

LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO
SÄHKÖTEKNIIKAN OSASTO

Tahtikoneen magnetointijärjestelmän mallinnus

Työn tarkastajat: Professori Juha Pyrhönen, TkT Jukka Kaukonen
Työn ohjaaja: TkT Markku Niemelä

Lappeenrannassa 15.10.2007

Vesa Ruuskanen
Linnunrata 10 A 9
53850 Lappeenranta
puh. 050 3753073

TIIVISTELMÄ

Tekijä: Ruuskanen, Vesa

Nimi: **Tahtikoneen magnetointijärjestelmän mallinnus**

Osasto: Sähkötekniikan osasto

Vuosi: 2007

Paikka: Lappeenranta

Diplomityö. Lappeenrannan teknillinen yliopisto. 75 sivua, 48 kuvaa, 2 taulukkoa ja 2 liitettä.

Tarkastajat: Professori Juha Pyrhönen
TkT Jukka Kaukonen

Hakusanat: tahtikone, harjallinen magnetointi, harjaton magnetointi

Sähköisesti magnetoidut tahtikoneet voidaan jakaa magnetointimenetelmiensä perusteella hiiliharjallisiin ja -harjattomiin. Magnetointitavan määrää sovelluskohde. Hiiliharjallinen magnetointi soveltuu dynaamisesti vaativiin käyttöihin, kun taas harjaton magnetointi puolestaan vaatii vähemmän huoltoa.

Hiiliharjallinen magnetointijärjestelmä koostuu syöttävästä verkosta, kolmivaiheisesta tasasuuntaavasta tyristorisillasta ja hiiliharjoista sekä napakäämivirran säätöjärjestelmästä. Harjaton järjestelmä koostuu syöttävästä verkosta, magnetointikonetta ohjaavasta tehoasteesta, magnetointikoneesta ja tasasuuntaavasta diodisillasta sekä napakäämivirran säätöjärjestelmästä. Tehoasteena käytetään vastarinnankytkettyjä tyristoripareja ja magnetointikoneena tahtikoneen akselille liitettyä epätahtikonetta.

Työssä on laadittu mallit sekä harjalliselle että harjattomalle järjestelmälle. Malleissa on käytetty tilakoneita kuvaamaan järjestelmien epälineaaristen osien toimintaa. Magnetointijärjestelmien mallit on liitetty osiksi laajempaa tahtikoneen toimintaa kuvaavaa mallia.

ABSTRACT

Author: Ruuskanen, Vesa

Subject: **Modeling of the excitation system of a synchronous machine**

Department: Electrical Engineering

Year: 2007

Place: Lappeenranta

Master's thesis. Lappeenranta University of Technology. 75 pages, 48 figures, 2 tables and 2 appendices.

Supervisor: Professor Juha Pyrhönen
D.Sc. Jukka Kaukonen

Keywords: synchronous machine, brushed excitation, brushless excitation

Electrically excited synchronous machines can be divided by their excitation systems into brushed and brushless machines. The excitation system depends on the application. A brushed excitation system is used when high dynamic performance is required, whereas the benefit of brushless excitation systems is their lower need for maintenance.

A brushed excitation system consist of an external AC power supply, a three-phase thyristor rectifier, graphite brushes and an excitation current controller. A brushless excitation system consists of an external AC power supply, an excitation machine, a power converter for the excitation machine, a diode rectifier and an excitation current controller. The power converter is made of thyristor pairs, and the excitation machine is an induction machine mounted on the shaft of the synchronous machine.

In this thesis, a model is constructed for both a brushed and a brushless excitation system. A state machine is used to model the nonlinearities in the system. The models are integrated as a part of a larger synchronous machine simulator.

ALKUSANAT

Diplomityö on tehty Carelian Drives and Motor Centerissä (CDMC), joka on Lappeenrantaan teknillisen yliopiston ja ABB:n tutkimus- ja tuotekehityskeskus. Työ on tehty ABB Oy Sähkökoneille.

Haluan kiittää kaikkia ABB:n henkilöitä, jotka ovat edesauttaneet työni valmistumista. Kiitän TkT Jukka Kaukosta, joka toimi työni toisena tarkastajana, ja TkT Jari Jäppistä haastavasta ja mielenkiintoisesta aiheesta. Työn tarkastajalle professori Juha Pyrhöselle kiitokset mielenkiinnosta ja kommentteista työtäni kohtaan.

Erityiset kiitokset haluan osoittaa työni ohjaajalle TkT Markku Niemelälle. Hänen neuvollaan ja kannustuksellaan on ollut ratkaiseva merkitys työn edetessä.

SISÄLTÖ

MERKINNÄT JA LYHENTEET	3
1 JOHDANTO	7
1.1 Tahtikoneen säätömenetelmät	7
1.2 Sähköisesti magnetoidun tahtikoneen kuvaus	8
1.2.1 Avaruusvektorit	8
1.2.2 Kaksiakselimalli	12
2 TAHTIKONEEN MAGNETOINTIMENETELMÄT	16
2.1 Napakäämivirran säätö	16
2.2 Harjallinen magnetointi	18
2.2.1 Tyristorisilta	18
2.2.2 Hiiliharjat	20
2.3 Harjaton magnetointi	21
2.3.1 Tyristoriparein syötetty epätahtikone	22
2.3.2 Tasasuuntaus diodisillalla	26
3 MAGNETOINNIN MALLINNUS	29
3.1 Harjallinen magnetointi	29
3.1.1 Magnetoinnin säätö	29
3.1.2 Tyristorisillan liipaisu	30
3.2 Harjaton magnetointi	31
3.2.1 Magnetointikoneen syöttöjännitteen säätö tyristoreilla	31
3.2.2 Magnetointikoneen sijaiskytkentä	34
3.2.3 Dioditasasuuntaus roottorissa	38
3.2.4 Tilakoneiden yhdistäminen konemalliin	41
3.2.5 Yksinkertaistettu tilakonemalli	49
3.2.6 Magnetointikonemallin liittäminen osaksi tahtikonesimulaattoria	52
3.2.7 Suunnanvaihto	53
4 MAGNETOINNIN SIMULOINTI PÄÄKONEESTA ERILLÄÄN	54
4.1 Hiiliharjoilla	54
4.2 Magnetointikoneella	55
4.2.1 Liukurengaskoneen simulointi yksinkertaistetulla mallilla	59

5	MAGNETOINNIN SIMULOINTI OSANA TAHTIKONEMALLIA	64
5.1	Hiiliharjoilla	64
5.2	Magnetointikoneella	68
5.3	Magnetointimallien toiminnan tarkastelu	70
5.3.1	Harjallinen malli	71
5.3.2	Harjaton malli	71
5.3.3	Yksinkertaistettu harjaton malli	72
6	YHTEENVETO	73
	LÄHTEET	75
	LIITTEET	
A	Tilakoneiden tiloja vastaavat yhtälöryhmät	
B	Yksinkertaistetun tilakoneen tiloja vastaavat yhtälöt	

MERKINNÄT JA LYHENTEET

Merkinnät

A	vaihe A, staattorivaihe
a	vaihe a, roottorivaihe, parillinen Fourier-komponentti
B	vaihe B, staattorivaihe
b	vaihe b, roottorivaihe, pariton Fourier-komponentti
C	vaihe C, staattorivaihe
c	vaihe c, roottorivaihe
D	staattoriin sidotun koordinaatiston D-akseli, pitkittäisakseli
d	roottoriin sidotun koordinaatiston d-akseli, pitkittäisakseli, derivaattaoperaattori
e	Neperin luku
i	virta, virran hetkellisarvo
\mathbf{i}	virran avaruusvektori
I	virran tehollisarvo
j	imaginääriyksikkö
L	induktanssi, induktanssi kolmiakseliesityksessä
\bar{L}	induktanssi kaksiakseliesityksessä
l	induktanssin suhteellisarvo
M	keskinäisinduktanssi kolmiakseliesityksessä
\bar{M}	keskinäisinduktanssi kaksiakseliesityksessä
n	pyörimisnopeus, roottorin ja staattorin tehollisten käämikierrosten suhde
Q	staattoriin sidotun koordinaatiston q-akseli, poikittaisakseli
q	roottoriin sidotun koordinaatiston q-akseli, poikittaisakseli
R	resistanssi

r/min	kierrosta minuutissa
s	jättämä
t	aika
\mathbf{t}	vääntömomenttivektori suhteellisarvona
T	vääntömomentti
U	jännitteen tehollisarvo
u	jännite, jännitteen hetkellisarvo
\mathbf{u}	jännitteen avaruusvektori
x	staattoriin sidotun koordinaatiston x-akseli
y	staattoriin sidotun koordinaatiston y-akseli
Z	impedanssi

Kreikkalaiset

α	liipaisukulma
κ	kaksi- ja kolmiakselikoordinaatistojen välinen vaihesiirtokulma
θ	asentokulma, vaihekulma
τ	aikavakio
ω	kulmataajuus
ψ	käämivuo
$\boldsymbol{\psi}$	käämivuon avaruusvektori

Ala- ja yläindeksit

D	vaimennuskäämin pitkittäiskomponentti roottoriin sidotussa koordinaatistossa
DC	tasavirta
d	roottoriin sidotun koordinaatiston d-komponentti, pitkittäiskomponentti

F	napakäämi
f	diodin päästötila
$k\sigma$	Canayn
L	vaihe
load	kuormitus
m	magnetointi
max	maksimiarvo
Q	vaimennuskäämin poikkittaiskomponentti roottoriin sidotussa koordinaatistossa
q	roottoriin sidotun koordinaatiston q-komponentti, poikkittaiskomponentti
r	roottori
ref	ohjearvo
RMS,1	tehollisarvo perusaallolle
s	staattori
triac	triakin
uusi	laskettu seuraava arvo
v	vaihe
x	staattoriin sidotun koordinaatiston x-komponentti
y	staattoriin sidotun koordinaatiston y-komponentti
0	epäsymmetrisen kolmivaihejärjestelmän nollakomponentti
1	vaihe A tai a, pääkone
2	vaihe B tai b, magnetointikone
3	vaihe C tai c
σ	haja-
\wedge	huippuarvo

- kompleksivektori
- / avaruusvektorin redusoimaton arvo, staattoriin redusoitu roottorisuure

Lyhenteet

- AC Alternating Current, vaihtovirta
- DC Direct Current, tasavirta
- DTC Direct Torque Control, suoravääntömomenttisäätö
- PI Proportional-Integral, vahvistava-integroiva
- SM Synchronous Machine, tahtikone

1 JOHDANTO

Sähköisesti magnetoituja tahtikoneita käytetään pääosin suuritehoisissa käytöissä, joissa koneelta vaaditaan hyvää hyötysuhdetta ja säädettävyyttä laajalla pyörimisnopeusalueella. Koneen staattorikäänivuon määrää staattorijännite, mutta koneen napakäämivirralla on merkittävä tehtävä koneen dynamiikan ja magneettisen tilan säädössä.

Jatkuvuustilassa napakäämivirran tehtävänä on käytön pitäminen stabiililla alueella, jolloin napakäämivirtaa tulee säätää vääntömomentin funktiona. Usein napakäämivirran avulla halutaan myös asettaa käytön tehokerroin ykköseksi jatkuvuustilassa, jolloin staattorivirta minimoituu virran ollessa pelkkää pätövirtaa. Dynaamisissa tiloissa napakäämivirran säädön tarkoituksena on pitää kone stabiilina ja optimoida koneen vääntömomenttivaste.

Työssä tarkastellaan napakäämivirran eri syöttömenetelmiä ja mallinnetaan napakäämiä syöttävän tehoasteen sekä avonapaisen tahtikoneen akselille liitetyn magnetointikoneen toimintaa Matlab Simulink-ympäristössä. Työssä rakennetaan mallit hiiliharjalliselle ja hiiliharjattomalle magnetointijärjestelmälle sekä liitetään mallit osaksi ABB:n FemACS-tahtikonesimulaattoria.

1.1 Tahtikoneen säätömenetelmät

Tahtikoneen säädössä voidaan käyttää perinteistä skalaariohjausta, mutta vektorisäädöllä päästään huomattavasti parempiin tuloksiin. Vektorisäädön perustana on säätää vääntömomenttia ja magnetointivirtaa toisistaan erillään. Eri virtakomponenttien erottaminen on mahdollista avaruusvektorteorian mukaisten koordinaatistomuunnosten avulla. DTC-menetelmässä pyritään säätämään suoraan koneen käänivuota ja vääntömomenttia hysteresirajoihin perustuen. DTC-säätö mahdollistaa yhtä hyvän dynamiikan kuin virtavektorisäätö ja koneen pyörittämisen myös hyvin alhaisilla pyörimisnopeuksilla. Tässä työssä tarkastellut napakäämivirran syöttömenetelmät on tarkoitettu toimimaan yhdessä DTC-säädön kanssa.

1.2 Sähköisesti magnetoidun tahtikoneen kuvaus

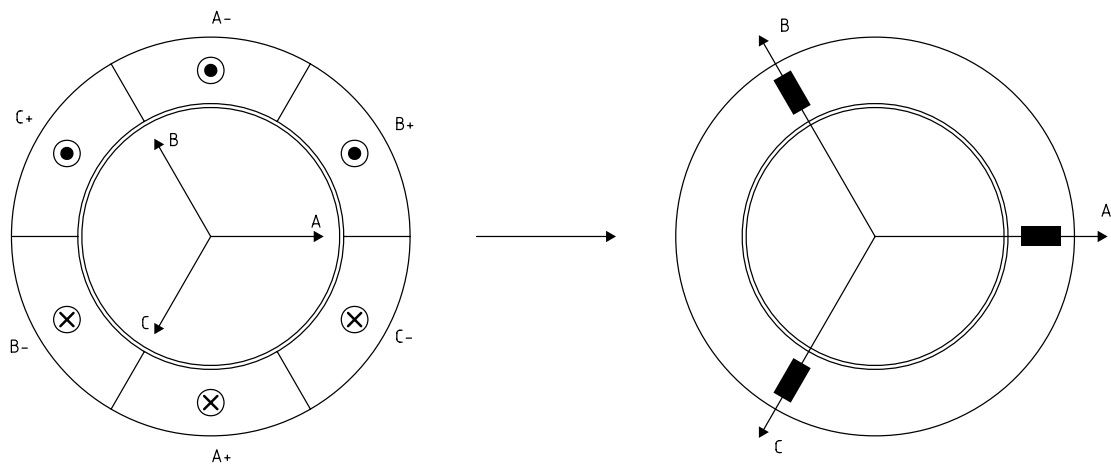
Esitellään lyhyesti avaruusvektoriteorian perusteita ja tahtikoneen kuvaamiseen käytetty kaksiakselimalli.

1.2.1 Avaruusvektorit

Avaruusvektoriteoria mahdollistaa sähkökoneiden muutostilojen käsittelyn, mihin perinteinen yksivaiheinen sijaiskytkentä ei kykene. Avaruusvektoriteorian perusteita on esitetty esimerkiksi Juha Pyrhösen opintomonisteessa. (Pyrhönen J. 2006) Jotta avaruusvektoriteoriaa voidaan käyttää, joudutaan hyväksymään seuraavat oletukset:

1. Vuontiheys on ilmavälissä sinimuotoinen.
2. Rautahäviöitä ei esiinny.
3. Magnetointipiirin kyllästys on vakio.
4. Resistanssit ja induktanssit ovat taajuudesta riippumattomia.

Tarkastellaan kolmivaiheisten vaihesuureiden muuntamista avaruusvektoreiksi. Kolmivaiheinen kiertokenttäurakäämitys voidaan kuvata magneettiakseleille sijoitetuilla keskiteityillä käämityksillä kuvan 1.1 mukaisesti, kun oletetaan, että kukin vaihekäämi muodostaa yksinään sinimuotoisen vuon ilmaväliin.



Kuva 1.1 Staattorin kolmivaiheisen urakäämityksen kuvaaminen magneettiakseleille sijoitetuilla keskiteityillä käämityksillä.

Keskitetyt käämitykset ovat kulman $\frac{2\pi}{3}$ verran vaihesiirrossa keskenään. Tällöin staattorivirran avaruusvektori \mathbf{i}'_s saadaan laskemalla vaihesuuret yhteen

$$\mathbf{i}'_s = i_A e^{j0} + i_B e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_C e^{j\frac{4\pi}{3}}, \quad (1.1)$$

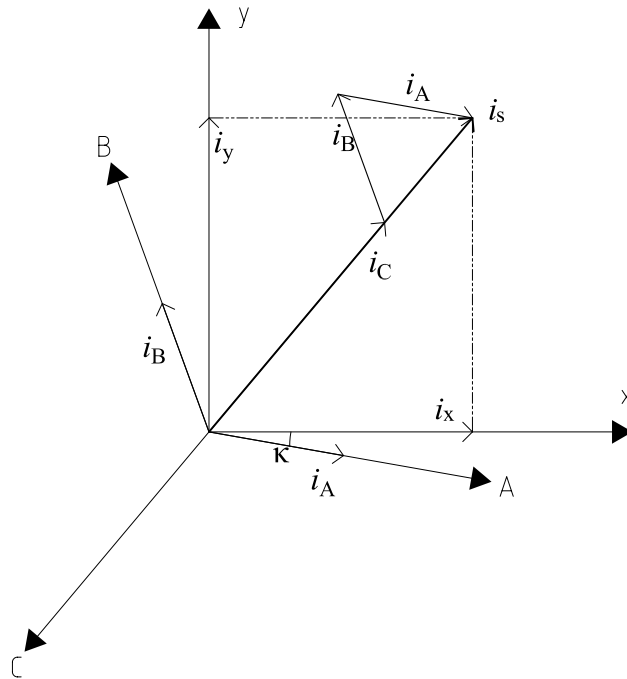
missä $i_{A...C}$ ovat vaihevirtojen hetkellisarvo-osoittimet. Staattorivirtavektori on itseisarvoltaan $\frac{3}{2}$ -kertainen sinimuotoisen vaihevirran huippuarvoon verrattuna. Kun staattorivirtavektori redusoidaan kertoimella $\frac{2}{3}$, voidaan käyttää koneen todellisen yksivaiheisen sijaiskytkennän arvoja. Staattorivirtavektoria vastaavasti voidaan esittää myös redusoidut jännite- ja käämivuovektorit

$$\mathbf{u}_s = \frac{2}{3}(u_A e^{j0} + u_B e^{j\frac{2\pi}{3}} + u_C e^{j\frac{4\pi}{3}}), \quad (1.2)$$

$$\mathbf{\psi}_s = \frac{2}{3}(\psi_A e^{j0} + \psi_B e^{j\frac{2\pi}{3}} + \psi_C e^{j\frac{4\pi}{3}}), \quad (1.3)$$

missä $u_{A...C}$ ovat vaihejännitteiden hetkellisarvo-osoittimet ja $\psi_{A...C}$ ovat vaihekäämien synnyttämien käämivoiden hetkellisarvo-osoittimet.

Staattorin avaruusvektorit voidaan esittää kahden toisiaan vastaan kohtisuorassa olevan komponentin avulla. Kulma κ on staattorin xy-koordinaatiston ja A-vaiheen magneettiakselin välinen kulma. Kuvassa 1.2 on kuvattu siirtymistä kolmivaihe-esityksestä kaksivaihe-esitykseen, kun kulma κ saa arvon $\frac{\pi}{18}$.



Kuva 1.2 Staattorin kolmivaiheisen esityksen muuntaminen kaksivaiheiseksi kulman κ arvolla $\frac{\pi}{18}$. Tarkastelu on esitetty hetkellä, jolloin vaiheen C virta saa negatiivisen maksiminsa ja vaiheiden A ja B virrat ovat puolet positiivisesta maksimistaan.

Kun otetaan huomioon myös mahdollinen nollavirta i_0 saadaan staattorivirtojen kaksiakseliesitykselle matriisimuoto

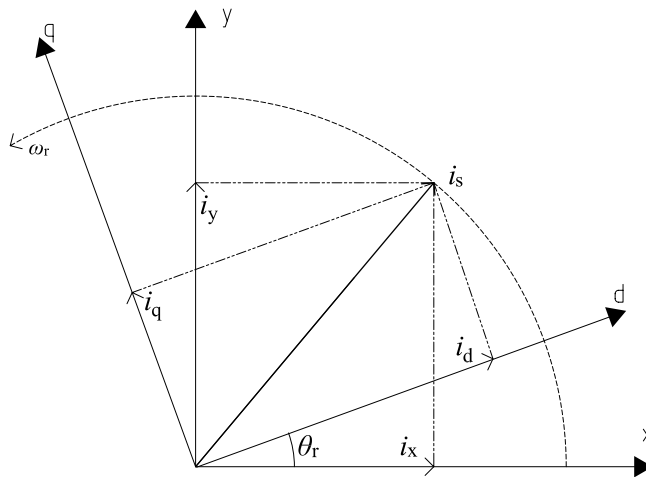
$$\begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\kappa) & \cos(\kappa + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\kappa + \frac{4\pi}{3}) \\ \sin(\kappa) & \sin(\kappa + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\kappa + \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

Vastaavasti kaksiakseliesityksestä kolmivaihe-esitykseen päästään muunnoksella

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\kappa) & \sin(\kappa) & 1 \\ \cos(\kappa + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\kappa + \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\kappa + \frac{4\pi}{3}) & \sin(\kappa + \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_0 \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Usein kulma κ asetetaan menetelmän yleisyyttä vaarantamatta nolaksi ja virran nollakomponentti jätetään huomiotta, jolloin edellä esitetyt muunnokset yksinkertaistuvat huomattavasti.

