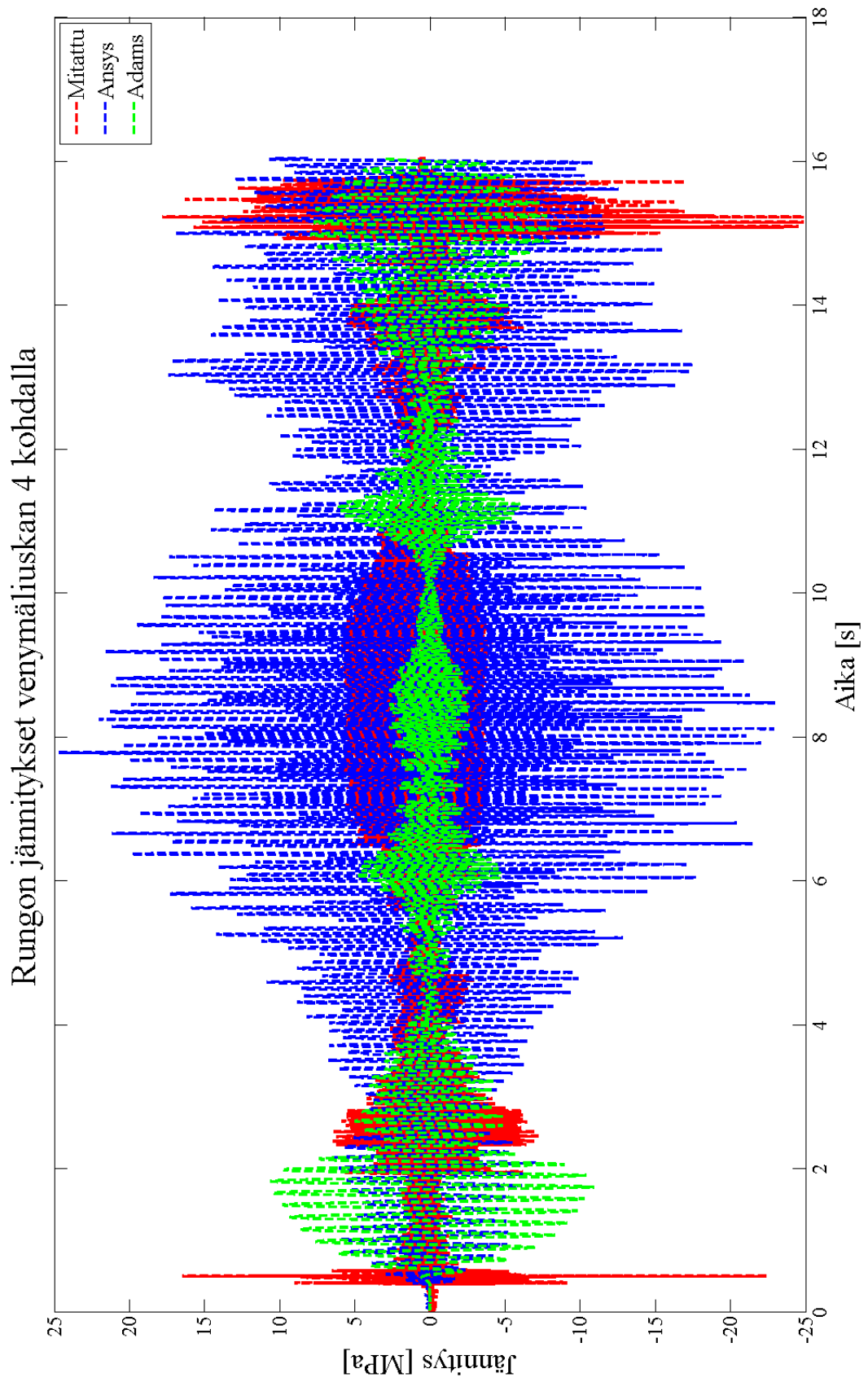
```
!Käynnistetään ADAMS-makro ja ratkaistaan 40 ominaisuotoa  
ADAMS,40,3,,