Tahtikoneiden tarkastelussa on usein luonnollisinta käyttää roottoriin sidottua dq-koordinaatistoa, koska tarkasteltaessa pyörivää konetta staattoriin sidotussa xy-koordinaatistossa koneen induktanssi muuttuu roottorin kiertymiskulman funktiona koneen avonapaisuuden takia. Kuvassa 1.3 on esitetty staattorivirtavektorin siirtäminen paikallaan pysyvältä xy-staattorikoordinaatistosta pyörivään dq-roottorikoordinaatistoon.



Kuva 1.3 Staattorivirtavektorin kuvaaminen staattoriin sidotusta xy-koordinaatistosta roottoriin sidottuun dq-koordinaatistoon. Lisäksi kuvassa on merkitty katkoviivalla osa staattorivirtavektorin kärjen ajan funktiona piirtämää uraa, kun roottori pyörii kulmanopeudella ω_r . Asentokulma θ_r on roottorin kulmanopeuden integraali $\theta_r = \int \omega_r dt$.

Staattorikoordinaatistosta voidaan siirtyä roottorikoordinaatistoon muunnoksella

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) \\ -\sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

missä θ_r on roottorin kiertymäkulma staattorin x-akseliin nähden. Roottorikoordinaatistosta takaisin staattorikoordinaatistoon päästään muunnoksella

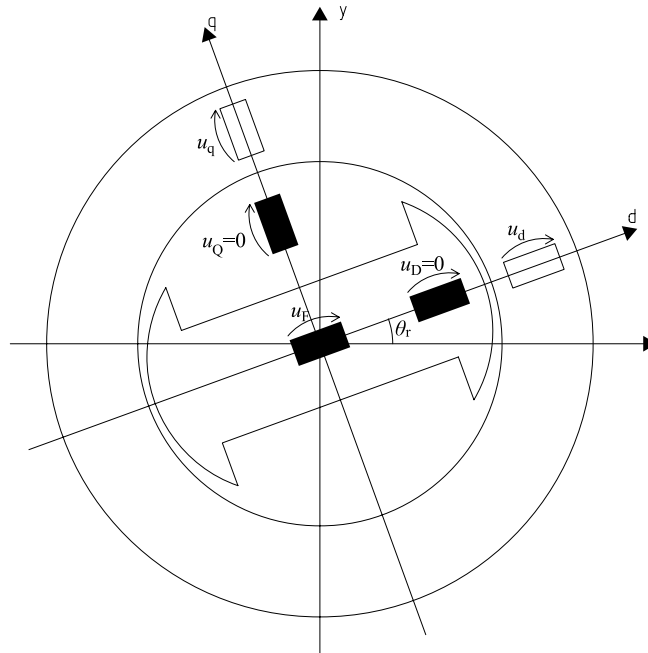
$$\begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & -\sin(\theta_r) \\ \sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

Edellä koneen virroille esitetty tarkastelu pätee myös koneen jännitteen ja käämivuon avaruusvektoreille \mathbf{u}_s ja ψ_s .

1.2.2 Kaksiakselimalli

Tahtikoneen kuvaamiseen käytetään nykyisin avaruusvektoriteorian mukaista kaksiakselimallia. Koneen todelliset käämitykset kuvataan magneettiakseleille sijoitetuilla keskitetyillä käämeillä. Kun tarkastelu suoritetaan roottoriin sidotussa dq-koordinaatistossa, pysyvät koneen induktanssit vakioina roottorin pyörimisestä huolimatta.

Staattorikäänitys voidaan kuvata joko kolmi- tai kaksivaiheisella keskitetyllä käämityksellä. Kuvassa 1.4 staattorikäänneinä on d- ja q-akseleilla sijaitsevat kaksivaihekäämit. Roottorissa on napakäämityksen lisäksi oikosuljetut vaimennuskäämitykset sekä d- että q-suunnissa.



Kuva 1.4 Tahtikoneen kaksiakselimallin mukainen esitytapa, jossa staattorikäänitys on korvattu kaksi-vaiheisella roottorikoordinaatiston mukana pyörivällä käämityksellä. Pitkittäis- ja poikittaisakselin vaihekäämien jännitteet ovat u_d ja u_q . Napakäämin jännite on u_F . Oikosuljetut vaimennuskäämit on kuvattu pitkittäis- ja poikittaisakseleille sijoitetuilla sijaiskäämeillä, joiden jännitteet u_D ja u_Q ovat nollia. θ_r on roottorin asentokulma, joka on roottorin kulmanopeuden integraali $\theta_r = \int \omega_r dt$.

Staattorijännitteelle roottorikoordinaatistossa saadaan komponentit

$$u_d = R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_q, \quad (1.8)$$

$$u_q = R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \psi_d, \quad (1.9)$$

missä	u_d	staattorijännitteen pitkittäisakselin suuntainen komponentti,
	u_q	staattorijännitteen poikittaisakselin suuntainen komponentti,
	i_d	staattorivirran pitkittäisakselin suuntainen komponentti,
	i_q	staattorivirran poikittaisakselin suuntainen komponentti,
	R_s	staattoriresistanssi,
	ψ_d	staattorikäänivuon pitkittäisakselin suuntainen komponentti,
	ψ_q	staattorikäänivuonpoikittaisakselin suuntainen komponentti,

ω staattorikäämivuovektorin kulmanopeus.

Roottorin staattoriin redusoiduiksi jänniteyhtälöiksi saadaan

$$0 = R_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt}, \quad (1.10)$$

$$0 = R_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt}, \quad (1.11)$$

$$u_F = R_F i_F + \frac{d\psi_F}{dt}, \quad (1.12)$$

missä u_F napakäämin jännite,
 i_D pitkittäisakselin suuntaisen vaimennuskäämin virta,
 i_Q poikittaisakselin suuntaisen vaimennuskäämin virta,
 i_F napakäämivirta,
 R_D pitkittäisakselin suuntaisen vaimennuskäämin resistanssi,
 R_Q poikittaisakselin suuntaisen vaimennuskäämin resistanssi,
 R_F napakäämin resistanssi,
 ψ_D pitkittäisakselin suuntaisen vaimennuskäämin käämivuo,
 ψ_Q poikittaisakselin suuntaisen vaimennuskäämin käämivuo,
 ψ_F napakäämivuo.

Roottorikoordinaatistossa mallin induktanssit määritellään

$$L_d = L_{md} + L_{s\sigma}, \quad (1.13)$$

$$L_q = L_{mq} + L_{s\sigma}, \quad (1.14)$$

$$L_F = L_{md} + L_{F\sigma} + L_{k\sigma}, \quad (1.15)$$

$$L_{FD} = L_{md} + L_{k\sigma}, \quad (1.16)$$

$$L_D = L_{md} + L_{D\sigma} + L_{k\sigma}, \quad (1.17)$$

$$L_Q = L_{mq} + L_{Q\sigma}, \quad (1.18)$$

$$L_{dD} = L_{md}, \quad (1.19)$$

$$L_{qQ} = L_{mq}, \quad (1.20)$$

missä	L_d	pitkittäinen tahti-induktanssi,
	L_q	poikittainen tahti-induktanssi,
	$L_{s\sigma}$	staattorin hajainduktanssi,
	L_{md}	pitkittäinen magnetointi-induktanssi,
	L_{mq}	poikittainen magnetointi-induktanssi,
	L_D	pitkittäisen vaimennuskäämin kokonaisinduktanssi,
	L_Q	poikittaisen vaimennuskäämin kokonaisinduktanssi,
	$L_{D\sigma}$	pitkittäisen vaimennuskäämin hajainduktanssi,
	$L_{Q\sigma}$	poikittaisen vaimennuskäämin hajainduktanssi,
	$L_{k\sigma}$	Canayn induktanssi,
	L_F	napakäämin kokonaisinduktanssi,
	L_{FD}	pitkittäisen vaimennuskäämin ja napakäämin välinen keskinäisinduktanssi,
	$L_{F\sigma}$	napakäämin hajainduktanssi,
	L_{dD}	pitkittäisen vaimennuskäämin ja pitkittäisen tahti-induktanssin keskinäisinduktanssi,
	L_{qQ}	poikittaisen vaimennuskäämin ja poikittaisen tahti-induktanssin keskinäisinduktanssi.

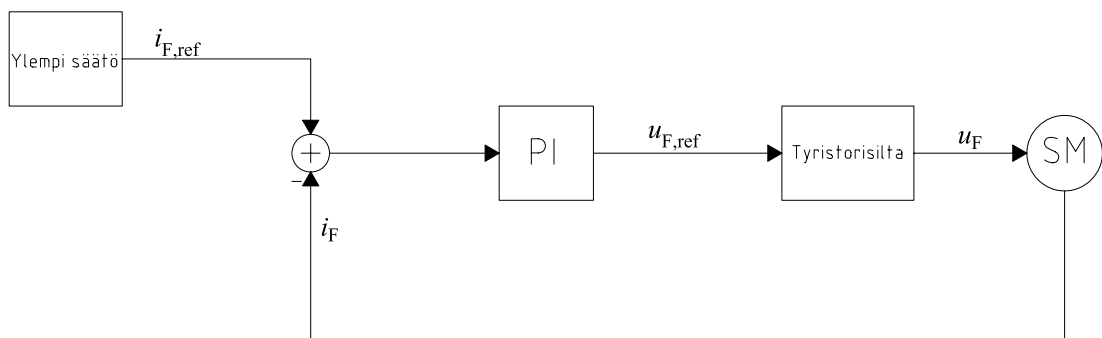
2 TAHTIKONEEN MAGNETOINTIMENETELMÄT

Tahdissa pyöriäkseen tahtikoneet tarvitsevat roottorimagnetoinnin, joka muodostaa roottorin käämivuon ψ_r . Viime aikoina kestmagneettien käyttö tahtikoneiden magnetoinnissa on lisääntynyt magneettimateriaalien kehittyessä ominaisuuksiltaan ja kustannuksiltaan edullisemmiksi.

Magnetointi voidaan toteuttaa myös käyttämällä roottorissa joko urakäämitystä umpinapaisen roottorin tapauksessa tai napakäämejä avonapaisen roottorin tapauksessa. Tässä työssä keskitytään tarkastelemaan napakäämityn avonapaisen tahtikoneen magnetointia. Magnetointikämin syöttömenetelmät voidaan jakaa karkeasti hiiliharjallisiin ja hiiliharjattomiin, joita tarkastellaan erikseen myöhemmin tässä luvussa.

2.1 Napakäämivirran säätö

Napakäämivirran säätö on usein jaettu vähintään kahteen tasoon. Ylemmän tason säätö muodostaa napakäämivirtaohjeen koneen magneettisen- ja kuormitustilan mukaan. Alemman tason säätö puolestaan pyrkii pitämään napakäämivirran ylemmän tason määräämässä ohjearvossa ohjaamalla napakäämiä syöttävää järjestelmää, joka vaihtelee valitun magnetointitavan mukaan. Kuvassa 2.1 on esitetty harjallinen magnetointijärjestelmä lohkokaaaviona, jossa alemman tason säätimenä on PI-säädin ja napakäämiä syöttävänä tehoasteena tyristorisilta.



Kuva 2.1 Napakäämivirtasäädön lohkokaavio.

Jatkuvuustilassa napakäämivirran säädön tulee pitää koneen magnetointitila haluttuna. Usein halutaan minimoida häviöt niin sanotulla loistehon kompensoinnilla eli asettamalla

koneen tehokerroin ykköseksi. Muutostiloissa napakäämivirran säädön tulee pitää käyttö stabiilina. Muutostiloissa ja kentänheikennyksessä napakäämivirtaa säädetään reaktio-ohjauksella tai osakuormaylimagnetoinnilla. Riku Pöllänen on esitellyt ja tutkinut napakäämivirran säätömenetelmiä diplomityössään. (Pöllänen 1999)

Loistehon kompensoinnilla estetään konetta tuottamasta tai kuluttamasta loistehoa, mikä minimoi koneen häviöt halutussa kuormitustilassa. Muun muassa Pöllänen on esittänyt yhtälön, jolla DTC-ohjatun koneen tehokerroin saa arvon yksi

$$i_{F,\text{ref}} = \frac{|\psi_s|_{\text{ref}}^2 + l_d l_q \frac{|t_e|_{\text{ref}}^2}{|\psi_s|_{\text{ref}}^2}}{l_{\text{md}} \sqrt{|\psi_s|_{\text{ref}}^2 + l_q^2 \frac{|t_e|_{\text{ref}}^2}{|\psi_s|_{\text{ref}}^2}}}. \quad (2.1)$$

Reaktio-ohjauksen päämääränä on pitää koneen pitkittäinen ilmavälivuovo vakiona, jolloin pitkittäiset vaimennuskäämit ovat virrattomia. Reaktio-ohjauksella napakäämivirran ohjearvoksi saadaan (Gango 1996)

$$i_{F,\text{ref}} = \frac{\psi_{\text{md}}}{l_{\text{md}}} - i_{d,\text{ref}} = \frac{l_{\text{md}}(i_d + i_F + i_D)}{l_{\text{md}}} - i_{d,\text{ref}} = i_d + i_F + i_D - i_{d,\text{ref}}. \quad (2.2)$$

Reaktio-ohjauksen soveltamista DTC-ohjattuun käyttöön on tutkinut Olli Pyrhönen väitöskirjassaan. (Pyrhönen O. 1998)

Osakuormaylimagnetointi yhdistää loistehon kompensointisäätöä ja reaktio-ohjausta pitkittäisen ilmavälivuon pitämiseksi vakiona ja tehokertoimen pitämiseksi arvossa yksi. Osakuormaylimagnetoinnin mukainen napakäämivirtaohje on vastaavaa loistehon kompensointi-säädöllä saatua ohjetta (2.1) suurempi tyhjäkäynnissä ja osakuormilla. (Pyrhönen O. 1998)

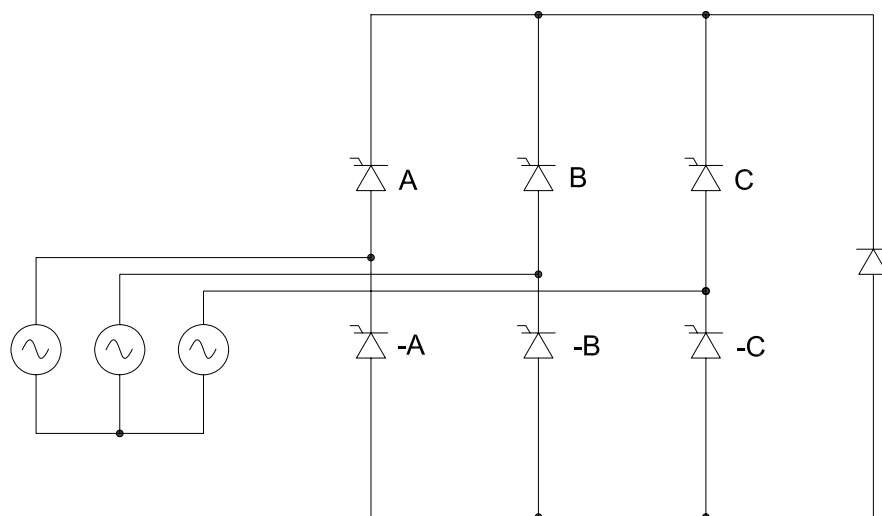
2.2 Harjallinen magnetointi

Harjallisessa magnetoinnissa magnetointivirta syötetään napakäämiin hiiliharjojen ja liukurenkaiden kautta. Magnetointiteho saadaan tavallisesti kuusipulssityristorisillalta, joka on kytketty syöttömuuntajaan tai suoraan syöttävään verkkoon.

Harjallisen magnetoinnin etuna on napakäämivirran nopea säätö hyvää dynamiikkaa vaativissa käyttökohteissa, kuten metalliteollisuuden valssikäytöissä. Hiiliharjallisen magnetointiratkaisun haittapuolia ovat hiiliharjojen kulumisesta johtuva säännöllisen huollon tarve.

2.2.1 Tyristorisilta

Kolmivaiheinen kuusipulssityristorisilta muodostuu kolmesta haarasta, joissa jokaisessa on kaksi tyristoria sarjaan kytkettynä. Tyristorihaarojen rinnalle voidaan kuvan 2.2 mukaisesti kytkeä niin sanottu nolla- eli free-wheeling-diodi, joka muodostaa virralle esteettömän kulkureitin positiiviseen suuntaan. Tässä työssä käytetään free-wheeling-termin sijaan suomenkielistä nimitystä vapaakierto. Tässä työssä tarkastellussa tyristorisillassa vapaakiertodiodia ei käytetä, koska sillan tulee kyetä syöttämään myös negatiivista jännitettä.



Kuva 2.2 Kolmivaiheinen kuusipulssityristorisilta.

Tyristorisillan jännitettä ohjataan muuttamalla tyristorien liipaisukulmaa α , joka kertoo

kuinka paljon sytytystä on viivästetty luonnollisen kommutoinnin hetkestä. Luonnollisen kommutoinnin hetkellä tarkoitetaan hetkeä, jolloin tyristorin yli vaikuttava jännite muuttuu positiiviseksi ja tyristorin paikalla oleva diodi syttyisi johtamaan.

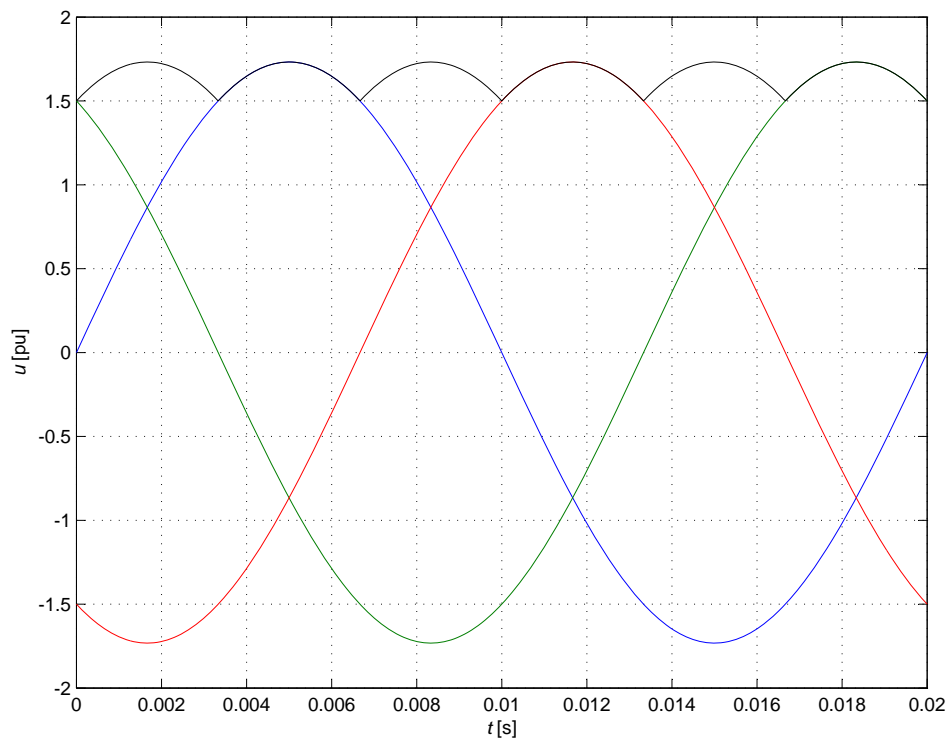
Sillan lähtöjännitteen DC-komponentti saadaan integroimalla lähtöjännitteen käyrämuoto paloittain. Liipaisukulman ollessa alle $\frac{\pi}{3}$ sillan lähtöjännitteelle u_{DC} saadaan liipaisukulman funktiona

$$u_{DC} = \frac{1}{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha} \sqrt{3}\hat{u}_v \sin(\theta) d\theta = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cos(\alpha)\hat{u}_v, \quad (2.3)$$

missä α on liipaisukulma, θ vaihekulma ja \hat{u}_v siltaa syöttävän verkon vaihejännitteen huippuarvo. Yhtälö (2.3) pätee myös suuremmilla liipaisukulmilla induktiivisesti kuormitetulle sillalle, jos induktanssin oletetaan olevan niin suuri, että resistiiviset häviöt voidaan jättää huomiotta, eikä nolladiodia käytetä. Nolladiodilla varustetun tai resistiivisesti kuormitetun sillan lähtöjännitteelle saadaan liipaisukulman ollessa yli $\pi/3$

$$u_{DC} = \frac{1}{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\pi} \sqrt{3}\hat{u}_v \sin(\theta) d\theta = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} (1 + \cos(\alpha))\hat{u}_v. \quad (2.4)$$

Yhtälön (2.3) perusteella havaitaan lähtöjännitteen saavan suurimman arvonsa kaikissa tapauksissa liipaisukulman ollessa 0, jolloin lähtöjännitteen maksimi arvoksi saadaan $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}\hat{u}_v$. Kuvassa 2.3 on esitetty pääjännitteet ja tyristorisillan lähtöjännite liipaisukulmalla 0. Samoin havaitaan, että nolladiodillisella tai resistiivisesti kuormitetulla sillalla lähtöjännitteen arvo lähestyy nollaa, kun liipaisukulma lähestyy $\frac{2\pi}{3}$:a, eikä silta voi ohjata jännitettä negatiiviseksi.



Kuva 2.3 Tyristorisillan lähtöjännite ja pääjännitteet, kun $\alpha = 0$. Syöttävän verkon taajuus on $f = 50$ Hz ja vaihejännitteen huippuarvo on 1.

Nolladiodittomalla induktiivisesti kuormitetulla sillalla lähtöjännitteen nollakohta saavutetaan liipaisukulmalla $\frac{\pi}{2}$. Suuremmilla liipaisukulman arvoilla sillan jännite on negatiivinen ja virta edelleen positiivinen, eli silta toimii neljännessä kvadrantissa syöttäen tehoa verkkoon. Liipaisukulmalla π silta saavuttaa negatiivisen jännitteen maksimin $-\frac{3\sqrt{3}}{\pi}\hat{u}_v$.

Lähtöjännite muodostuu $\frac{\pi}{3}$ välein toistuvista pulsseista, joten kolmivaiheisen sillan lähtöjännitteen väre on selvästi yksivaiheisen sillan värettä pienempi. Lähtöjännitteen harmonisisällön tarkasteluun voidaan käyttää Fourier-muunnosta.

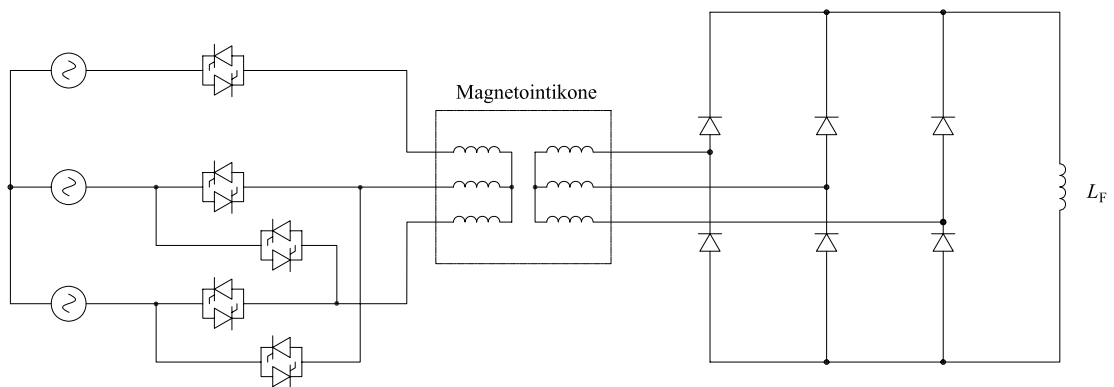
2.2.2 Hiiliharjat

Tyristorisillan syöttämä magnetointivirta viedään roottoriin useimmiten grafitista valmistettujen hiiliharjojen kautta. Hiiliharjat on jousilla puristettu hankaamaan messingistä tai teräksestä valmistettuja liukurenkaita, jotka on kytketty roottorikäännytykseen. Nykyiset hiiliharjat ovat resistiivisyydeltään pieniä, joten ne eivät aiheuta merkittävää jännitehäviötä magnetointipiirissä. Vaikka hiiliharjat kuluvat käytössä ja vaativat huoltoa, tulee huomata, että sileitä liukurenkaita hangatessaan hiiliharjat kuluvat ja tuottavat haitallista hiilipölyä

huomattavasti vähemmän kuin tasasähkökoneen kupariliuskoista valmistetun kommutaattorin hiiliharjat. Tahtikoneiden hiiliharjojen vaihtovälit ovat jatkuvassakin käytössä vuosia.

2.3 Harjaton magnetointi

Hiiliharjoista johtuva huollon tarve on johtanut harjattomien magnetointimenetelmien kehittämiseen. Harjatonta magnetointia käytettäessä magnetointikämmityksen tarvitsema teho saadaan koneen akselilla pyörivältä magnetointikoneelta, jona yleensä toimii epätahtikone. Magnetointikoneen tarvitsema staattorijännite saadaan joko suoraan verkosta muokkaamalla tai magnetointikoneetta syöttämässä voi koneen akselilla olla vielä kolmantena koneena pieni kestopagneettigeneraattori. Jos verkosta magnetointijännitteensä ottavaa tahtikoneetta käytetään generaattorina, voidaan epätahtikoneen yksi napapari varustaa kestopagneetein, mikä mahdollistaa generaattorin heräämisen myös saarekekäytössä. Epätahtikone on niin sanotusti vastakenttäsyötetty eli tahtikoneen pyörimissuunta on vastakkainen magnetointikoneen staattorikentän suunnan kanssa. Suurella jättämällä toimiva magnetointikone saa osan tarvitsemastaan tehosta sähkötehona syöttävästä verkosta ja osan mekaanisena tehona tahtikoneen akselilta. Tässä työssä tarkastellaan verkosta staattorijännitteensä ottavaa tyristoriparein ohjattua magnetointikoneetta, jonka roottoriin on kytketty kuusipulssidiodisilta. Kuvassa 2.4 on esitetty koko harjattoman magnetointijärjestelmän kytkentä.



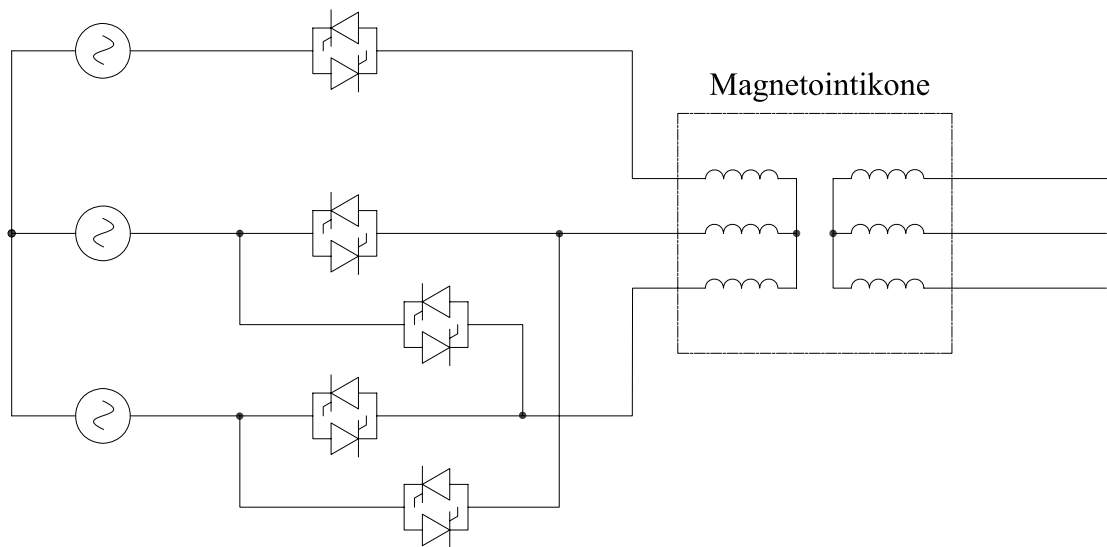
Kuva 2.4 Harjattoman magnetoinnin kytkentä. Vasemmalla tehoaste, keskellä magnetointikone ja oikealla napakäämiin liitetty diodisilta.

Harjaton magnetointi soveltuu huoltovapautensa takia käyttökohteisiin, joissa koneelta vaaditaan ennen kaikkea toimintavarmuutta tai sen huolto on hankalaa. Harjattoman magnetoinnin käyttöä rajoittaa kuitenkin käytön dynamiikka. Edellä kuvatuista magnetointitavoista havaitaan, että nopeissakin muutostiloissa napakäämivirtaohje joutuu kulkemaan

pahimmillaan kolmen koneen aikavakioiden kautta. Harjaton magneointi onkin vakiinnuttanut paikkansa vaatimatonta dynamiikkaa, mutta ehdotonta toimintavarmuutta vaativissa käyttökohteissa, kuten laivakäytöissä sekä pumppu- ja puhallinsovelluksissa.

2.3.1 Tyristoriparein syötetty epätahtikone

Magnetoimiskoneena toimivan epätahtigeneraattorin magneointijännitettä ohjataan vastarinnankytkettyjen tyristoriparien avulla. Tällöin virta pääsee kulkemaan molempiin suuntiin. Tyristoreilla ei ole yhteistä hilaa, mikä erottaa käytettävän tehoasteen kolmivaiheisesta triakkisyötöstä. Tehoasteessa on kuvan 2.5 mukaisesti kaksi ylimääräistä tyristoriparia, jotka mahdollistavat vaihejärjestyksen muuttamisen suunnanvaihdon yhteydessä. Koska magneointikoneita halutaan käyttää aina ykköstä suuremmalla jättämällä, tulee myös magneointikoneen staattorivuon pyörimissuunta vaihtaa tahtikoneen pyörimissuunnan vaihdon yhteydessä. Tyypillisesti tahtikoneen ja magneointikoneen napalukujen suhde on sellainen, että magneointikone käy yli kahden jättämällä.



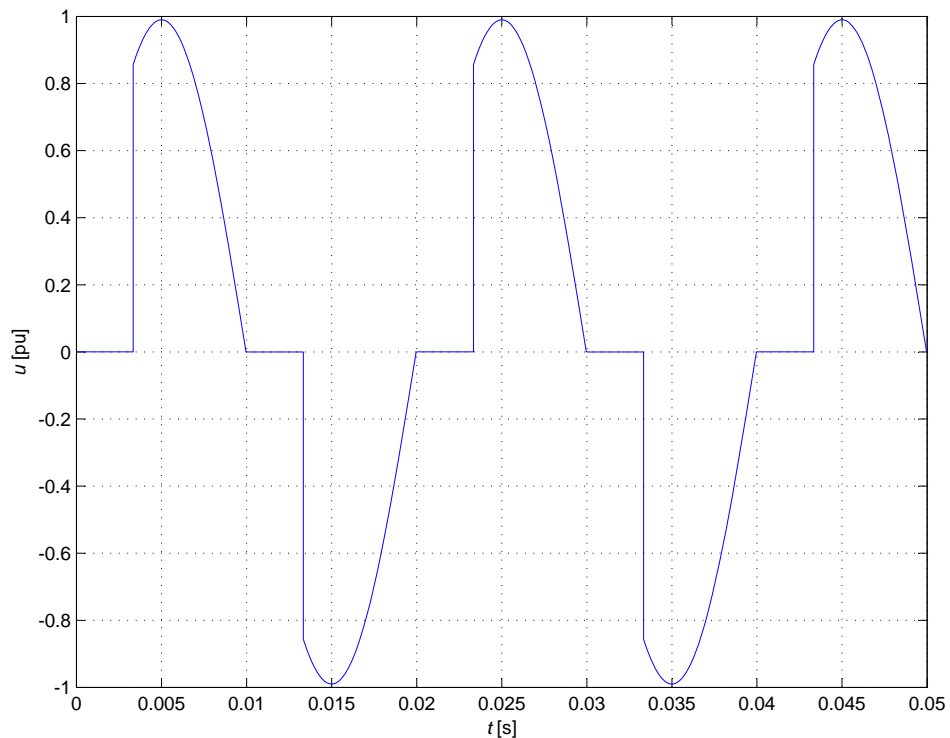
Kuva 2.5 Magneointikoneita syöttävä tyristoriparitehoaste. Kahteen alimpaan vaiheeseen on kytketty ylimääräiset tyristoriparit suunnanvaihtoa varten.

Tarkastellessa vain yhtä vaihetta kerrallaan tyristoriparin käyttäytyminen vastaa triakin käytöstä. Seuraavassa tarkastellaan triakin lähtöjännitettä erilaisilla kuormituksilla.

Triakilla voidaan muokata lähtöjännitteen tehollisarvoa liipaisukulmaa muuttamalla. Kuormituksen ollessa resistiivinen triakin lähtöjännitteen tehollisarvoksi saadaan

$$U_{\text{triac}} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} (\hat{u} \sin(\theta))^2 d\theta} = U \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}, \quad (2.5)$$

missä \hat{u} on tulojännitteen huippuarvo, U tulojännitteen tehollisarvo, α liipaisukulma ja θ vaihekulma. Havaitaan, että triakin lähtöjännite voi vaihdella vapaasti nollan ja tulojännitteen välillä liipaisukulman muuttuessa π :stä nollaan. Resistiivisesti kuormitetun triakin lähtöjännitteen käyrämuoto on esitetty kuvassa 2.6.

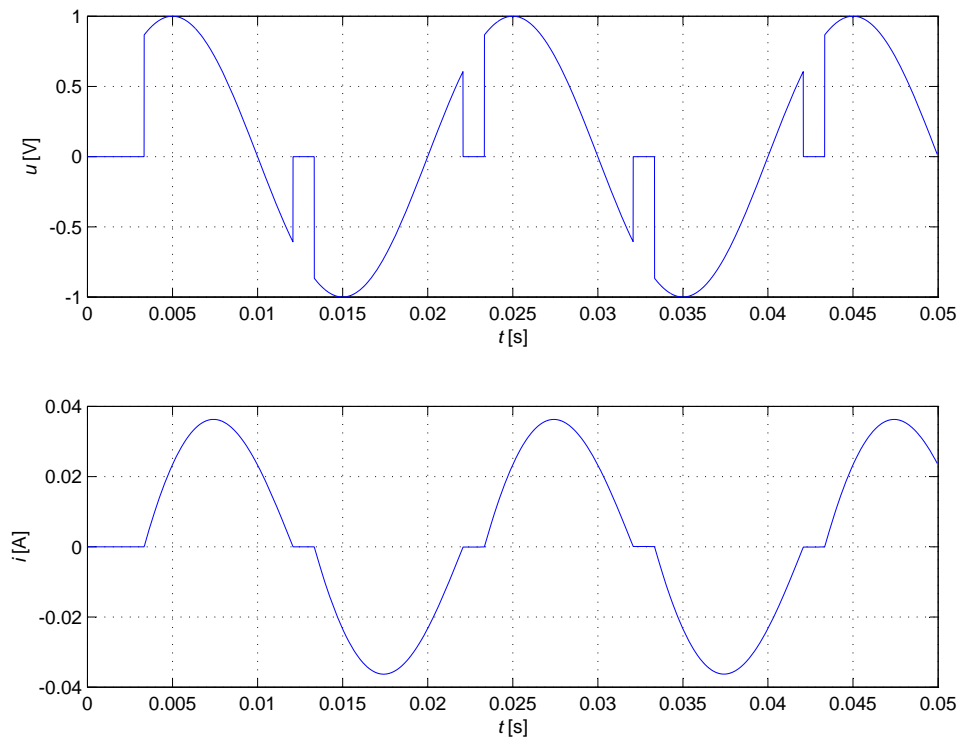


Kuva 2.6 Triakin lähtöjännitteen käyrämuoto liipaisukulman ollessa $\frac{\pi}{3}$ ja kuormituksen ollessa resistiivinen. Syöttävän verkon taajuus on $f = 50$ Hz ja vaihejännitteen huippuarvo on 1.

Induktiivisilla kuormilla yhtälö (2.5) ei päde, koska virta jatkaa kulkuaan, vaikka tulojännite saavuttaa nollakohtansa. Tällöin triakin lähtöjännite seuraa tulojännitteen käyrämuotoa kunnes virta saavuttaa nollakohtansa, jonka jälkeen jännite putoaa nollaan. Tilannetta havainnollistaa kuva 2.7.

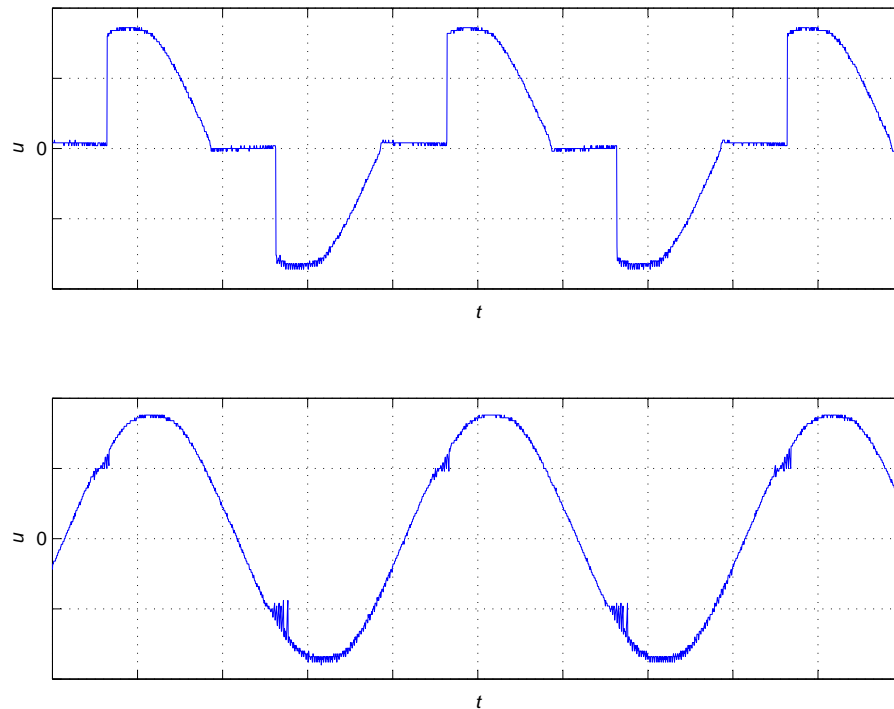
On tärkeää huomata, että tyristori jää jatkuvasti johtavaan tilaan, jos virralla on niin suuri tasakomponentti, ettei se saavuta nollatasoa lainkaan. Tällöin triakeilla tai tyristoripareilla ohjattu jännitesäätö ei toimi lainkaan, vaan triakit syöttävät jatkuvasti täyttä jännitettä.

tä. Ilmiöön joudutaan kiinnittämään erityistä huomiota simuloinnissa magnetointikoneen käynnistyksen yhteydessä, koska välittömästi käynnistyksen jälkeen koneen vuot ja virrat sisältävät huomattavia tasakomponentteja kunnes kone ajautuu jatkuvaan magnetointitilaansa.



Kuva 2.7 Triakin lähtöjännitteen ja virran käyrämuodot liipaisukulman ollessa $\frac{\pi}{3}$ ja kuormituksen ollessa resistiivis-induktiivinen ($R = 20 \Omega$, $L = 50 \text{ mH}$). Syöttävän verkon taajuus on $f = 50 \text{ Hz}$ ja vaihejännitteen huippuarvo on $\hat{u}_v = 1 \text{ V}$. Alkutilassa kuorma on virraton.

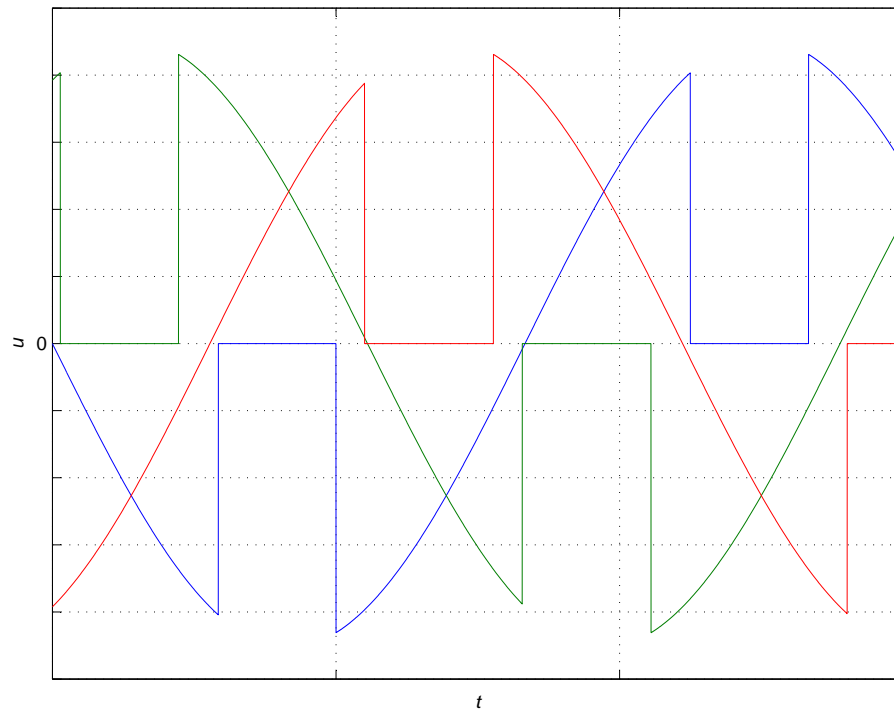
Triakin syöttäessä voimakkaasti induktiivista kuormaa pienillä liipaisukulmilla saatetaan joutua tilanteeseen, jossa triakki liipaistetaan uudelleen ennen kuin virta on ehtinyt saavuttaa nollan. Tällöin tyristori syttyy virran nollakohdassa välittömästi johtamaan vastakkaiseen suuntaan, eikä virran kulku katkea lainkaan. Lähtöjännitteen käyrämuoto vastaa tulojännitteen käyrämuotoa kuvan 2.8 mukaisesti. Lähtöjännitteen tehollisarvo on siis samalla liipaisukulmalla huomattavasti suurempi induktiivisella kuin resistiivisellä kuormituksella.



Kuva 2.8 Triakin lähtöjännitteen mitatut käyrämuodot liipaisukulman ollessa noin $\frac{\pi}{3}$. Yläkuvassa kuormitus on resistiivinen ja alakuvassa voimakkaasti induktiivinen. Lähtöjännitteen tehollisarvo voi vaihdella voimakkaasti kuormituksen mukaan, vaikka liipaisukulma on vakio.