```

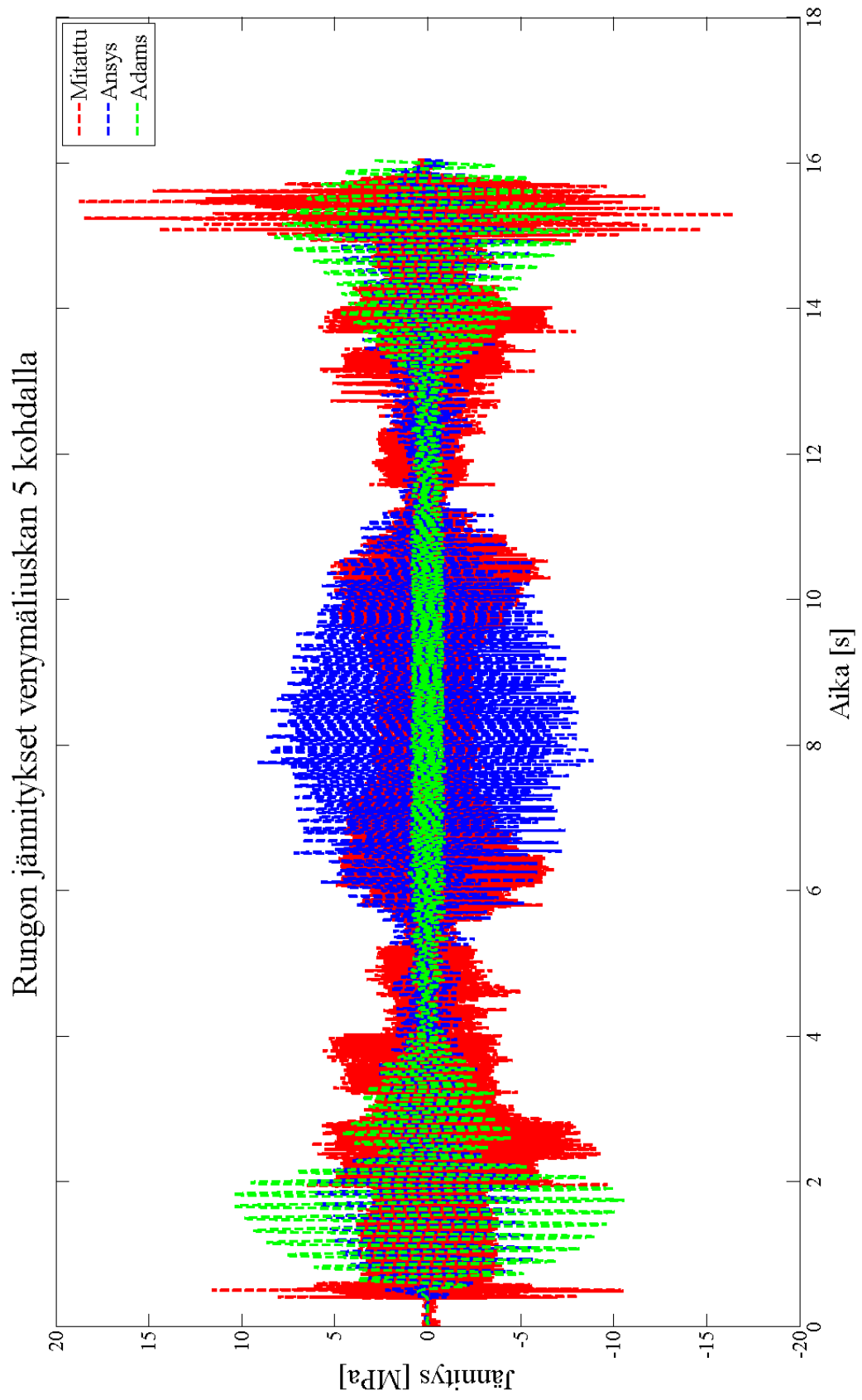

Jännityshistoriat venymäliuskojen kohdalla

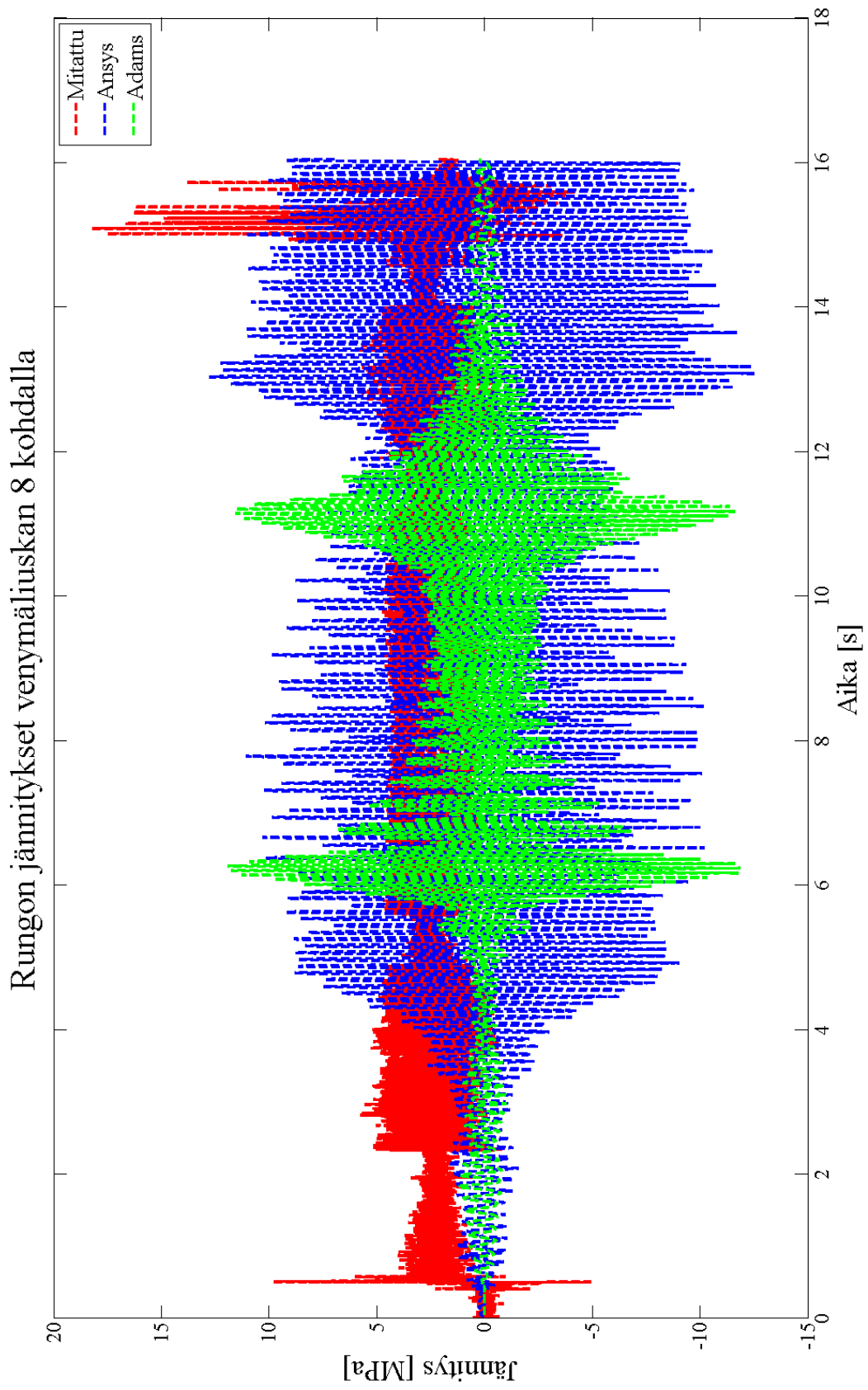