Kolmivaiheista tyristoriohjattua syöttöä voidaan pitää eräänlaisena tyristorisiltana, jossa vähintään kahden vaiheen on johdettava samanaikaisesti, jotta virtaa kulkee tehoasteen läpi. Lähtöjännitteen tehollisarvon lasku tapahtuu pitämällä kutakin vaihetta hetimitään johtamattomana valitsemalla liipaisukulma sopivasti. Ääritapauksissa kaikki vaiheet voivat johtaa koko ajan. Tai vain kaksi vaihetta voi pääasiassa johtaa, ja kolmas vaihe on johtava vain kommutoinnin ajan, jolloin virta siirtyy vaiheelta toiselle.

Kolmivaiheisen tyristoriparitehoasteen ohjausta suunniteltaessa tulee ottaa huomioon, ettei hyvin suuria liipaisukulmia voi käyttää. Jos toinen vaihe lakkaa johtamasta ennen kuin johtamattomana ollut vaihe on uudelleen sytytetty, virta ei voi kulkea vain yhden vaiheen kautta, ja lähdön jännite putoaa nolnaan. Tämä kriittinen liipaisukulma määräytyy tyristorien sammumiskulman perusteella. Sammumiskulma puolestaan riippuu koneen induktansseista ja syötön liipaisukulmasta, joten kriittistä liipaisukulmaa ei voida yleisesti määrittellä. Resistiivisilläkin kuormilla liipaisukulma ei voi olla $\frac{2\pi}{3}$:a suurempi, joten induktiivisillä kuormilla kriittinen kulma on aina $\frac{2\pi}{3}$:a pienempi. Kuva 2.9 havainnollistaa kriittistä liipaisukulmaa, jota suuremmilla liipaisukulmilla virta ei voi kulkea.

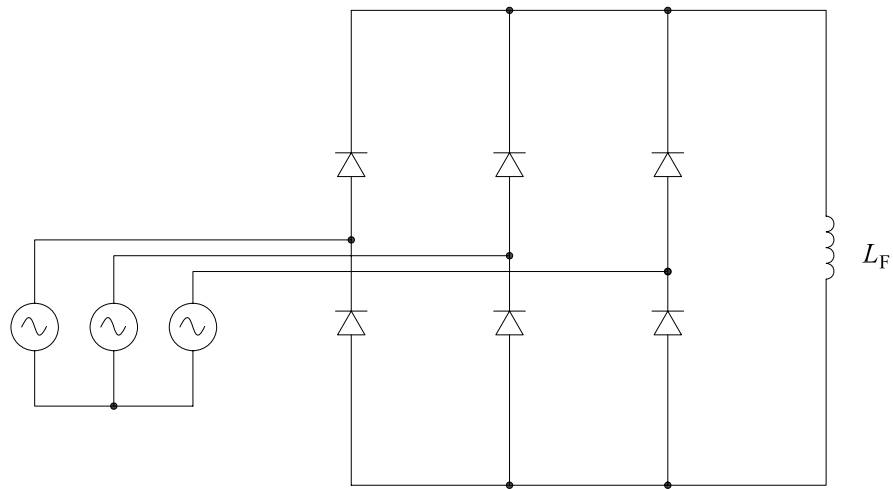


Kuva 2.9 Tylistoriparitehoasteen lähtöjännitteet liipaisukulman ollessa $\frac{3\pi}{5}$, joka on hyvin lähellä kriittistä liipaisukulmaa kyseisellä kuormituksella. Liipaisukulman kasvattaminen johtaisi tilanteeseen, jossa vain yksi vaihe voi johtaa, mikä ei ole mahdollista symmetrisessä nollajohtimettomassa kolmivaihejärjestelmässä.

Kuvasta 2.9 havaitaan selvästi, ettei liipaisukulmaa voi enää juuri kasvattaa. Liipaisukulman kasvattaminen aiheuttaa tilanteen, jossa vain yksi vaihe johtaisi, mikä ei ole mahdollista symmetrisessä nollajohtimettomassa kolmivaihejärjestelmässä. Tällöin virta lakkaa kulkemasta koko tehoasteen läpi.

2.3.2 Tasasuuntaus diodisillalla

Magnetointikoneen roottoriin on liitetty kuvan 2.10 mukainen kuusipulssidiodisilta, joka tasasuuntaa roottorivirran napakäämiin syötettäväksi tasavirraksi. Diodisilta vastaa rakenteeltaan harjallisen magnetoinnin yhteydessä esiteltyä tylistorisiltaa, jonka tylstorit on korvattu diodeilla.



Kuva 2.10 Kuusipulssidiodisilta, jossa jännitelähteet kuvaavat magnetointikoneen roottorikäemyksiä.

Diodisilta aiheuttaa roottoripiiriin vahvan epälineaarisuuden. Diodisillan lähtöjännitteen käyrämuoto vastaa tyristorisillan käyrämuotoa liipaisukulman ollessa nolla. Sinimuotoisella jännitteellä diodisillan lähtöjännite vastaa kuvassa 2.3 esitettyä tyristorisillan lähtöjännitettä.

Diodisillan lähtöjännitteelle sinimuotoisilla suureilla saadaan paloittain integroimalla

$$u_{\text{DC}} = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{3} \hat{u}_v \sin(\theta) d\theta = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \hat{u}_v. \quad (2.6)$$

Napakäämin induktanssin ollessa suuri verrattuna roottorikäemyksen induktansseihin napakäämin virta on likimain tasaista DC-virtaa. Tällöin roottorijännitteet ja diodien virrat poikkeavat merkittävästi ideaalisista sinimuotoisista suureista.

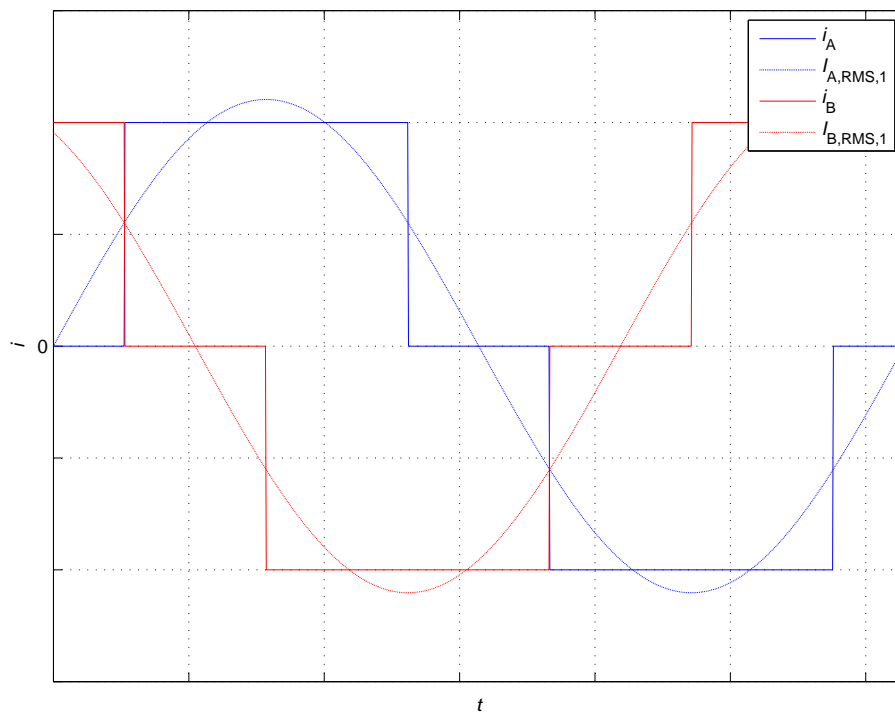
Kun oletetaan napakäämivirran olevan täysin tasaista DC-virtaa, voidaan Fourier-muunnoksella laskea vastaavien roottorivirtojen perusaaltojen tehollisarvot

$$a = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_F \cos \theta d\theta = 0, \quad (2.7)$$

$$b = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_F \sin \theta d\theta = 2 \frac{\sqrt{3}}{\pi} I_F, \quad (2.8)$$

$$I_{\text{RMS},1} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{0^2 + \left(2 \frac{\sqrt{3}}{\pi} I_F\right)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_F. \quad (2.9)$$

Kuvassa 2.11 on esitetty kanttimaiset vaihevirrat ja vaihevirtojen perusaallot, kun DC-virta on oletettu täysin tasaiseksi.



Kuva 2.11 Kahden diodisiltaa syöttävän vaiheen vaihevirrat ja vaihevirtojen perusaallot, kun DC-virta on oletettu täysin tasaiseksi.

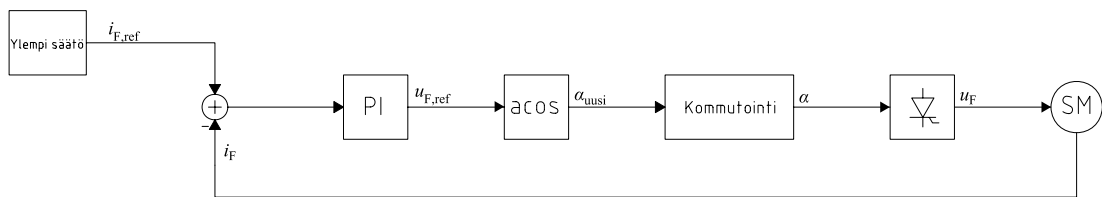
Lisäksi tulee huomata, että napakäämivirta pääsee kulkemaan vapaasti diodisillan läpi kulkematta magnetointikoneen roottorin kautta. Tämän takia roottorivirta voi pienentyä napakäämivirrasta riippumatta. Tällöin yleisesti puhutaan free-wheeling-tilasta, mutta tässä työssä on free-wheeling-termin sijaan käytetty suomenkielistä käsitettä vapaakierto.

3 MAGNETOINNIN MALLINNUS

Magnetoinnin mallinnus toteutettiin Matlab Simulink-ympäristössä. Tarkoituksena on tuottaa napakäämille haluttu magnetointivirta, kun järjestelmän tulona on magnetointivirtaohje. Virtaohjeesta muodostetaan jänniteohje PI-säätimellä, joka saa takaisinkytkennän toteutuneesta magnetointivirrasta.

3.1 Harjallinen magnetointi

Hiiliharjallisessa magnetointimenetelmässä magnetointijännite saadaan kuusipulssityristorisillalta. Tyristorisillan ohjausta varten lasketaan ensin liipaisukulma α PI-säätimen jänniteohjeen perusteella. Tyristorisillaa tarkastellaan ideaalisena, eikä hiiliharjojen aiheuttamaa jännitehäviötä huomioida. Harjallisen magnetoinnin mallinnukseen käytetyn piirin lohkokaavio on esitetty kuvassa 3.1.



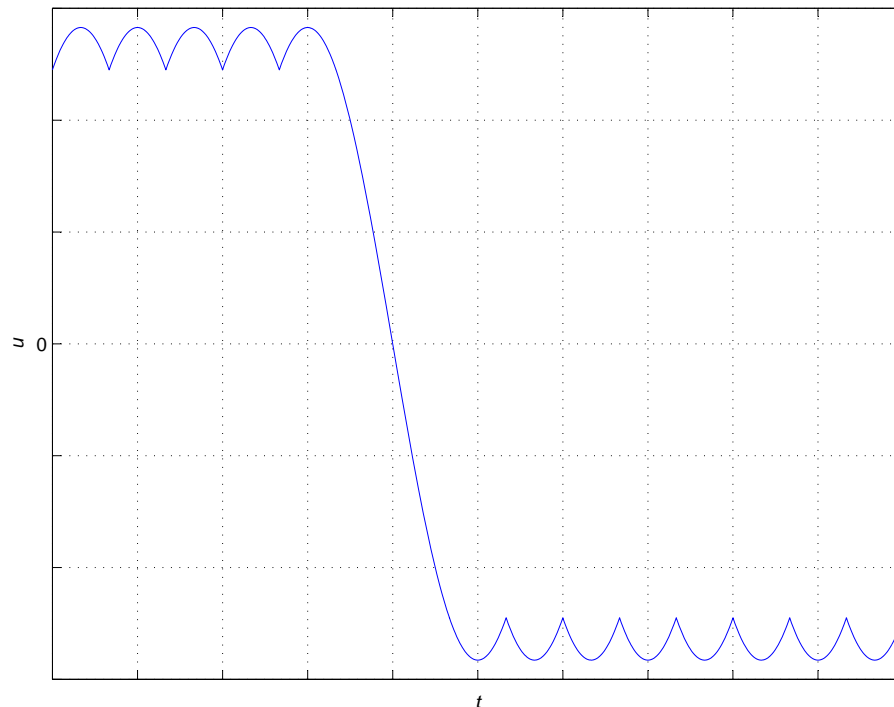
Kuva 3.1 Harjallisen magnetoinnin lohkokaavio. PI-säädin muodostaa napakäämijänniteohjeen napakäämivirran ja sen ohjearvon perusteella. Napakäämijänniteohjeen perusteella lasketaan tyristorisillan liipaisukulma. Kommutointi antaa tyristorisillalohkolle menevän liipaisukulmaohjeen muuttua vain todellista kommutointia vastaavina hetkinä.

3.1.1 Magnetoinnin säätö

PI-säätimen antaman jänniteohjeen perusteella voidaan laskea tyristorisillan liipaisukulma yhtälön (2.3) mukaan. Liipaisukulma rajoitetaan luonnollisesti välille $0 \leq \alpha < \pi$. Magnetointivirran muutosnopeutta rajoittaa syöttöjännitteen maksimiarvo ja magnetointiinduktanssi. Jatkuvuustilassa liipaisukulma on lähellä $\frac{\pi}{2}$:ta, koska syöttävän verkon jännite on noin nelinkertainen napakäämin jännitteeseen verrattuna.

3.1.2 Tyristorisillan liipaisu

Tyristorisillan mallinnuksessa tärkeimmässä osassa on kommutointi. Tyristorin rakenteesta johtuen tyristori voidaan sytyttää haluttuna hetkenä, mutta tyristorin läpi kulkevaa virtaa ei voida katkaista, vaan tyristori sammuu tässä käytössä luonnollisesti kommutoiden. Luonnollisesta sammumisesta johtuen liipaisukulman muutokset eivät välttämättä heti vaikuta todellisen tyristorisillan toimintaan. Jos esimerkiksi liipaisukulma on alle $\frac{\pi}{3}$ ja liipaisukulmaa kasvatetaan, eli sytytystä viivästetään, näkyy liipaisukulman muutos vasta seuraavalla pulssilla. Kuvassa 3.2 on esitetty tyristorisillan lähtöjännitteen käytös, kun liipaisukulmaa kasvatetaan askelmaisesti siten, että jännitteen ohjearvo muuttuu positiivisesta maksimista negatiiviseen maksimiinsa.



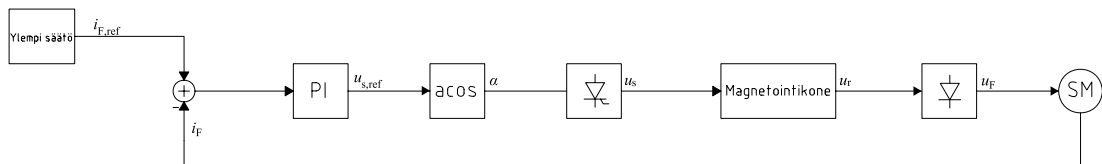
Kuva 3.2 Tyristorisillan lähtöjännite, kun liipaisukulma muuttuu askelmaisesti arvosta 0 arvoon π . Jännite ei voi muuttua askelmaisesti, vaan jännite seuraa laskureunalla syöttävän verkon jännitteen siniaallon käyrämuotoa. Liipaisukulma π on liipaisukulman teoreettinen maksimi. Käytännössä liipaisukulman maksimiarvo rajoitetaan hieman π :tä pienemmäksi kommutoinnin varmistamiseksi.

Kun tyristorisillalle käytetään ideaalista mallia, joka ei sisällä kommutointia, on käytettävä erillistä kommutointipiiriä. Kommutointipiiri huolehtii sillan kommutoinnista siten, että liipaisukulman muutosta ei sallita silloin, kun se ei vaikuttaisi todellisen sillan toimintaan. Kommutointimallia suunniteltaessa on kiinnitettävä erityistä huomiota tilanteisiin, joissa liipaisukulman ohjearvo kasvaa nopeasti. Tällöin lähtöjännitteen tulee seurata

muutoshetkellä johtavaa pulssia kunnes lähtöjännite on ajautunut tasolle, jossa liipaisu voidaan suorittaa.

3.2 Harjaton magnetointi

Harjattomassa magnetoinnissa napakäämivirta tuotetaan erillisellä tahtikoneen akselille liitettyllä magnetointikoneella, jota syötetään tyristoritehoasteella. Magnetointivirran säätö tapahtuu muokkaamalla magnetointikoneen syöttöjännitettä tyristoritehoasteella. Säätoelimenä toimii vastaavanlainen PI-säädin kuin harjallisessa magnetoinnissa. Kuva 3.3 havainnollistaa harjattoman magnetointijärjestelmän rakennetta lohkokaavioitasolla.



Kuva 3.3 Harjattoman magnetoinnin lohkokaavio. PI-säädin muodostaa napakäämijänniteohjeen napakäämivirran ja sen ohjearvon perusteella. Napakäämijänniteohjeen perusteella lasketaan tyristoritehoasteen liipaisukulma. Tehoaste tuottaa magnetointikoneen staattorijännitteen. Magnetointikoneen roottoriin kytketty diodisilta tasasuuntaa roottorijännitteet napakäämille.

Harjaton magnetointijärjestelmä sisältää vahvoja tehoelektronikan aiheuttamia epälinearisuuksia sekä magnetointikoneen staattori- että roottoripiireissä. Epälinearisuuksien takia magnetointikonea ei voida mallintaa perinteisin moottorimallein, vaan joudutaan käyttämään useita eri malleja kuvaamaan tehoelektronikan eri toimintatiloja.

3.2.1 Magnetointikoneen syöttöjännitteen säätö tyristoreilla

Virtasäätimenä käytettävä PI-säädin antaa syöttöjännitteelle ohjearvon. Syöttöjännitteen ohjearvosta lasketaan liipaisukulma tyristorisillalle samoin kuin harjallisen magnetoinnin tapauksessa.

Mallinnuksen kannalta tyristoriparitehoaste käyttäytyy tavallisen tyristorisillan tapaan. Samanaikaisesti vähintään kahden vaiheen on oltava johtavassa tilassa, muutoin virtaa ei kulje. Tyristorisilta joudutaan ajattelemaan tilakoneena, joka vaihtaa tilaansa virran

kommutoidessa vaiheiden välillä. Virroille löydetään kuusi erilaista kulkusuuntayhdistelmää, kun vain kaksi vaihetta johtaa samanaikaisesti. Nämä tilat on valittu parittomiksi tiloiksi. Ylimääräisenä tilana voidaan pitää tilannetta, jossa yksikään vaihe ei johda.

Kaikkien parittomien tilojen välillä kommutoidessa kaikki vaiheet johtavat yhtä aikaa vähintään hyvin lyhyen kommutointihetken ajan, mutta pienillä liipaisukulmilla voidaan päätyä tilanteeseen, jossa kaikki vaiheet johtavat koko ajan samanaikaisesti. Tilat, joissa kaikki vaiheet johtavat, on valittu parillisiksi.

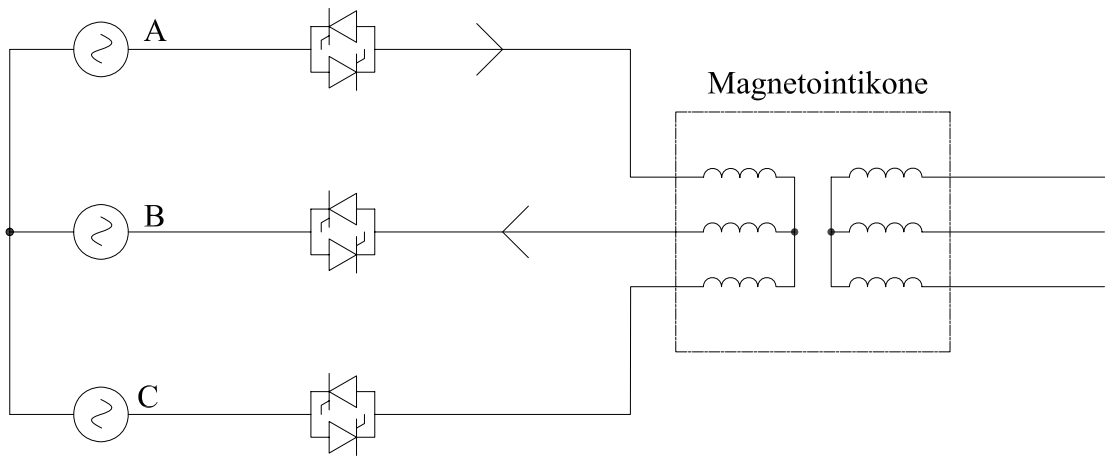
Staattorikämmityksen näkemät vaihejännitteet ovat johtavien vaiheiden osalta suoraan tyristoritehoastetta syöttävän verkon vaihejännitteiden suuruiset. Johtamattoman vaiheen vaihejännite on nolla. Esimerkki vaihejännitteiden ja -virtojen käyrämuodoista on esitetty kuvassa 2.7.

Kaikki mahdolliset tilat on koottu taulukkoon 3.1, jossa ensimmäinen kirjain kuvaa positiiviseen suuntaan johtavaa vaihetta ja jälkimmäinen kirjain negatiiviseen suuntaan johtavaa vaihetta. Tilojen välinen nuoli kuvaa käynnissä olevaa kommutointia, jolloin kaikki vaiheet johtavat samanaikaisesti.

Taulukko 3.1 Magnetointikoneen staattoria syöttävän tyristoritehoasteen kommutointitilaa kuvaavan tilakoneen tilat.

Tila	Johtavat vaiheet
1	AB
2	AB ↔ AC
3	AC
4	AC ↔ BC
5	BC
6	BC ↔ BA
7	BA
8	BA ↔ CA
9	CA
10	CA ↔ CB
11	CB
12	CB ↔ AB

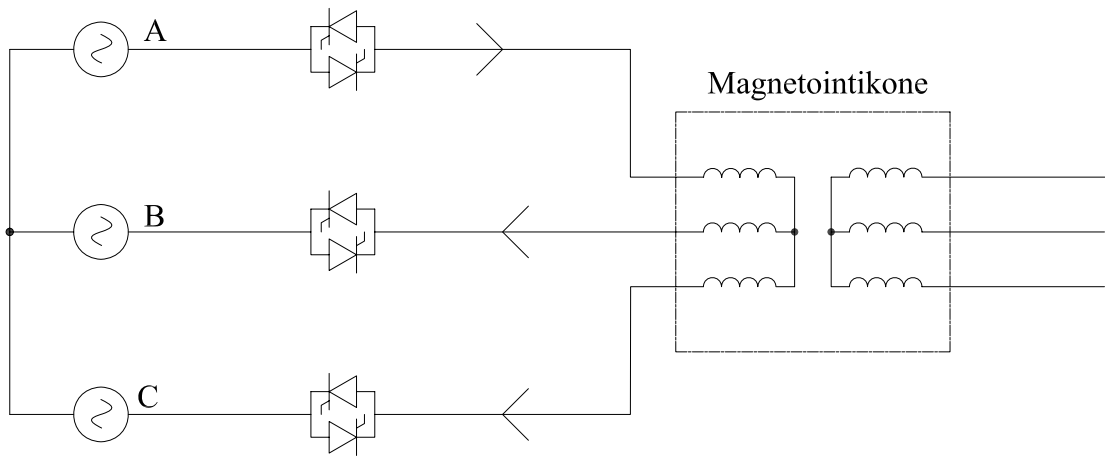
Virtojen suunnat on valittu siten, että positiivinen suunta on tyristoreilta staattorikämmitykseen päin. Kuvassa 3.4 on esitetty vaihevirtojen kulkusuunnat tilakoneen tilassa yksi. Vaiheen A virta on positiivinen, vaiheen B virta on negatiivinen ja vaihe C on virraton.



Kuva 3.4 Staattorin virtojen kulkusuunnat staattoritulakoneen tilassa yksi, jota merkitään myös tilana AB.

Edellä kuvatun tilakoneen tilojen välinen siirtymä tapahtuu joko virran tai jännitteen perusteella riippuen ollaanko parillisessa vai parittomassa tilassa. Jännitteistä vertaillaan itseisarvoja ja virroista tarkkaillaan nollatason saavuttamista.

Parittomasta tilasta siirrytään parilliseen tilaan kolmannen vaiheen alkaessa johtaa. Kolmas vaihe tulee johtavaksi, kun johtamattoman vaiheen jännitteen itseisarvo kasvaa vastaavaan suuntaan johtavan vaiheen jännitteen itseisarvoa suuremmaksi, ja valittu liipaisukulma on saavutettu. Esimerkiksi tilasta yksi, jossa vaiheet A ja B johtavat, siirrytään tilaan kaksi, jos pyörimissuunta on positiivinen. Kommutointi tapahtuu, kun vaiheen C jännite on vaiheen B jännitettä pienempi, ja vaiheen C kulma saavuttaa liipaisukulman. Kuvassa 3.5 on esitetty virtojen kulkusuunnat tilassa kaksi. Jos pyörimissuunta olisi negatiivinen, siirryttäisiin vastaavasti tilaan 12 eli $CB \leftrightarrow AB$.



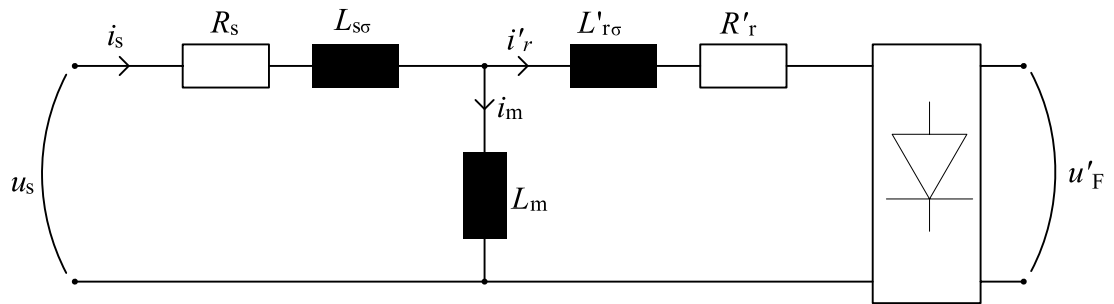
Kuva 3.5 Staattorin virtojen kulkusuunnat staattoritulakoneen tilassa kaksi, jota merkitään myös tilana $AB \leftrightarrow AC$.

Parillisesta tilasta siirrytään parittomaan tilaan, kun jonkin johtavan vaiheen virta putoaa nolnaan. Esimerkiksi positiiviseen pyörimissuuntaan edetessä tilasta kaksi siirrytään tilaan kolme, kun vaiheen B virta saavuttaa nolnan.

3.2.2 Magnetointikoneen sijaiskytkentä

Magnetointikoneetta voidaan tarkastella tavallisena epätahtikoneena. Tehoelektroniikan aiheuttamien epälinearisuuksien lisäksi magnetointikoneen erottaa yleiskäyttöisistä epätahtikoneista se, että kone toimii jatkuvasti hyvin suurella jättämällä roottorin pyöriessä staattorikentän suuntaa vastaan.

Magnetointikone voidaan kuvata epätahtikoneen yksivaiheisella sijaiskytkennällä. Kuvan 3.6 sijaiskytkennän yksinkertaistamiseksi rautahäviöitä kuvaava resistanssi on jätetty huomiotta. Roottoriin piirretty diodisilta muistuttaa, ettei yksinkertaistettua sijaiskytkentää voida yksinään käyttää vahvoja epälinearisuuksia sisältävän järjestelmän mallintamiseen.



Kuva 3.6 Magnetointikoneen yksinkertaistettu yksivaiheinen sijaiskytkentä. Roottoripiiriin kytketty diodisilta muistuttaa, että todellisessa järjestelmässä diodisilta tasasuuntaa roottorivirrat napakäämille.

Yksivaiheisessa sijaiskytkennässä roottorisuureet on redusoitu staattoritasoon käyttäen reduktiokertoimena roottorin ja staattorin tehollisten käämikierrosten suhdetta n . Roottorijännite redusoidaan staattoritasoon reduktiokertoimella jakamalla

$$u'_r = \frac{1}{n} u_r. \quad (3.1)$$

Roottorivirta redusoidaan staattoritasoon kertomalla reduktiokertoimella

$$i'_r = n i_r. \quad (3.2)$$

Roottorin resistanssi ja hajainduktanssi puolestaan redusoidaan staattoritasoon jakamalla reduktiokertoimen neliöllä

$$R'_r = \frac{1}{n^2} R_r, \quad (3.3)$$

$$L'_{r\sigma} = \frac{1}{n^2} L_{r\sigma}. \quad (3.4)$$

Kone voidaan kuvata yksinkertaisimmin jänniteyhtälöillä, jotka on esitetty kirjallisuudessa (Zahawi 1989). Vuo-orientoitunutta mallia ei kannata käyttää, koska tehoelektronikan aiheuttamien epälineaarisuuksien takia vaihesuuret ovat epäsinimuotoisia.

Jos staattori kuvitellaan sinisyöttöiseksi, voidaan koneelle käyttää mallia, jossa staattori kuvataan kaksiakselisena ja roottori kolmivaiheisena. Roottoria ei kannata kuvata kaksiakselisena, koska roottoritulakoneen kommutoinnin takia kaikki roottorin vaihevirratt tulee tuntea kaikilla ajanhetkillä. DQabc-mallin jänniteyhtälöryhmä matriisimuodossa voidaan kirjoittaa

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \\ u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -\omega_r \bar{L}_s & 0 & -\sqrt{3M}\omega_r/2 & \sqrt{3M}\omega_r/2 \\ \omega_r \bar{L}_s & R_s & \bar{M}\omega_r & -\bar{M}\omega_r/2 & -\bar{M}\omega_r/2 \\ 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \bar{L}_s & 0 & \bar{M} & -\bar{M}/2 & -\bar{M}/2 \\ 0 & \bar{L}_s & 0 & \sqrt{3M}/2 & -\sqrt{3M}/2 \\ \bar{M} & 0 & \bar{L}_r & 0 & 0 \\ -\bar{M}/2 & \sqrt{3M}/2 & 0 & \bar{L}_r & 0 \\ -\bar{M}/2 & -\sqrt{3M}/2 & 0 & 0 & \bar{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_D}{dt} \\ \frac{di_Q}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}, \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

missä u_D ja u_Q ovat staattorin pitkittäis- ja poikittaisakselien suuntaiset jännitteet, $u_{a,b,c}$ roottorin vaihejännitteet, i_D ja i_Q staattorin pitkittäis- ja poikittaisakselien suuntaiset virrat, $i_{a,b,c}$ roottorin vaihevirratt, ω_r roottorin kulmataajuus, R_s ja R_r staattorin ja roottorin vaihekohtaiset resistanssit, \bar{L}_s ja \bar{L}_r staattorin ja roottorin induktanssit ja \bar{M} staattorin ja roottorin välinen keskinäisinduktanssi. Induktanssien yläviiva erottaa kaksiakselisen mallin induktanssit kolmiakselisen mallin induktansseista.

Staattori-induktanssi on staattorin hajainduktanssin ja magnetointi-induktanssin summa

$$\bar{L}_s = L_{s\sigma} + L_m. \tag{3.6}$$

Roottori-induktanssi on staattoriin redusoidun roottorinhajainduktanssin ja magnetointi-induktanssin summa kerrottuna tehollisten käämikierrosten suhteen n neliöllä

$$\bar{L}_r = n^2(L'_{r\sigma} + L_m). \tag{3.7}$$

Staattorin ja roottorin keskinäisinduktanssi saadaan magnetointi-induktanssin ja tehollisten käämikierrosten suhteen avulla

$$\overline{M} = n\sqrt{\frac{2}{3}}L_m. \quad (3.8)$$

Staattoria syöttävän tehoasteen mallintamiseksi tulee tuntea myös kaikki staattorin virrat, joten luontevinta on käyttää kolmivaiheista esitystä sekä staattorissa että roottorissa. Kolmivaiheisen esitystavan huonona puolena on keskinäisinduktanssien riippuvuus roottorin kiertymäkulmasta θ . Kolmivaihe-esityksen etuna on, ettei muunnoksia kaksi- ja kolmivaiheisen esityksen välillä tarvita lainkaan. Magnetointikoneen jänniteyhtälöiksi kolmivaiheisena esityksenä saadaan

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s & M \cos(\theta_1) & M \cos(\theta_2) & M \cos(\theta_3) \\ M_s & L_s & M_s & M \cos(\theta_3) & M \cos(\theta_1) & M \cos(\theta_2) \\ M_s & M_s & L_s & M \cos(\theta_2) & M \cos(\theta_3) & M \cos(\theta_1) \\ M \cos(\theta_1) & M \cos(\theta_3) & M \cos(\theta_2) & L_r & M_r & M_r \\ M \cos(\theta_2) & M \cos(\theta_1) & M \cos(\theta_3) & M_r & L_r & M_r \\ M \cos(\theta_3) & M \cos(\theta_2) & M \cos(\theta_1) & M_r & M_r & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

missä $u_{A,B,C}$ ovat staattorin vaihejännitteet, $i_{A,B,C}$ staattorin vaihevirrat ja $\theta_{1,2,3}$ vaiheiden kokemat roottorin kiertymäkulmat. Induktansseja ei ole merkitty yläviivalla erotuksena kaksiakselimallin induktansseihin.

Staattorin ja roottorin välinen keskinäisinduktanssi määritellään

$$M = \sqrt{\frac{2}{3}}\overline{M} = n\frac{2}{3}L_m. \quad (3.10)$$

Koska staattori ja roottori ovat molemmat käämittyjä, arvioidaan vaiheiden väliset keskinäisinduktanssit yhtä suuriksi. Esimerkiksi Pyrhönen on esittänyt (Pyrhönen J. 2006) vaiheiden välisille keskinäisinduktansseille

$$M_s = M_r = -\frac{L_m}{3}. \quad (3.11)$$

Staattori- ja roottori-induktanssit saadaan kaksiakseliesityksestä lisäämällä vaiheiden väliset keskinäisinduktanssit

$$L_s = \bar{L}_s + M_s, \quad (3.12)$$

$$L_r = \bar{L}_r + M_r. \quad (3.13)$$

Edellä esitetyt jänniteyhtälöt eivät suoraan sovellu magnetointikoneen kuvaamiseen, vaan epälineaarisuudet tulee huomioida muokkaamalla jänniteyhtälöt kunkin toimintatilan mukaan jäljempänä esitettävällä tavalla.

3.2.3 Dioditasasuuntaus roottorissa

Roottorivirrat napakäämille tasasuuntaava diodisilta voidaan mallintaa staattoria syöttävän tyristoritehoasteen tavoin tilakoneena. Staattoriin verrattuna diodisilta on yksinkertaisempi, koska luonnollisesti kommutoivien diodien kuvitteellinen liipaisukulma on aina nolla. Napakäämin kokema jännite on roottorin vaihejännitteiden maksimi- ja minimiarvojen erotus.

Valitaan parittomiksi tiloiksi ne kuusi virtojen kulkusuuntayhdistelmää, joissa vain kaksi vaihetta johtaa. Vastaavasti parillisiksi tiloiksi valitaan tapaukset, joissa kaikki vaiheet johtavat yhtä aikaa. Kolmantenatoista tilana voitaisiin pitää tapausta, jossa mikään vaihe ei johda.

Parittomien tilojen välillä on systeemi ainakin kommutoinnin ajan parillisessa tilassa, jolloin kaikki vaiheet johtavat hetkellisesti yhtä aikaa. Jos napakäämin induktanssi on niin

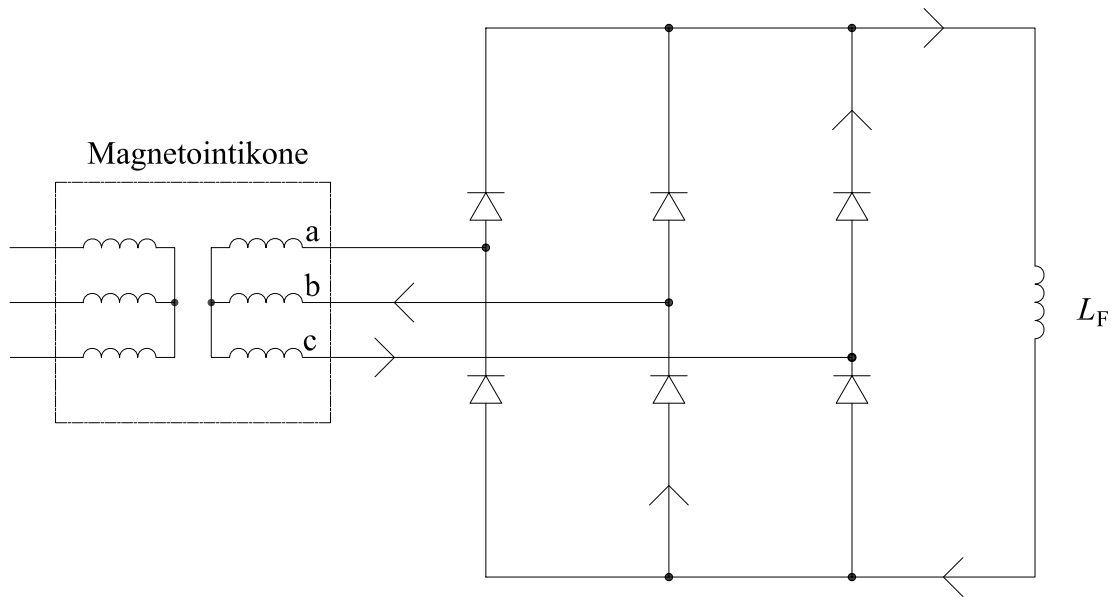
pieni, että roottorivirrat ovat likimain sinimuotoisia, ei parittomia tiloja esiinny kuin hetkellisesti vaihevirran vaihtaessa suuntaansa. Yleensä napakäämin induktanssi on niin suuri, että napakäämin virta on likimain tasaista DC-virtaa, jolloin suurimman osan ajasta vain kaksi vaihetta johtaa.

Roottoritulakoneen tilat on koottu taulukkoon 3.2. Ensimmäinen kirjain kuvaa negatiiviseen suuntaan johtavaa vaihetta ja jälkimmäinen positiiviseen suuntaan johtavaa vaihetta. Tilojen välinen nuoli parillisissa tiloissa kuvaa käynnissä olevaa kommutointia, jolloin kaikki vaiheet johtavat.

Taulukko 3.2 Napakäämiä syöttävää magnetointikoneen roottoriin kytkettyä diodisiltaa kuvaavan tilakoneen tilat.

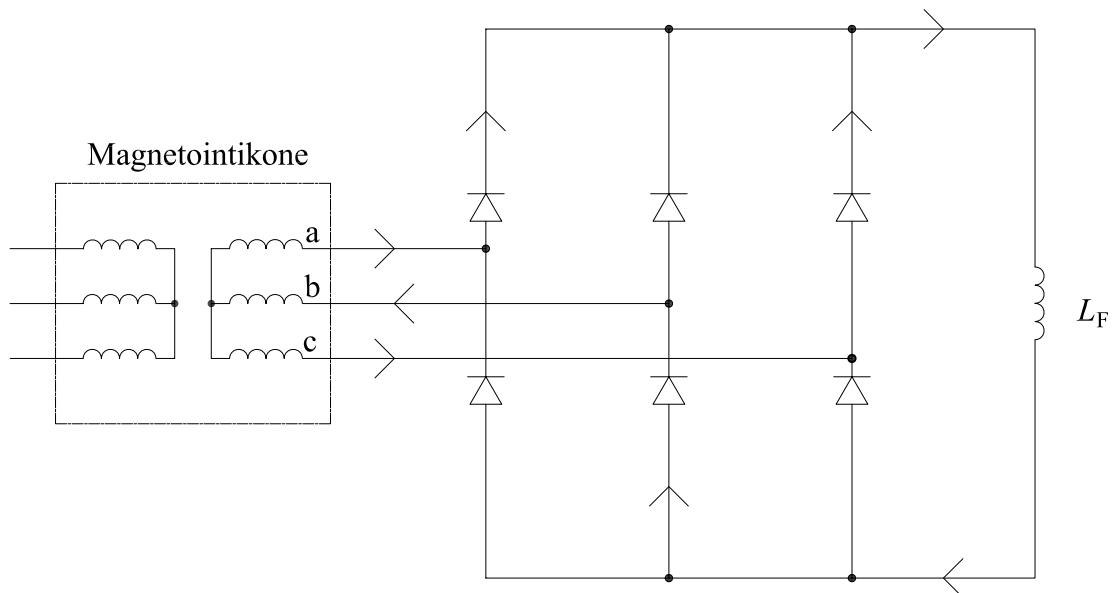
Tila	Johtavat vaiheet
1	cb
2	cb ↔ ab
3	ab
4	ab ↔ ac
5	ac
6	ac ↔ bc
7	bc
8	bc ↔ ba
9	ba
10	ba ↔ ca
11	ca
12	ca ↔ cb

Virtojen suunnat on valittu siten, että positiivinen suunta on diodisillalta roottorikäimityksen suuntaan. Kuvassa 3.7 on esitetty virtojen suunnat roottoritulakoneen tilassa yksi. Vaiheen c virta on negatiivinen, ja vaiheen b virta on positiivinen. Vaihe a on virraton.



Kuva 3.7 Roottorin virtojen kulkusuunnat roottoritilakoneen tilassa yksi, jota merkitään myös tilana cb.

Parittomasta tilasta siirrytään parilliseen tilaan kolmannen vaiheen alkaessa johtaa jännitteen itseisarvon kasvaessa samaan suuntaan johtavan vaiheen jännitteen itseisarvoa suuremmaksi. Pyörimissuunnan ollessa positiivinen tilasta yksi siirrytään tilaan kaksi, kun vaiheen a jännite kasvaa vaiheen c jännitettä suuremmaksi. Kuvassa 3.8 havainnollistetaan virtojen kulkusuuntia tilassa kaksi.



Kuva 3.8 Roottorin virtojen kulkusuunnat roottoritilakoneen tilassa kaksi, jota merkitään myös tilana $cb \leftrightarrow ab$.

Parillisista tiloista siirrytään parittomaan tilaan, kun jokin vaihevirta saavuttaa nollan. Esimerkiksi tilasta kaksi, eli $cb \leftrightarrow ab$, siirrytään tilaan kolme eli ab, kun vaiheen c virta las-

kee nolleen.

Tilakonetta sovellettaessa tulee huomata, että napakäämivirta voi kulkea vapaasti diodisillan läpi niin sanotussa vapaakiertotilassa. Tällöin roottorivirrat pääsevät laskemaan napakäämivirrasta riippumatta. Roottoripiirin käyttäytyminen eroaa huomattavasti riippuen siitä, onko roottorivirta kasvamassa vai vähenemässä. Roottoritilakoneessa voidaan ajatella olevan 24 tilaa edellä esitettyjen 12 tilan sijaan, vaikka 12 tilalla on mahdollista kuvata kaikki roottorin virtojen kulkusuuntayhdistelmät.