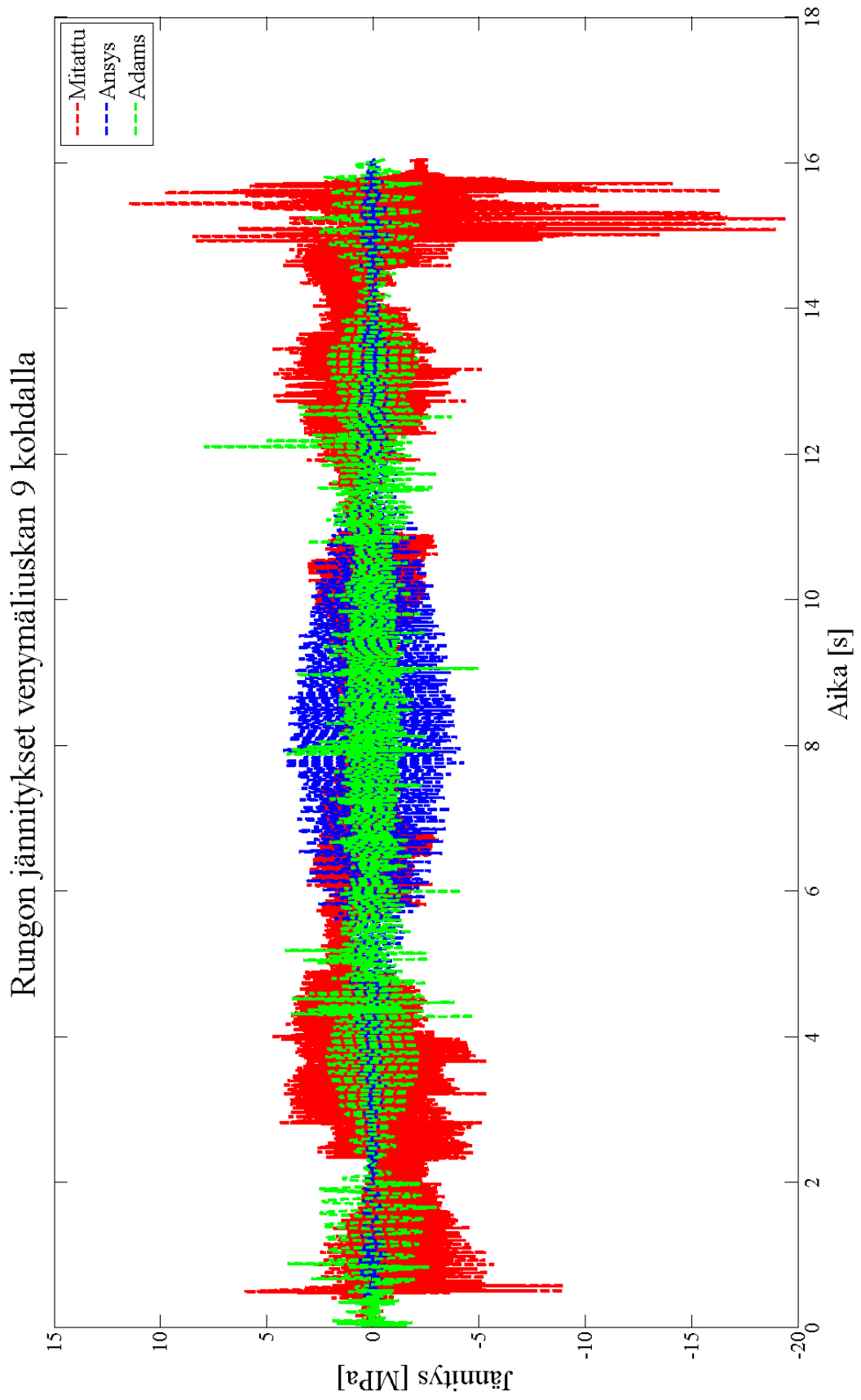


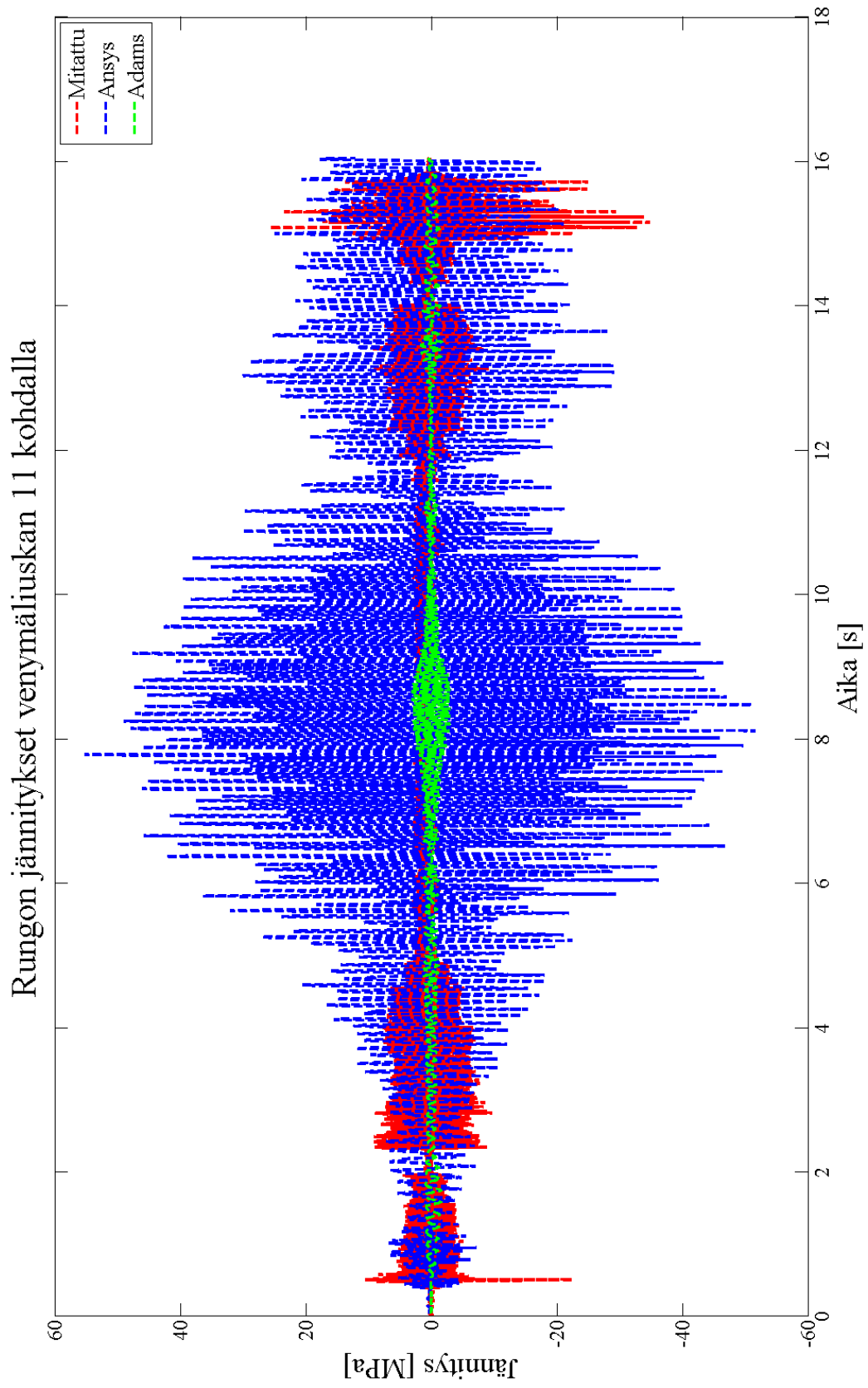