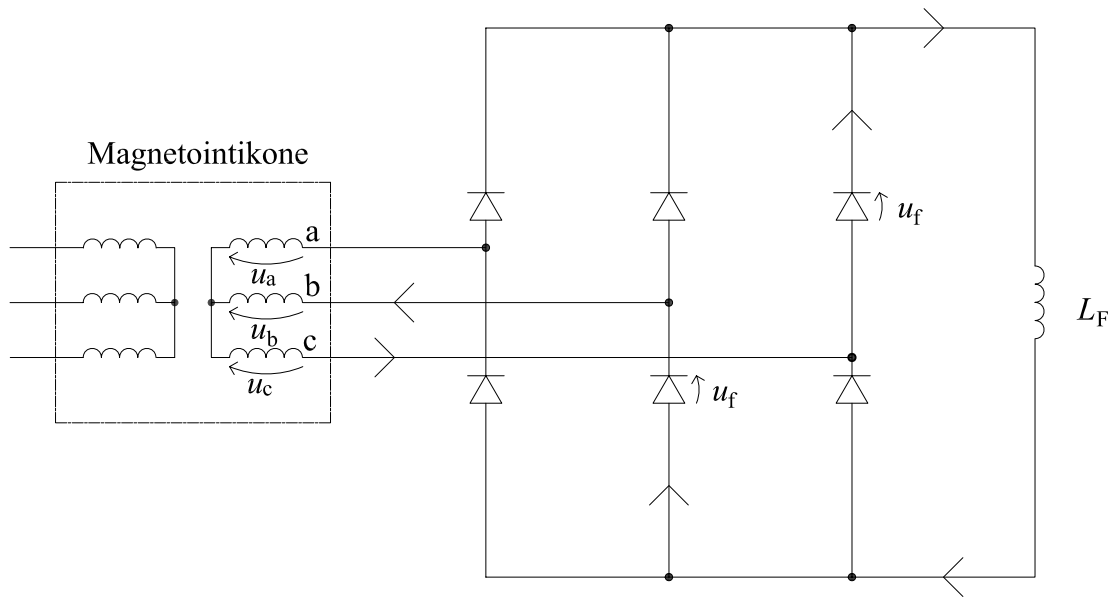
3.2.4 Tilakoneiden yhdistäminen konemalliin

Edellä on huomattu perinteisten mallien olevan soveltumattomia vahvoja epälinearisuuksia sisältävän magnetointikoneen mallintamiseen. Magnetointikoneen roottoriin kytketty diodisilta muistuttaa liukurengaskoneiden alkeelliseen säätöön käytetyn Kramer-sillan osaa. Tässä työssä on vapaasti soveltaen hyödynnetty Zahawin (Zahawi 1989) esittämää epälineaarista tilakoneeseen perustuvaa mallia Kramer-kytkennälle.

Tilakonemalli, jossa staattori on oletettu sinisyöttöiseksi, on saatu yksinkertaistamalla Zahawin esittämää mallia. Tyristoreilla syötetyn staattorin tapauksessa myös edellä kuvattu staattoritilakone on istutettu osaksi mallia, jolloin järjestelmä monimutkaistuu huomattavasti. Tarkastellaan ensin sinisyöttöistä magnetointikonetta, jonka staattori on kuvattu kaksiakselisena.

Magnetointikoneelle muodostetaan jänniteyhtälöt yhtälöryhmän (3.5) ja roottoritilakoneen avulla. Jokaista roottoritilaa vastaa oma jänniteyhtälöryhmänsä. Jos vain kaksi vaihetta johtaa riittää yhden roottorivirran ratkaiseminen, mutta kaikkien vaiheiden johtaessa joudutaan ratkaisemaan kaksi vaihevirtaa, jolloin kolmas vaihevirta saadaan virtojen symmetrian perusteella.

Tarkastellaan ensimmäistä roottoritilaa cb esimerkkinä tapauksesta, jossa kaksi vaihetta johtaa. Kuvassa 3.9 on esitetty roottorivirtojen kulkusuunnat ja piirin jännitehäviöt.



Kuva 3.9 Roottorin virtojen kulkusuunnat roottoritulakoneen tilassa yksi, jota merkitään myös tilana cb.

Kuvan 3.9 perusteella voidaan roottorivirroille kirjoittaa

$$0 = i_a, \quad (3.14)$$

$$0 = i_b + i_c. \quad (3.15)$$

Vastaavasti virran kulkeman suljetun piirin jänniteyhtälöksi saadaan

$$0 = u_c + R_f i_c - u_f + R_F i_c + L_F \frac{di_c}{dt} - u_f - R_f i_b - u_b, \quad (3.16)$$

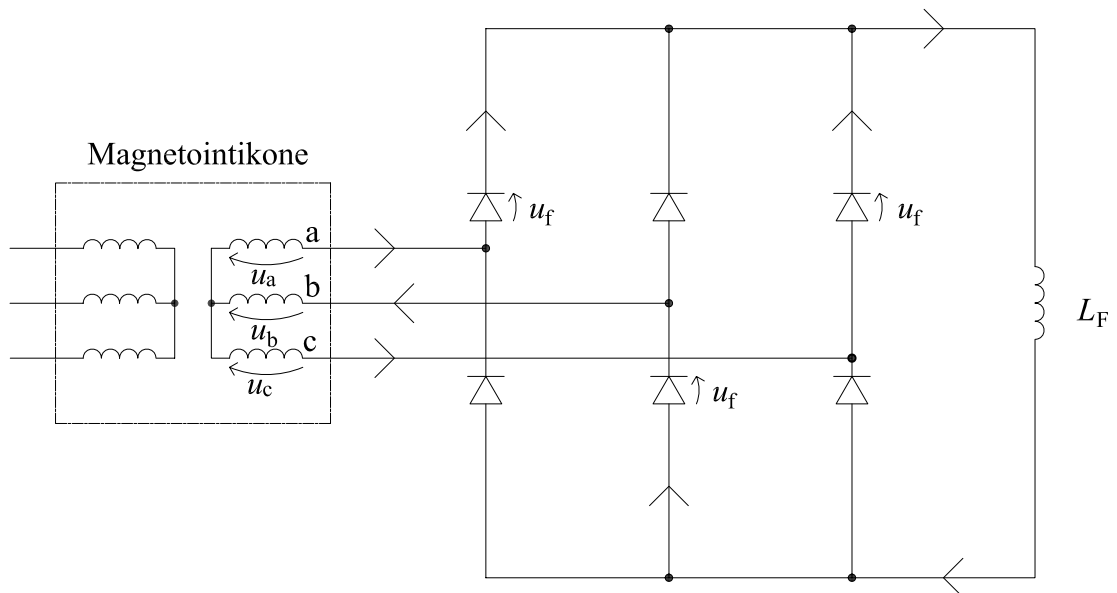
missä R_F on napakäämin resistanssi, L_F napakäämin induktanssi, R_f diodin resistanssi ja u_f diodin päästöjännitehäviö. Sijoittamalla yhtälö (3.15) saadaan jänniteyhtälö (3.16) muotoon

$$u_c - u_b = (R_F + 2R_f) i_b + L_F \frac{di_b}{dt} + 2u_f, \quad (3.17)$$

Edellisten yhtälöiden avulla yhtälöryhmä (3.5) saadaan muotoon

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -\omega_r \bar{L}_s & -\sqrt{3M}\omega_r \\ \omega_r \bar{L}_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_b \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \bar{L}_s & 0 & 0 \\ 0 & \bar{L}_s & \sqrt{3M} \\ 0 & -\sqrt{3M} & -(2\bar{L}_r + L_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_D}{dt} \\ \frac{di_Q}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Kun kaikki kolme vaihetta johtavat, tulee ratkaista kaksi vaihevirtaa. Kolmas vaihevirta saadaan virtojen symmetrian perusteella. Tarkastellaan esimerkkinä roottoritilaa kaksi eli $cb \leftrightarrow ab$. Kuvassa 3.10 on esitetty roottorivirtojen suunnat kyseisessä tilassa.



Kuva 3.10 Roottorin virtojen kulkusuunnat roottoritilakoneen tilassa kaksi, jota merkitään myös tilana $cb \leftrightarrow ab$.

Roottorivirrat ovat symmetrisiä, eikä nollakomponenttia ole, joten virroille pätee

$$0 = i_a + i_b + i_c. \tag{3.19}$$

Kuvan 3.10 perusteella voidaan kirjoittaa kaksi suljetun silmukan jänniteyhtälöä

$$u_a - u_c = R_f i_b + 2R_f i_c, \quad (3.20)$$

$$u_c - u_b = (R_F + R_f) i_b + L_F \frac{di_b}{dt} - R_f i_c + 2u_f. \quad (3.21)$$

Yhdistämällä edelliset jänniteyhtälöt yleisen tapauksen yhtälöryhmään tilan $cb \leftrightarrow ab$ jänniteyhtälöryhmäksi saadaan

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega_r \bar{L}_s & -\sqrt{3M}\omega_r/2 & \sqrt{3M}\omega_r/2 \\ \omega_r \bar{L}_s & R_s & -3\bar{M}\omega_r/2 & -3\bar{M}\omega_r/2 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

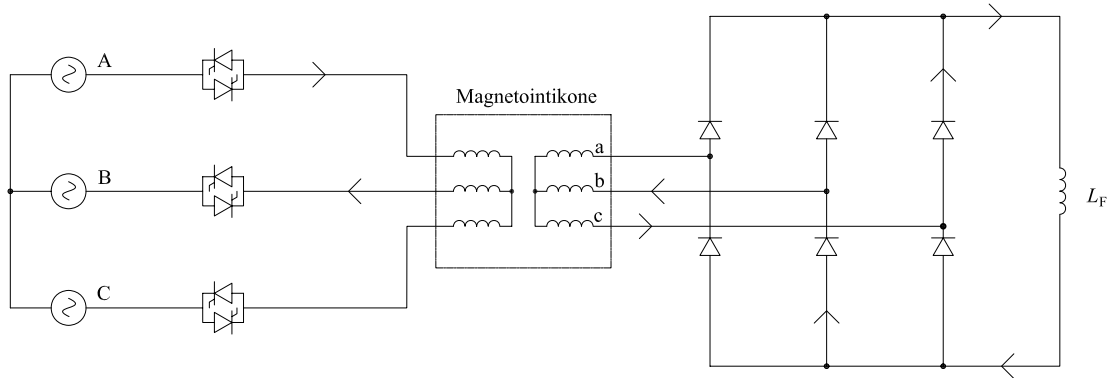
$$+ \begin{bmatrix} \bar{L}_s & 0 & -3\bar{M}/2 & -3\bar{M}/2 \\ 0 & \bar{L}_s & \sqrt{3M}/2 & -\sqrt{3M}/2 \\ 0 & -\sqrt{3M} & -(\bar{L}_r + L_F) & \bar{L}_r \\ 3\bar{M}/2 & \sqrt{3M}/2 & -\bar{L}_r & -2\bar{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_D}{dt} \\ \frac{di_Q}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.$$

Vastaavalla tavalla voidaan kirjoittaa yhtälöryhmät kaikille kahdelletoista roottoritalille. Jos otetaan huomioon virran mahdollisuus kulkea vapaasti diodisillan läpi, tulee kirjoittaa erikseen 12 yhtälöryhmää napakäämivirran kasvaessa ja pienetessä. Napakäämivirran pienetessä yhtälöt eroavat edellä kuvatuista siten, että napakäämin vaikutus poistetaan jättämällä napakäämin resistanssi ja induktanssi huomiotta.

Järjestelmä monimutkaistuu huomattavasti, kun otetaan huomioon staattoria syöttävä epälineaarinen tehoaste. Nyt tulee kirjoittaa jänniteyhtälöt kaikille tilayhdistelmille, joita on 144 kappaletta. Nyt käytetään myös staattorin kuvaamiseen kolmivaiheista esitystä, mikä helpottaa tilojen välisen kommutoinnin mallintamista.

Tarkastellaan esimerkkeinä tilayhdistelmiä siten, että tutkitaan sekä staattori- että roottoritalakoneen kahden ensimmäisen tilan yhdistelmät, jotka kattavat kaikki jänniteyhtälöryhmän mahdolliset dimensiot. Yksinkertaisimmassa tapauksessa sekä staattorissa että roottorissa vain kaksi vaihetta johtaa. Kuva 3.11 esittää virtojen suunnat, kun staattori- ja

roottoritilakoneet ovat ensimmäisessä tilassa.



Kuva 3.11 Virtojen kulkusuunnat, kun staattoritilakone on tilassa yksi AB ja roottoritilakone tilassa yksi cb.

Kuvan 3.11 perusteella roottorivirroille ja jännitteille pätee

$$0 = i_b + i_c, \quad (3.23)$$

$$u_c - u_b = (2R_f + R_F)i_b + L_F \frac{di_b}{dt} + 2u_f. \quad (3.24)$$

Vastaavasti staattorissa pätee virroille ja suljetun silmukan jännitteille

$$0 = i_A + i_B, \quad (3.25)$$

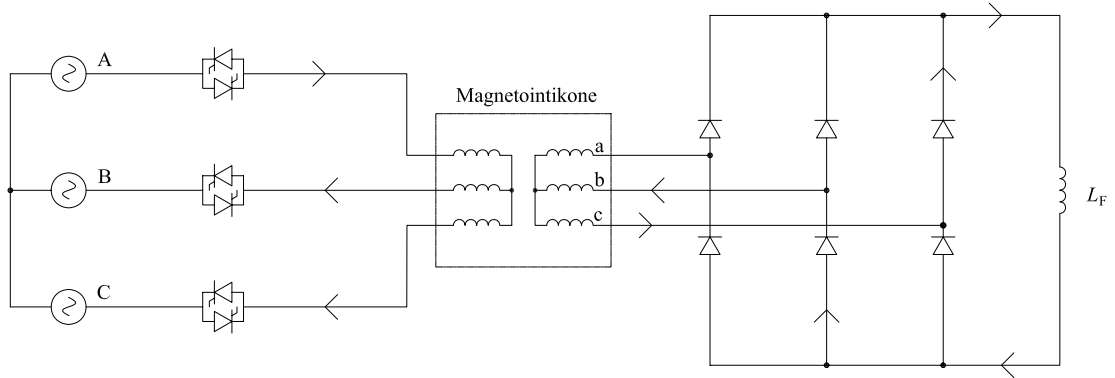
$$u_A - u_B = R_s i_A + (L_s - M_s) \frac{di_A}{dt} + M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \frac{di_b}{dt} \dots \quad (3.26)$$

$$- R_s i_B - (L_s - M_s) \frac{di_B}{dt} - M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \frac{di_b}{dt}.$$

Edellisten staattorin ja roottorin virta- ja jänniteyhtälöiden perusteella magnetointijärjestelmän matriisiyhtälöryhmäksi tulee

$$\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_3) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Seuraavaan tilaan siirrytään kolmannen vaiheen alkaessa johtaa kyseisen vaiheen jännitteen itseisarvon kasvaessa riittävän suureksi. Kun kolmas staattorivaihe alkaa johtaa, tulee ratkaista kaksi staattorivirtaa. Kuvassa 3.12 on esitetty virtojen suunnat, kun roottorilakone on ensimmäisessä tilassa ja staattorilakone toisessa tilassa.



Kuva 3.12 Virtojen kulkusuunnat, kun staattorilakone on tilassa kaksi $AB \leftrightarrow AC$ ja roottorilakone tilassa yksi cb .

Magnetoinnin jänniteyhtälöryhmäksi saadaan tilassa $AB \leftrightarrow AC$, cb

$$\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ L_s - M_s & 2(L_s - M_s) & \dots \\ M(2 \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Kolmannen roottorivaiheen johtaessa tulee ratkaista kaksi roottorivirtaa, kahden staattorivaiheen johtaessa yhden staattorivirran ratkaiseminen riittää. Tällöin staattorilakone on parittomassa ja roottorilakone parillisessa tilassa. Kuva 3.13 havainnollistaa virtojen kulkusuuntia tilassa AB , $cb \leftrightarrow ab$.

Kuvan 3.14 perusteella roottorivirroille ja roottorin suljettujen silmukoiden jänniteyhtälöiksi voidaan kirjoittaa

$$0 = i_a + i_b + i_c, \quad (3.30)$$

$$u_a - u_c = -R_f i_a + R_f i_c, \quad (3.31)$$

$$u_c - u_b = (R_f + R_F) i_b + L_F \frac{di_b}{dt} - R_F i_c + 2u_f. \quad (3.32)$$

Vastaavasti staattorin virroille ja jännitteille saadaan

$$0 = i_A + i_B + i_C, \quad (3.33)$$

$$u_A - u_B = R_s i_A + (L_s - M_s) \frac{di_A}{dt} + M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \frac{di_b}{dt} + M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \frac{di_c}{dt} \dots - R_s i_B - (L_s - M_s) \frac{di_B}{dt} - M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) \frac{di_b}{dt} - M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \frac{di_c}{dt}, \quad (3.34)$$

$$u_A - u_C = R_s i_A + (L_s - M_s) \frac{di_A}{dt} + M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \frac{di_b}{dt} + M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \frac{di_c}{dt} \dots - R_s i_C + (L_s - M_s) \frac{di_A}{dt} + (L_s - M_s) \frac{di_B}{dt} \dots - M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) \frac{di_b}{dt} - M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \frac{di_c}{dt}. \quad (3.35)$$

Edellä esitettyjen yhtälöiden ja alkuperäisen yhtälöryhmän (3.9) avulla kaikkien vaiheiden johtaessa kuvan 3.14 esittämässä tilassa yhtälöryhmäksi saadaan

$$\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(2 \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2 \cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_3) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Edellä kuvastusti voidaan johtaa yhtälöryhmät kaikille 144 tilalle. Havaitaan, että yhtälöryhmien matriisien dimensiot riippuvat ratkaistavien vaihevirtojen määrästä, mikä osaltaan vaikeuttaa eri tilojen yhtälöiden yhdistämistä.

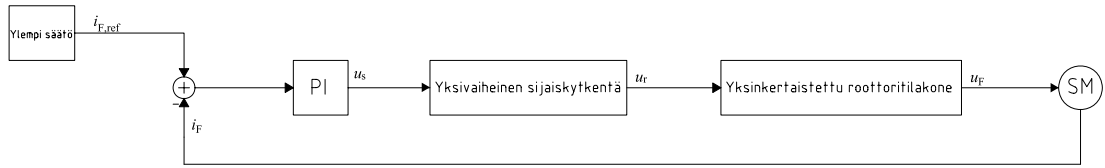
Roottorin virtayhtälöiden yhdistämistä vaikeuttaa napakäämin virta, joka vastaa jotakin vaihevirtaa riippuen kommutointitilasta. Vain roottoritiloille, joissa johtavat vaiheet ovat samat, mutta virrat vastakkaisuuntaiset, voidaan käyttää samoja jänniteyhtälöitä. Napakäämin virran suunta on tällöin erikseen huomioitava.

Staattorin virtayhtälöt on johdettu roottoritilojen perusteella, koska roottoritilakone on välttämätön magnetointijärjestelmän kuvaamiseksi. Muutoin staattorissa voitaisiin käyttää samoja yhtälöitä kaikille parillisille tiloille, joissa kaikki vaiheet johtavat. Staattorille voidaan kuitenkin tässä tapauksessa käyttää samoja yhtälöitä tiloilla, joissa johtavat vaiheet ovat samat virtojen ollessa vastakkaismerkkisiä. Simulink-mallin käyttämät jänniteyhtälöryhmät on esitetty kokonaisuudessaan liitteessä A roottoritilojen mukaan järjestettynä.

Napakäämivirran vapaa kulku diodisillan läpi roottorivirran pienessä kaksinkertaistaa tilojen määrän. Tässä työssä ei ole mallinnettu napakäämivirran vapaata kulkua yhdessä roottori- ja staattoritilakoneiden kanssa. Simulink-mallia varten ei kuitenkaan tarvitsisi kirjoittaa kaikkia yhtälöryhmiä uudelleen, vaan napakäämin induktanssi ja resistanssi voidaan yksinkertaisesti asettaa nolliksi napakäämivirran kulkiessa vapaasti diodisillan läpi. Tällöin napakäämivirran arvoa voidaan arvioida käyttämällä hyväksi napakäämin aikavakiota. Napakäämivirta pienenee eksponentiaalisesti, jos roottorivirta on napakäämivirtaa pienempi. Napakäämivirran kuvaamiseen voidaan siis käyttää integraattoria, joka alustetaan aina roottorivirran ollessa vähintään napakäämivirran suuruinen.

3.2.5 Yksinkertaistettu tilakonemalli

Edellä kuvatun tilakoneisiin perustuvan mallin kommutoinnin vaativuuden takia voi olla tarpeellista käyttää harjattomalle magnetointijärjestelmälle yksinkertaistettua mallia. Yksinkertaistetussa mallissa kommutointeja vähennetään käyttämällä tilakonemallia vain roottorin kuvaamiseen. Staattorin toimintaa kuvataan olettamalla magnetointikone säätömuuntajaksi, jonka muuntosuhde muuttuu jättämän funktiona. Yksinkertaistetun mallin toiminta on esitetty lohkoakaaviona kuvassa 3.15.



Kuva 3.15 Yksinkertaistetun tilakonemallin lohkokkaavio. PI-säädin muodostaa staattorijänniteohjeen napakäämivirran ja sen ohjearvon perusteella. Yksivaiheista sijaiskytkentää käyttämällä saadaan roottorin lähdejännite, joka on yhtä suuri kuin magnetointijännite. Roottoripiirin mallintava yksinkertaistettu malli antaa lähtösuurena napakäämijännitteen.

Yksinkertaistetussa mallissa roottorin jännitteen oletetaan olevan lineaarisesti riippuva staattorin magnetointijännitteestä ja jättämästä. Oletus lineaarisuudesta pätee hyvin, jos koneen magneettiipiiri ei kyllästy. Roottorin lähdejännitteen yhtälöksi saadaan

$$u_r = u_m s n, \quad (3.37)$$

missä s on jättämä ja n staattorin ja roottorin välinen muuntosuhde. Kuvassa 3.6 esitetyn yksivaiheisen sijaiskytkennän mukaan magnetointijännite saadaan vähentämällä staattorijännitteestä staattoriresistanssin ja -hajaannuksen aiheuttamat jännitehäviöt. Magnetointijännitteelle voidaan kirjoittaa

$$\vec{u}_m = \vec{u}_s - R_s \vec{i}_s - j L_{s\sigma} \omega_s \vec{i}_s. \quad (3.38)$$

Staattorivirta saadaan laskettua yksivaiheisen sijaiskytkennän impedanssien avulla

$$\vec{i}_s = \frac{\vec{u}_s}{\vec{Z}_s + \frac{\vec{Z}_m \vec{Z}_r}{\vec{Z}_m + \vec{Z}_r}}, \quad (3.39)$$

missä impedanssit ovat seuraavat, kun rautahäviöresistanssi on jätetty huomiotta

$$\vec{Z}_s = R_s + j\omega_s L_{s\sigma}, \quad (3.40)$$

$$\vec{Z}_m = j\omega_s L_m, \quad (3.41)$$

$$\vec{Z}_r = \frac{R'_r}{s} + \frac{R'_F}{s} + j\omega_s L'_{r\sigma}. \quad (3.42)$$

Roottoriin voidaan nyt muodostaa jännitteet, koska tunnetaan roottorin pyörimisnopeus ja sitä kautta taajuus sekä roottorin napajännitteen amplitudi. Nyt roottoriin voidaan kirjoittaa jänniteyhtälöt roottoritilojen mukaan samoin kuin edellä tehtiin koko magnetointijärjestelmälle. Diodien päästöjännitehäviöt ja resistanssit on jätetty huomiotta. Yksinkertaisin tilanne on, kun vain kaksi vaihetta johtaa. Kun virran positiivinen suunta valitaan roottorista diodisillan suuntaan, kuvan 3.7 esittämässä ensimmäisessä tilassa roottorin jänniteyhtälöksi saadaan

$$\begin{bmatrix} u_c - u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R_r + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2L_{r\sigma} + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (3.43)$$

Jänniteyhtälöiden kerroinmatriisit ovat identtiset kaikissa parittomissa tiloissa. Vain jännitteet ja virrat muuttuvat johtavien vaiheiden vaihtuessa. Kahden vaiheen johtaessa joudutaan kirjoittamaan kaksi jänniteyhtälöä, jotka esitetään matriisimuodossa. Kuvan 3.8 mukaisessa tilassa roottorin jänniteyhtälöryhmäksi saadaan

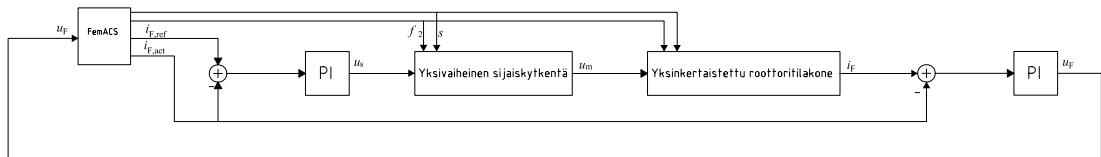
$$\begin{bmatrix} u_c - u_b \\ u_c - u_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_r + R_F) & R_r \\ R_r & 2R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(L_{r\sigma} + L_F) & L_{r\sigma} \\ L_{r\sigma} & 2L_{r\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Parillisten tilojen jänniteyhtälöryhmien kerroinmatriisit muuttuvat johtavien vaiheiden mukaan. Kaikkia kahtatoista roottoritilaa vastaavat jänniteyhtälöt on esitetty liitteessä B. Kun otetaan huomioon virran mahdollinen kulku vain napakäämin ja diodisillan läpi eli vapaakiertotila, saadaan roottoriin toiset kaksitoista tilaa. Tällöin napakäämin virta muodostuu tasasuunnatuista roottorivirroista ja vain diodisillan läpi kulkevasta vapaakierrovirrasta. Vapaakiertotilan jänniteyhtälöt vastaavat muutoin edellisiä, mutta napakäämin

induktanssin ja resistanssin vaikutus on poistettu, mikä tapahtuu helpoiten asettamalla induktanssi ja resistanssi nolliksi.

3.2.6 Magnetointikonemallin liittäminen osaksi tahtikonesimulaattoria

Magnetointikoneen malli liitetään osaksi ABB:n FemACS-tahtikonesimulaattoria. Kuvasssa 3.16 on esitetty lohkokaaaviona yksinkertaistetun harjattoman mallin liittäminen tahtikonesimulaattoriin.



Kuva 3.16 Yksinkertaistetun mallin liittäminen osaksi tahtikonemallia. PI-säätimellä sovitetaan tahtikonesimulaattorille syötettävä napakäämijännite siten, että tahtikonemallin ja yksinkertaistetun roottoritulakonemallin napakäämivirrat vastaavat toisiaan.

Magnetointimallin lähtösuurena on napakäämin jännite u_F . Tulosuureita ovat magnetointikoneen syöttötaajuus f_2 , jättämä s , napakäämivirran ohjearvo $i_{F,ref}$ ja toteutunut napakäämivirta i_F . Staattorijännite u_s muodostetaan PI-säätimellä, jonka tulona on napakäämivirran ja napakäämivirran ohjearvon erotus.

Staattorijännitteen perusteella magnetointikonemalli laskee napakäämivirran pääkoneesta erillään. Pääkoneen malli puolestaan muodostaa napakäämivirran napakäämijännitteen perusteella magnetointijärjestelmästä irrallaan. Napakäämivirta lasketaan siis kahdessa paikkaa toisistaan erillään, eikä magnetointikonemallin ja pääkonemallin välillä ole mitään yhteyttä magnetointi-induktanssia lukuun ottamatta.

Erillään laskettavat napakäämivirrat kytketään toisiinsa PI-säätimen avulla. PI-säädin muokkaa napakäämijännitettä, joka tässä tapauksessa on enää kuvitteellinen suure, magnetointikonemallin napakäämivirran ja tahtikonemallin toteutuneen napakäämivirran erosuureen perusteella. Napakäämijännite säädetään siten, että napakäämivirrat vastaavat toisiinsa.

PI-säätimen käyttö napakäämivirtojen toisiinsa kytkemiseen on perusteltua, koska napakäämivirran laskenta ottaen huomioon magnetoitikoneseen ja pääkoneen yhtäaikaaisesti vaatisi magnetoitikonemallin liittämistä tiiviimmäksi osaksi pääkoneen mallia, eikä magnetoitijärjestelmää voisi erottaa omaksi kokonaisuudekseen. PI-säädin ei häiritse mallien toimintaa, koska säätimen aikavakio valitaan huomattavasti napakäämivirran muutosten aikavakiota pienemmäksi.

3.2.7 Suunnanvaihto

Tahtikoneen pyörimissuunnan vaihtuessa tulee myös magnetoitikoneseen pyörimissuuntaa vaihtaa, jotta magnetoitikoneseen jättämä pysyy suurena. Pyörimissuunnan vaihto toteutetaan kuvassa 2.5 esitetyin tyristoriparein. Vaiheisiin B ja C on kytketty ylimääräiset suunnanvaihtotyristoriparit, joilla voidaan vaihtaa vaiheiden B ja C vaihejärjestys pyörimissuunnan vaihtuessa.

Suunnanvaihto tapahtuu tahtikoneen pyörimisnopeuden ollessa hyvin pieni. Suunnanvaihdossa käytetään hystereesirajoja estämään magnetoitikoneseen staattorikentän suunnan jatkuva vaihtelu nollanopeuden läheisyydessä. Nollanopeuden ympäristössä magnetoitikoneseen jättämä on likimain yksi riippumatta pyörimissuunnasta. Lisäksi tahtikoneen nopeuden ajaminen noltaan ei välttämättä tarkoita siirtymistä negatiiviselle pyörimisnopeusalueelle. (Gango 2000)

Negatiivisilla pyörimisnopeuksilla liipaistaan eri tyristoripari kuin positiivisilla. Muutoin magnetoinnin toiminta ei riipu pyörimissuunnasta. Huomiota vaatii lähinnä suunnanvaihto. Suunnanvaihdon yhteydessä ei tarvitse ottaa huomioon koneen liiallista lämpenemistä vastakenttäkäynnin takia kuten normaaleilla epätahtikoneilla, koska magnetoitikonetta käytetään jatkuvassa tilassa vastakentällä syötettynä. Suunnanvaihtohetkellä magnetoitikoneseen staattorivirta ajetaan ensin noltaan, joten vaihejärjestyksen muuttaminen onnistuu helposti.

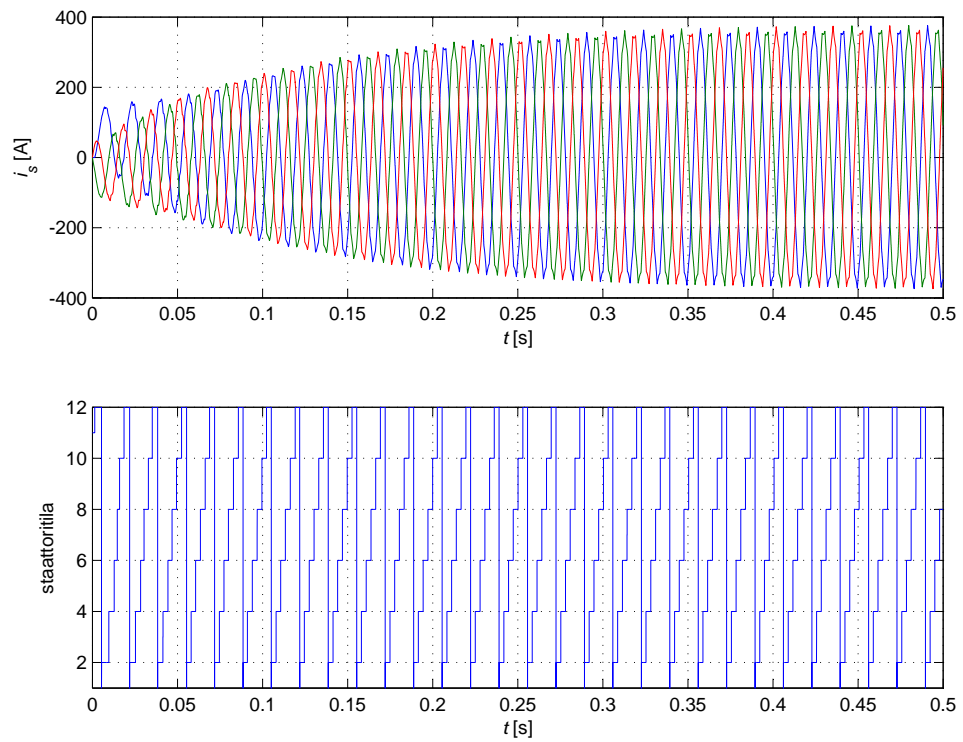
tännössä liipaisukulmaa säätävä PI-säädin viritetään kuitenkin yleensä siten, että nopeissa muutostiloissa silta antaa hetkellisesti täyden lähtöjännitteen, jolloin vaste on nopein mahdollinen. Jatkuvuustilan virran väreestä huomataan, ettei napakäämi pysty täysin suodattamaan tyristorisillan lähtöjännitteen värettä.

Magnetointipiiri pystyy reagoimaan positiivisiin magnetointivirtaohjeen muutoksiin nopeammin kuin negatiivisiin. Ero johtuu tyristorien kyvyttömyydestä katkaista niiden läpi kulkeva virta. Jännitteen kääntämisessä negatiiviseksi esiintyy viivettä, koska tyristorisilta ei voi kuvan 3.2 mukaisesti välittömästi kytkeä negatiivista jännitettä. Viive on 50 Hz syöttötaajuudella 10 ms luokkaa, eikä siten vaikuta ratkaisevasti virran muutosnopeuteen, jonka pääosin määrää napakäämin induktanssi. Virran ja jännitteen kasvattamisessa ei vastaavaa viivettä esiinny, koska tyristorisilta voi nostaa lähtöjännitettä askelmaisesti millä ajanhetkellä tahansa, jos jännitereserviä on riittävästi.

4.2 Magnetointikoneella

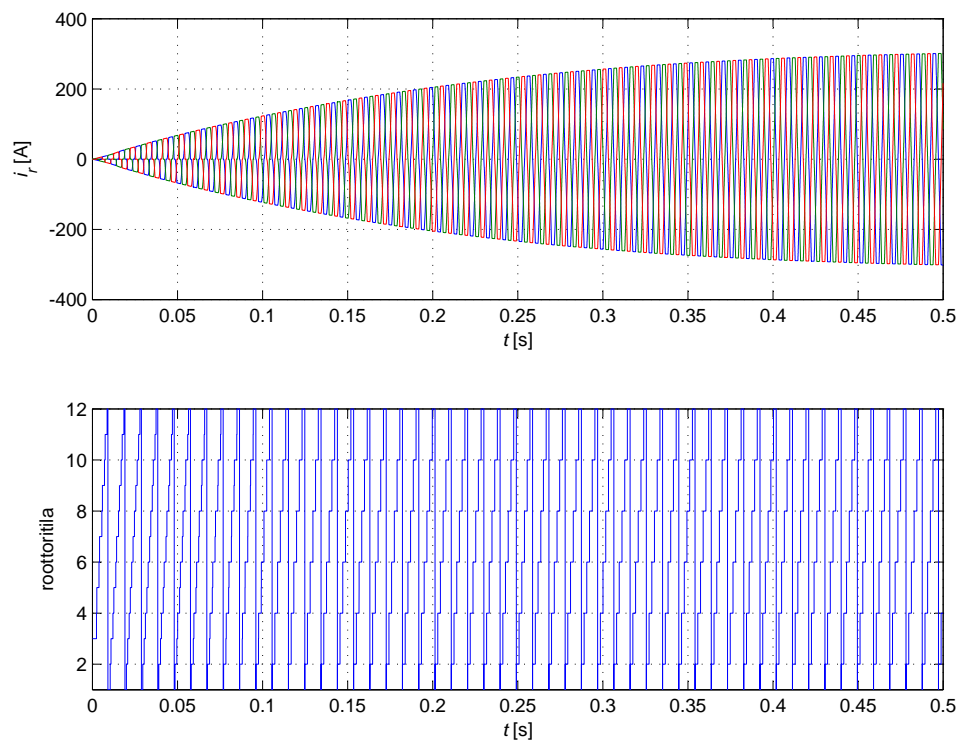
Hiiliharjatonta magnetointikoneella toteutettua magnetointia simuloidaan ensin pysyvässä tilassa kommutoinnin ja mallin oikeellisuuden varmistamiseksi. Mallia verrataan myös Matlab Simulinkin SimPowerSystems-kirjaston liukurengaskoneella saatuihin tuloksiin.

Jatkuvassa tilassa on oleellista tarkkailla staattori- ja roottorivirran suuruuksia sekä tilakoneiden kommutoinnin toimintaa. Simuloinnissa tyristorisillan liipaisukulma on pakotettu nolnaan, joten staattorin syöttö on sinimuotoinen. Syöttöjännitteenä käytetään nimellispisteen jännitettä. Kuvassa 4.2 on esitetty staattorivirrat sekä staattoritulakoneen tilat, kun magnetointikone herätetään roottorin pyöriessä vakionopeudella.



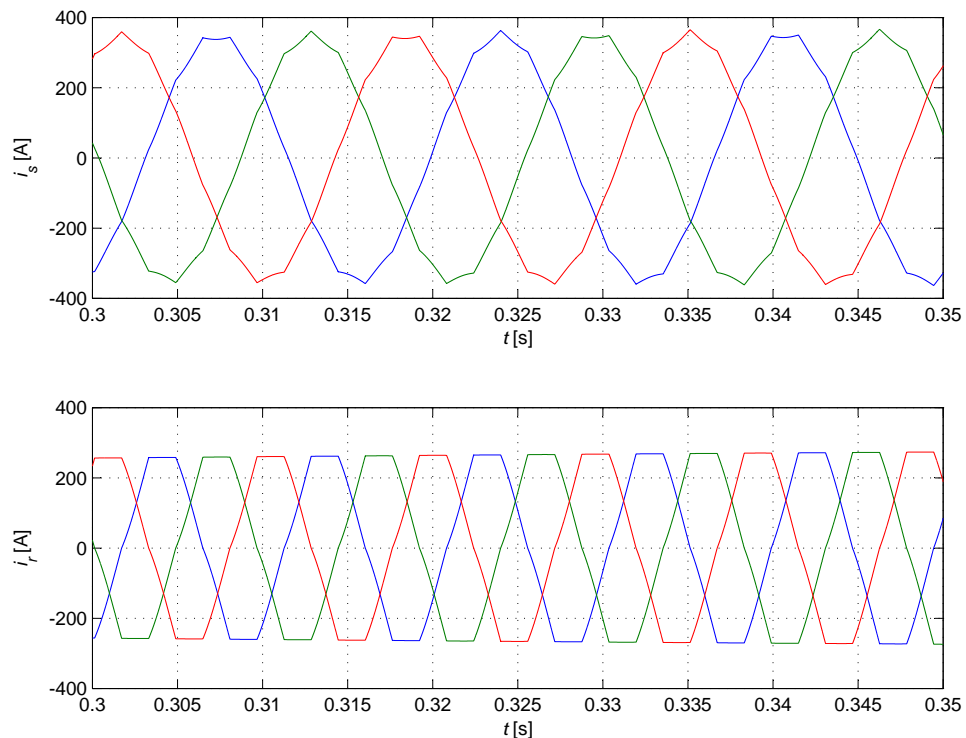
Kuva 4.2 Magnetointikoneen staattorivirrat sekä staattoritilakoneen tilat herätettäessä magnetointi nimellisasteessa.

Kuvassa 4.3 on esitetty roottorivirrat ja roottoritilakoneen tilat.



Kuva 4.3 Magnetointikoneen roottorivirrat sekä roottoritilakoneen tilat herätettäessä magnetointi nimellisasteessa.

Roottoritaajuus on huomattavasti staattoritaajuutta korkeampi suuren jättämän takia. Nimellispuoleissa staattorivirran tehollisarvoksi saadaan noin 250 A, mikä on jonkin verran mitattua 185 A enemmän. Roottorivirran perusteella napakäämivirraksi saadaan noin 300 A, mikä on jonkin verran datalehdessä ilmoitettua 373 A vähemmän. (ABB 2007) Osaltaan tulokseen vaikuttaa käytetty roottoriresistanssi, joka on kymmenkertainen todelliseen arvoon nähden. Roottoriresistanssia on kasvatettava todellisesta, jotta malli saadaan komutoimaan stabiilisti myös alkutransienttien aikana. Käyrämuotojen tarkemmin tutkimiseksi esitetään kuvassa 4.4 staattori- ja roottorivirrat lyhyemmältä aikaväliltä.

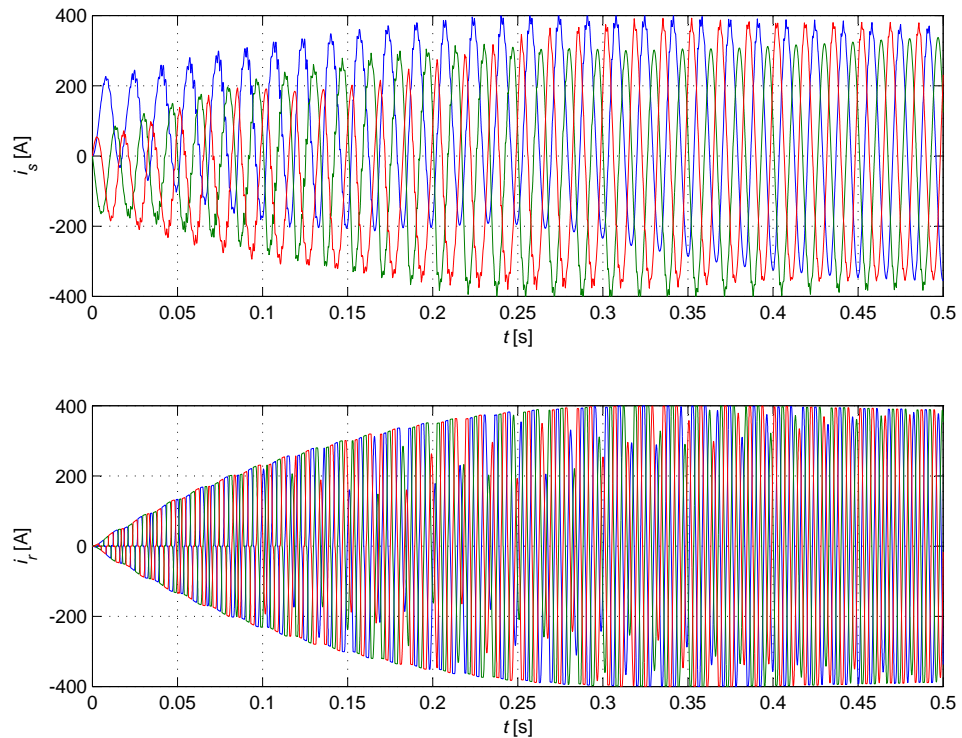


Kuva 4.4 Magnetointikoneen staattori- ja roottorivirran käyrämuodot jatkuvuustilassa nimellispuoleissa. Staattorivirta on likimain sinimuotoista, mutta roottorivirta muistuttaa enemmän trapetsiaaltoa.