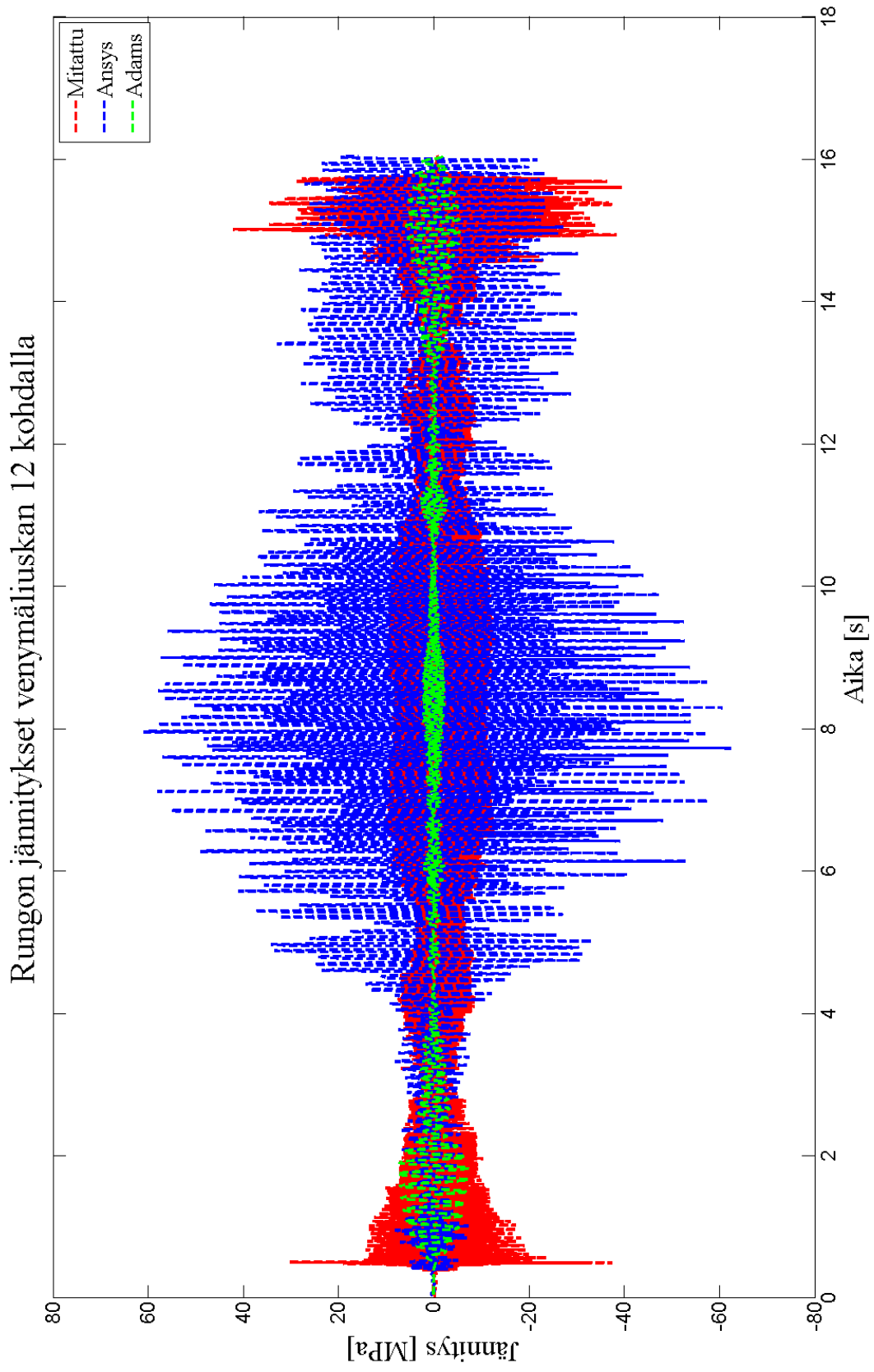




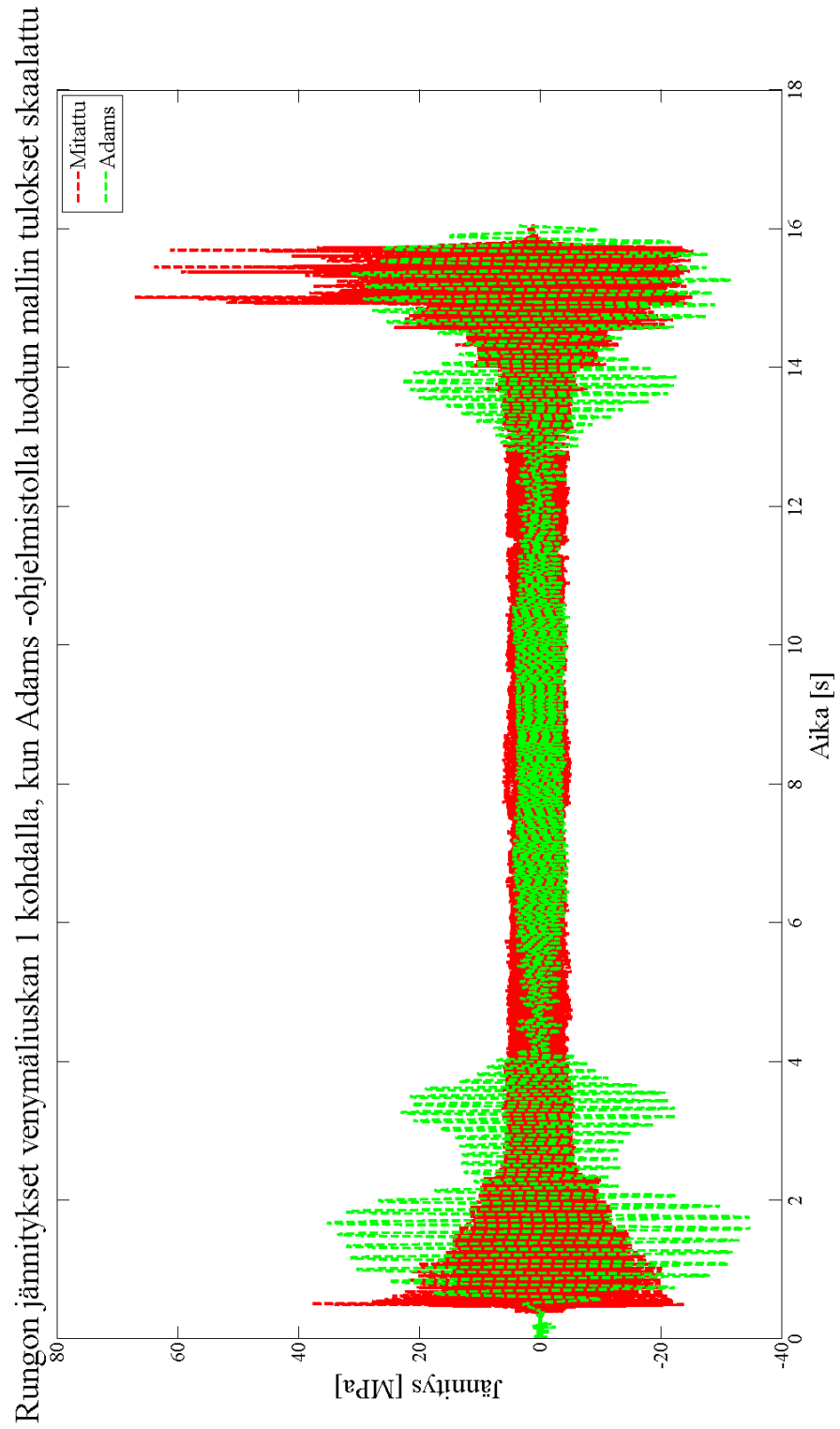




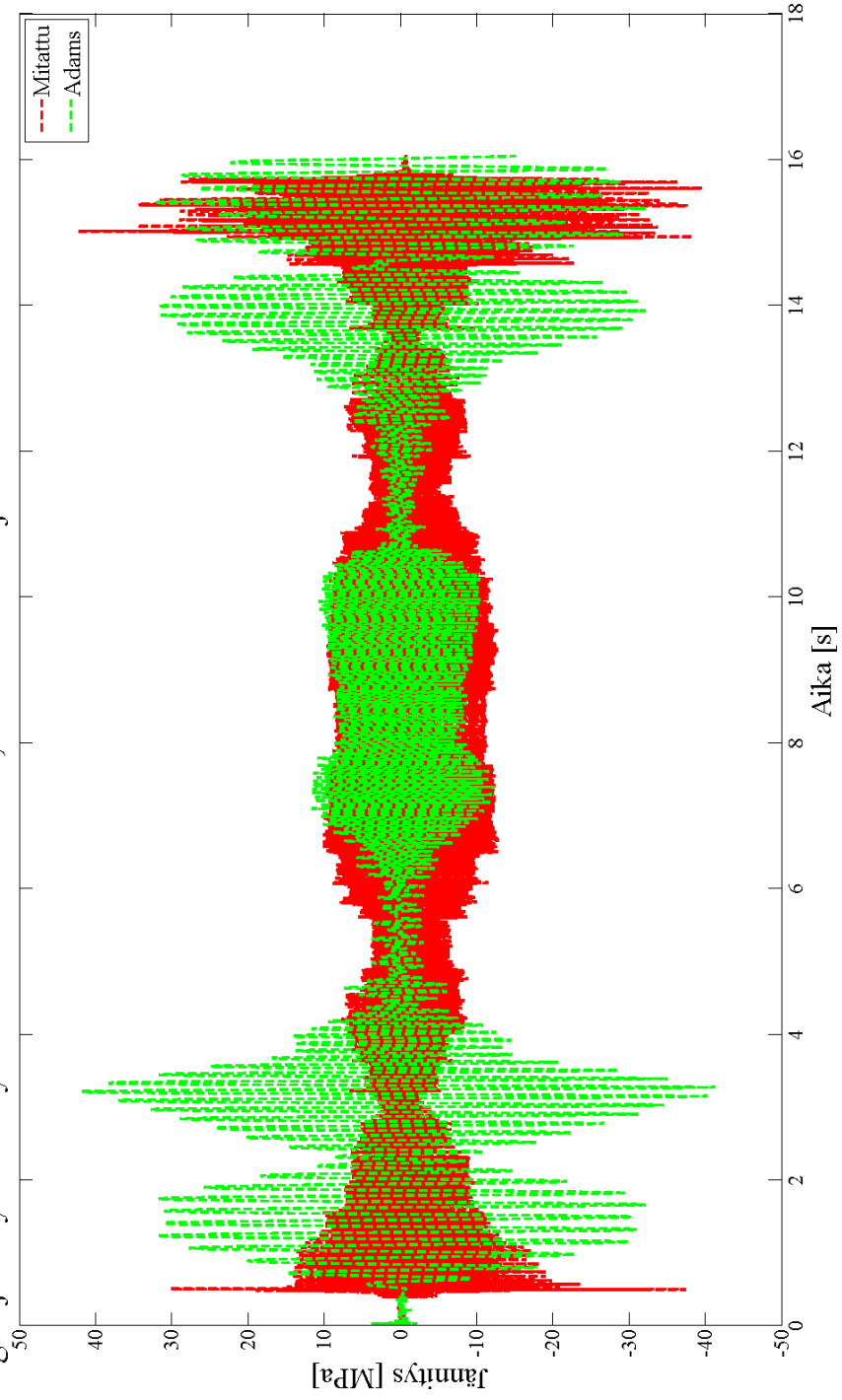




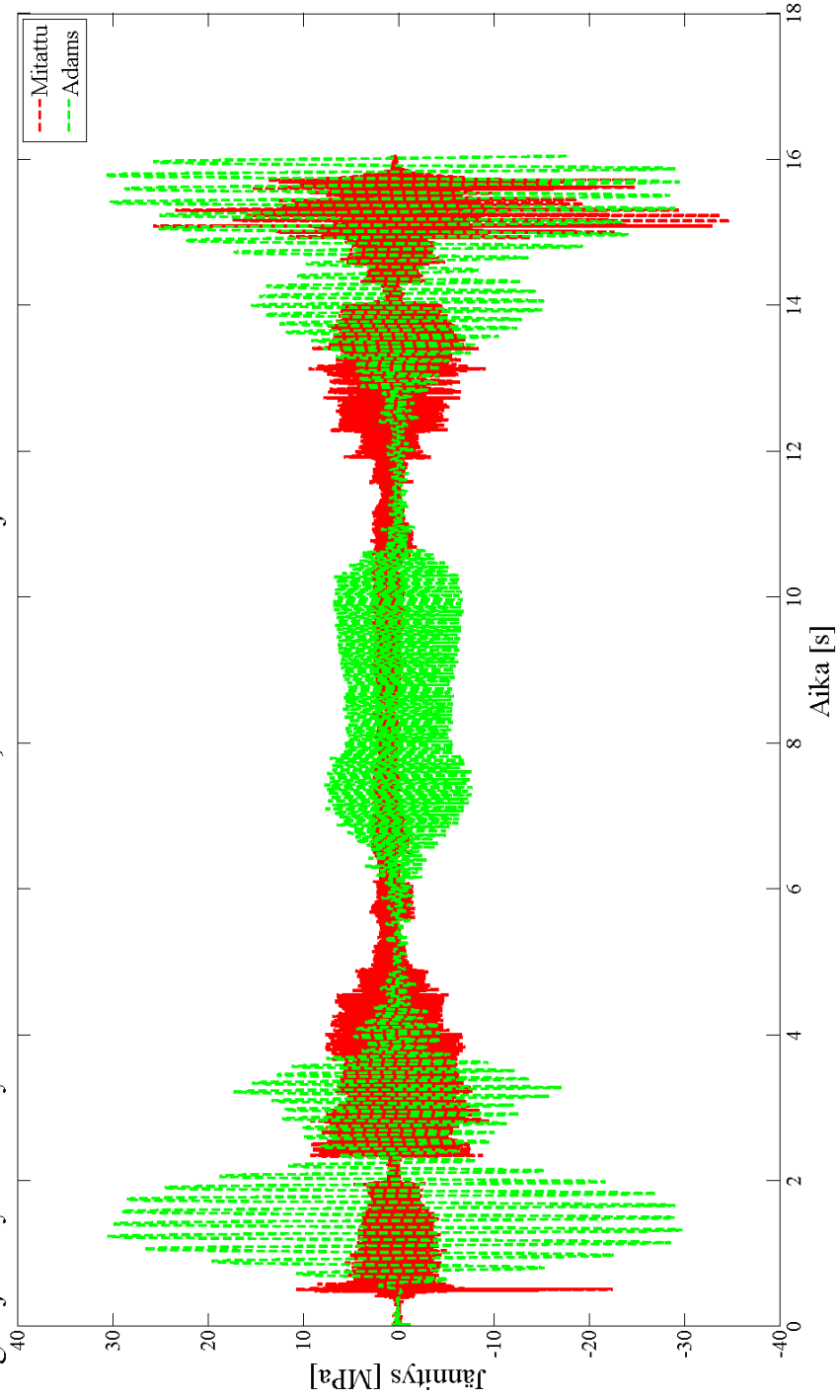
Skaalatut ADAMS-ohjelmistolla luodun mallin jännityshistoria mittauspisteissä 1, 2, 11 ja 12



Rungon jännitykset venymäliuskan 12 kohdalla, kun Adams -ohjelmistolla luodun mallin tulokset skaalattu



Rungon jännitykset venymäliuskan 11 kohdalla, kun Adams -ohjelmistolla luodun mallin tulokset skaalattu



Rungon jännitykset venymäliuskan 12 kohdalla, kun Adams -ohjelmistolla luodun mallin tulokset skaalattu