Simuloinnin perusteella havaitaan roottorivirran käyrämuodon poikkeavan huomattavasti siniaallosta ja muistuttavan enemmän trapetsiaaltoa. Käyrämuoto selittyy napakäämin suurella induktanssilla, jonka takia napakäämivirta on likimain tasaista DC-virtaa. Napakäämin induktanssi yhdessä diodisillan kanssa aiheuttaa roottorivirran harjan litistymisen tasaiseksi. Virran kommutointinopeus vaiheelta toiselle puolestaan riippuu magnetointikoneen roottori-induktansseista. Staattorin virta on likimain sinimuotoista, mikä on luonnollista syötön ollessa sinimuotoinen.

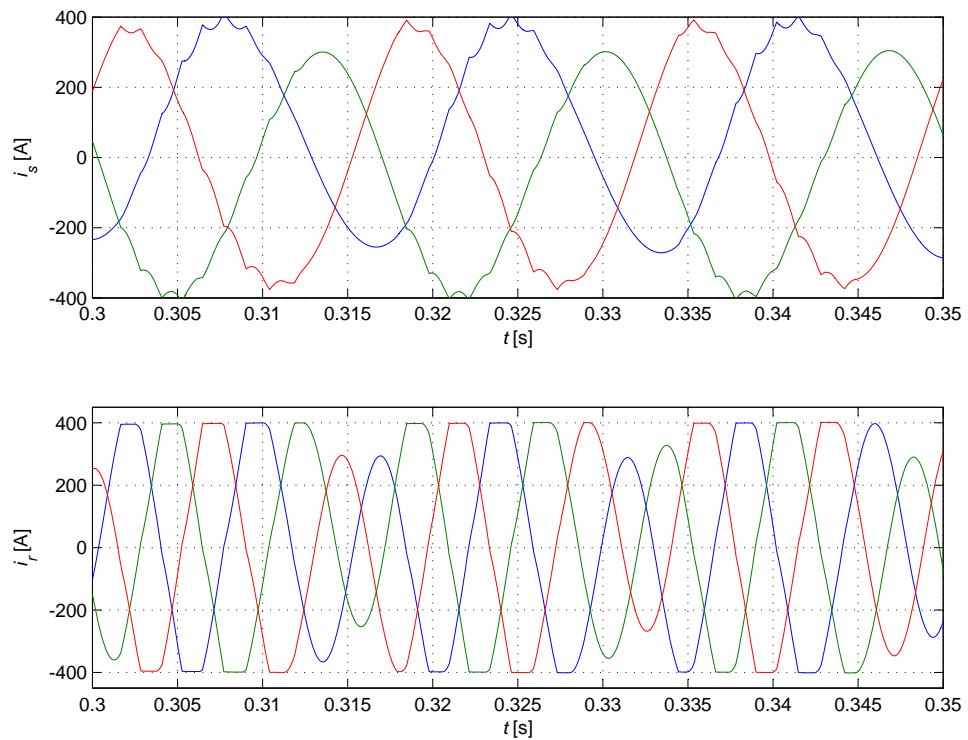
Vertailukohtana käytetään Matlab Simulink SimPowerSystems-kirjaston liukurengaskonetta. Koneen staattori on sinisyöttöinen ja roottorin liukurenkailla on kytketty kuusipulssi-

diodisilta. Diodisillan kuormana on napakäämiä kuvaava RL -sarjapiiri. Kuvassa 4.5 on esitetty saadut staattori- ja roottorivirrat.



Kuva 4.5 Liukurengaskoneen staattori- ja roottorivirrat herätettäessä magnetointi nimellisasteessa SimPowerSystems-kirjaston mallilla.

Staattorivirran tehollisarvoksi saadaan noin 255 A, mikä vastaa hyvin tilakonemallilla laskettua. Roottorivirran perusteella napakäämivirraksi saadaan 370 A, mikä on runsaasti tilakonemallilla saatua enemmän, mutta vastaa datalehdessä ilmoitettua. Liukurengaskoneelle saadut virrat vastaavat vain osittain tilakonemallilla laskettuja. Lasketut arvot poikkeavat myös datalehdessä ilmoitetuista. Tilakonemallia ja liukurengasmallia vertaamalla havaitaan molemmissa tapauksissa koneen virrannousnopeuden ja siten aikavakion olevan samaa luokkaa, vaikka liukurengasmallin virta kasvaakin aluksi tilakonemallin virtaa nopeammin.

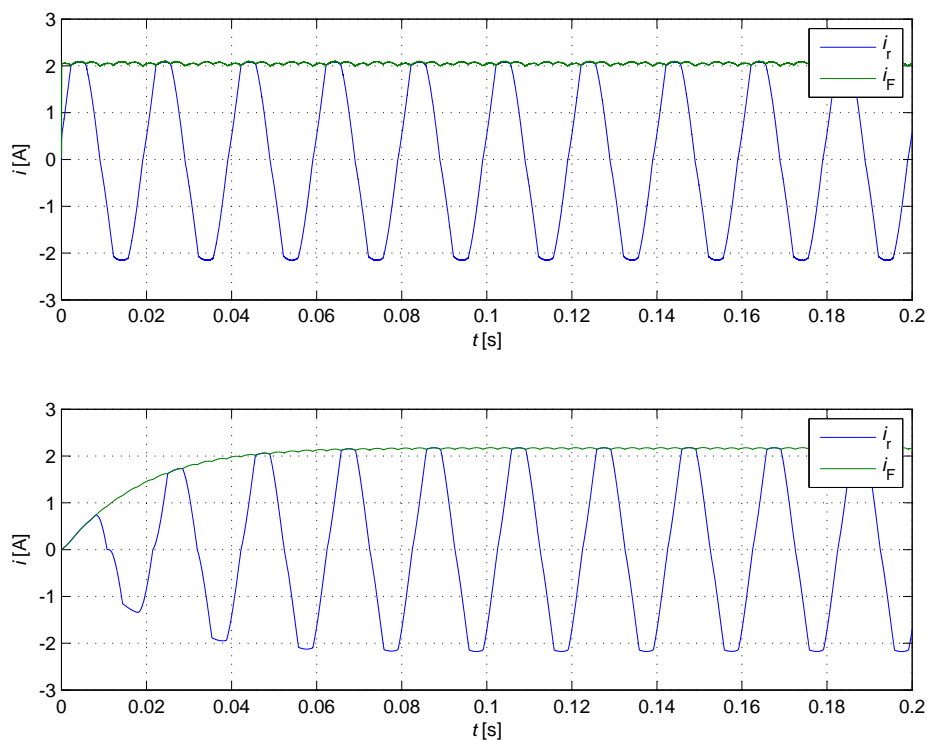


Kuva 4.6 Liukurengaskoneen staattori- ja roottorivirtojen käyrämuodot jatkuvuustilassa nimellispiisteessä SimPowerSystems-kirjaston mallilla. Staattorivirta on likimain sinimuotoista, mutta roottorivirta muistuttaa enemmän trapetsiaaltoa. Roottorivirrassa näkyy joka toisella jaksolla selviä käyrämuodon poikkeamia.

Liukurengaskoneen virtojen käyrämuodoista havaitaan staattorivirran olevan likimain sinimuotoista staattorin ollessa sinisyöttöinen. Staattorivirrassa näkyy kuitenkin selviä tasakomponentteja. Roottorivirta on lähempänä sinimuotoista kuin tilakoneen tapauksessa eikä muistuta yhtä voimakkaasti trapetsiaaltoa. Roottorivirrassa havaitaan olevan selviä poikkeamia perusaallosta joka toisella jaksolla. Liukurengasmallin virheet selittyvät sillä, että liukurengaskoneen mallia ei ole tarkoitettu käytettäväksi vahvan roottoriepälineaarisuuden kanssa eikä jumitilannetta suuremmilla jättämällä. Lisäksi liukurengaskoneen parametrejä on jouduttu virittämään virtojen oikean suuruusluokan löytämiseksi, mikä kyseenalaistaa käytettyjen parametrien sopivuuden simulointimalleissa käytettäväksi.

4.2.1 Liukurengaskoneen simulointi yksinkertaistetulla mallilla

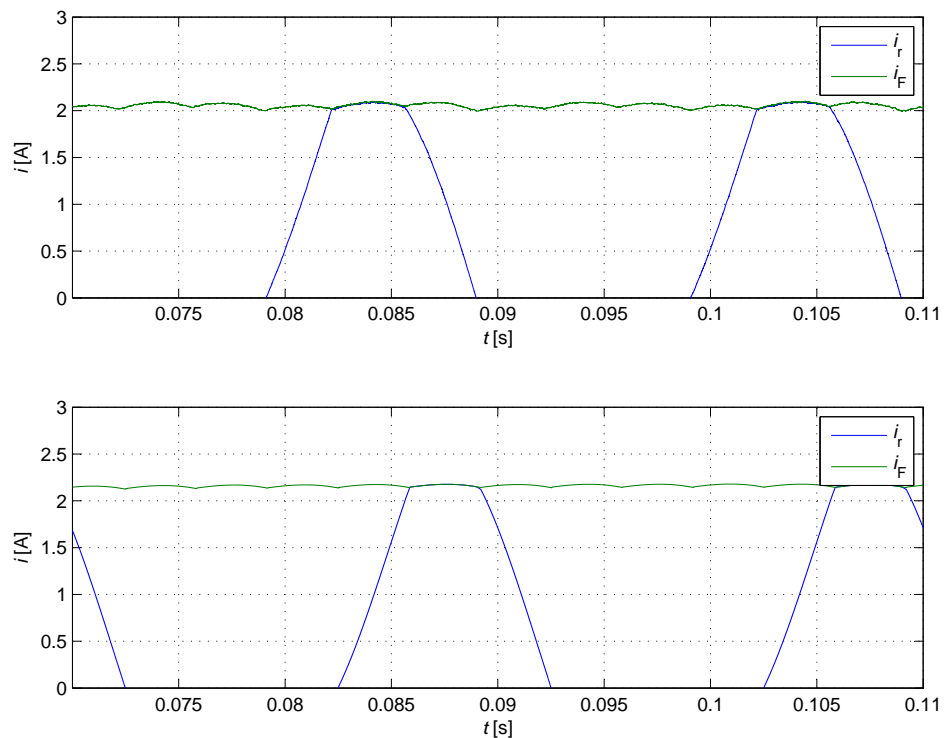
Yksinkertaistetulla mallilla simuloitiin laboratoriossa mitattua pientä liukurengaskonetta, jonka roottoripuolelle oli kytketty diodisilta ja kuristin, joka kuvaa napakäämin induktanssia. Kuvassa 4.7 on esitetty liukurengaskoneen simuloitujen roottorivirrat ja kuvitteellinen napakäämivirta, joka on kuristimen virta, jättämällä ollessa yksi eli koneen ollessa jumissa.



Kuva 4.7 Liukurengaskoneen yksi roottorivirta ja kuvitteellinen napakäämivirta jumissa mitattuna ja simuloituna. Simuloiduissa virroissa näkyy napakäämivirran aikavakio magnetoinnin herätessä. Mitatut virrat ovat koko ajan jatkuvuustilassa.

Ylempänä olevat mitatut virrat vastaavat hyvin alakuvassa esitettyjä simuloituja virtoja. Mitatun ja simuloitun napakäämivirran tasoissa esiintyy vain pieni poikkeama, joka johtuu simulointimallin ja liukurengaskoneelle määritettyjen parametrien epätarkkuuksista. Mitattu virta on koko ajan jatkuvuustilassaan, mutta simuloitussa virrassa näkyy magnetoitijärjestelmän dynamiikan hitaus virran noustessa nolasta jatkuvan tilan virran arvoon.

Roottorin vaihevirit ovat pääpiirteissään sinimuotoisia, mutta lähemmin tarkastellessa sinikäyrä on hieman litistynyt. Kuvassa 4.8 on esitetty jumissa olevan liukurengaskoneen roottorivirtojen käyrämuodot tarkemmin.



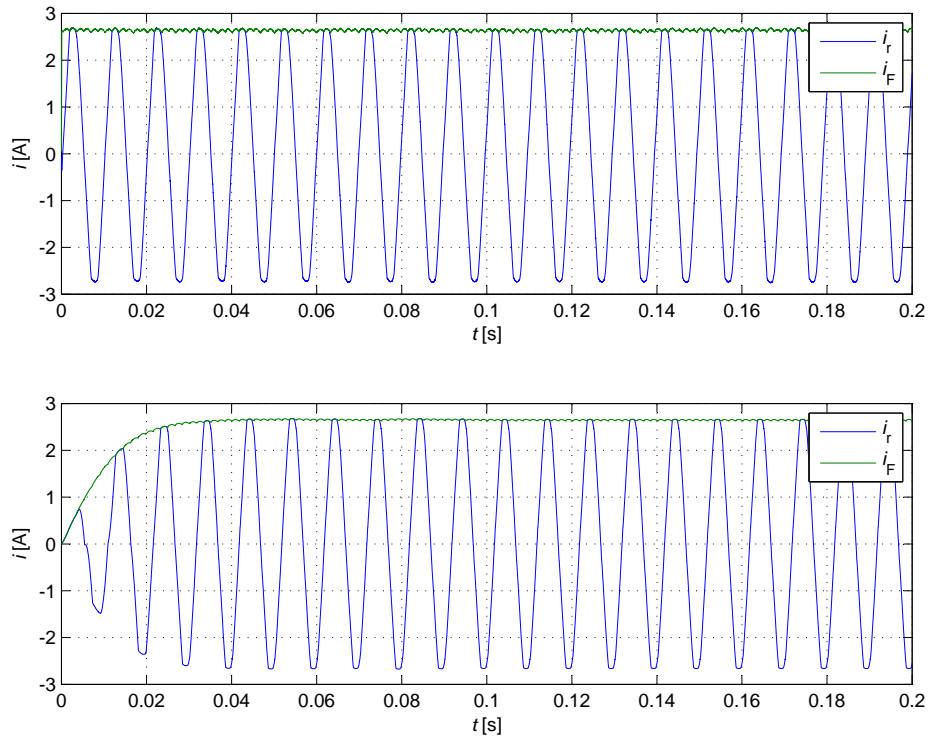
Kuva 4.8 Liukurengaskoneen roottorivirran käyrämuoto jumissa mitattuna ja simuloituna. Napakäämi-induktanssi yhdessä diodisillan kanssa aiheuttaa vaihevirtojen käyrämuodon selvän poikkeamisen siniaallosta. Vaihevirtojen käyrämuoto muistuttaakin enemmän trapetsiaaltoa.

Yläkuvassa esitetyn mitatun virran käyrämuodon havaitaan vastaavaan muodoltaan simuloimalla saatua alakuvassa esitettyä virtaa. Roottorin vaihevirit ovat likimain trapetsimaisia, ja napakäämin tasavirran väreen havaitaan olevan pientä. Vaiheviritassa havaitaan selviä derivaatan epäjatkuvuuskohtia, joissa virran derivaatta muuttuu askelmaisesti. Epäjatkuvuudet johtuvat roottorivirtaa tasasuuntaavan diodisillan kommutoinneista.

Positiivista pulssia tarkastellessa nousevalla reunalla näkyvä derivaatan epäjatkuvuus johtuu siitä, että roottorin vaihevirta saavuttaa napakäämivirran tason, ja napakäämin induktanssi alkaa vaikuttaa roottorivirtaan. Laskureunan derivaatan epäjatkuvuus muodostuu päinvastoin eli roottorin vaihevirta on napakäämivirtaa pienempi ja napakäämin vaikutus lakkaa, jolloin roottorivirta pääsee pieneneään huomattavasti nopeammin. Tällöin toinen roottorivaihe alkaa määrätä napakäämivirran tason tai roottoripiiri siirtyy vapaakierrotilaan eli napakäämivirta pääsee kulkemaan vapaasti diodisillan läpi vaimentuen napakäämin ja diodisillan häviöiden takia. Roottorin ollessa jumissa vapaakierrotila ei ole selvästi havaittavissa.

Jättämän kasvaessa roottoritaajuus kasvaa, ja roottorivirtojen käytös muuttuu hieman. Ku-

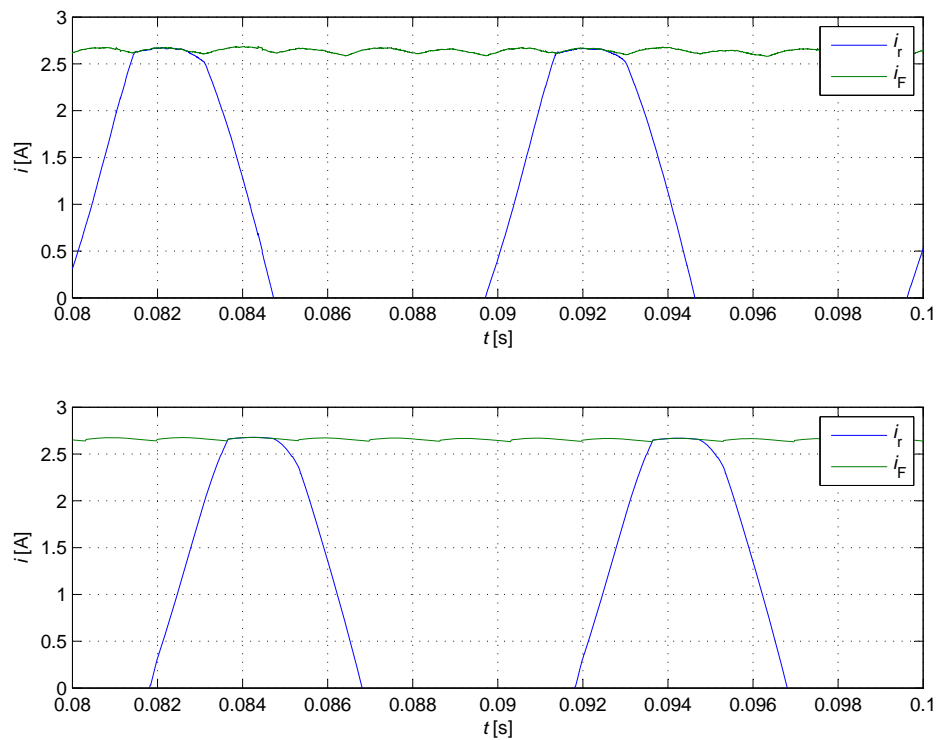
vassa 4.9 on esitetty yksi roottorin vaihevirta ja napakäämivirta mitattuna ja simuloituna jättämän ollessa kaksi eli roottorin pyöriessä staattorikenttään nähden vastakkaiseen suuntaan nimellispoiveudella.



Kuva 4.9 Liukurengaskoneen yksi roottorivirta ja kuvitteellinen napakäämivirta jättämällä kaksi mitattuna ja simuloituna. Simuloituissa virroissa näkyy napakäämivirran aikavakio magnetoinnin herätessä. Mitatut virrat ovat koko ajan jatkuvuustilassa.

Suuremmalla jättämällä havaitaan roottorin virtojen kasvavan edellä esitettyyn jumitilanteeseen verrattuna, mikä on luonnollisesti seurausta roottorin lähdejännitteen kasvamisesta jättämän funktiona. Merkittävää on kuitenkin, että roottorivirrat kasvavat vain hieman, vaikka jättämä kaksinkertaistuu. Virtojen vain vähäiseen kasvuun on syynä roottoriin vahvojen induktanssien virtaa rajoittava vaikutus taajuuden kasvaessa. Roottoriin lähdejännite ja roottoriin reaktanssit ovat suoraan verrannollisia roottoritaajuuteen. Tällöin roottorin resistanssien ollessa reaktansseihin verrattuna pieniä, roottoritaajuuden muutos ei vaikuta merkittävästi roottorivirtojen suuruuteen suurilla jättämillä. Karkeita likimääräistyksiä varten magnetoitikonnen toimiessa vastakentällä voidaan olettaa toimintapisteen vastaavan jumitilannetta.

Simuloidun virran nousunopeuden aikavakio on hieman kuvan 4.7 jumitilannetta pienempi, eli virta nousee nopeammin. Käyrämuotojen tarkastelemiseksi virrat on esitetty tarkemmin kuvassa 4.10.



Kuva 4.10 Liukurengaskoneen roottorivirran käyrämuoto jättämällä kaksi mitattuna ja simuloituna. Napakäämi-induktanssi yhdessä diodisillan kanssa aiheuttaa vaihevirtojen käyrämuodon selvän poikkeamisen siniaallosta.

Suuremmalla jättämällä havaitaan vapaakierto selvemmin kuin kuvan 4.8 jumitilanteessa. Ennen positiivisen pulssin epäjatkuvuuskohtaa laskureunalla erottuu napakäämivirran eroaminen roottorin vaihevirrasta. Tällöin osa napakäämivirrasta kulkee vapaasti diodisillan läpi kulkematta roottorin kautta. Napakäämivirta muodostuu tasasuunnatuista roottorivirroista ja diodisillan läpi kulkevasta vapaakiertovirrasta. Roottorin virta kulkee vapaasti napakäämistä välittämättä ja virran käyrämuoto on tämän pienen hetken sinimuotoinen.

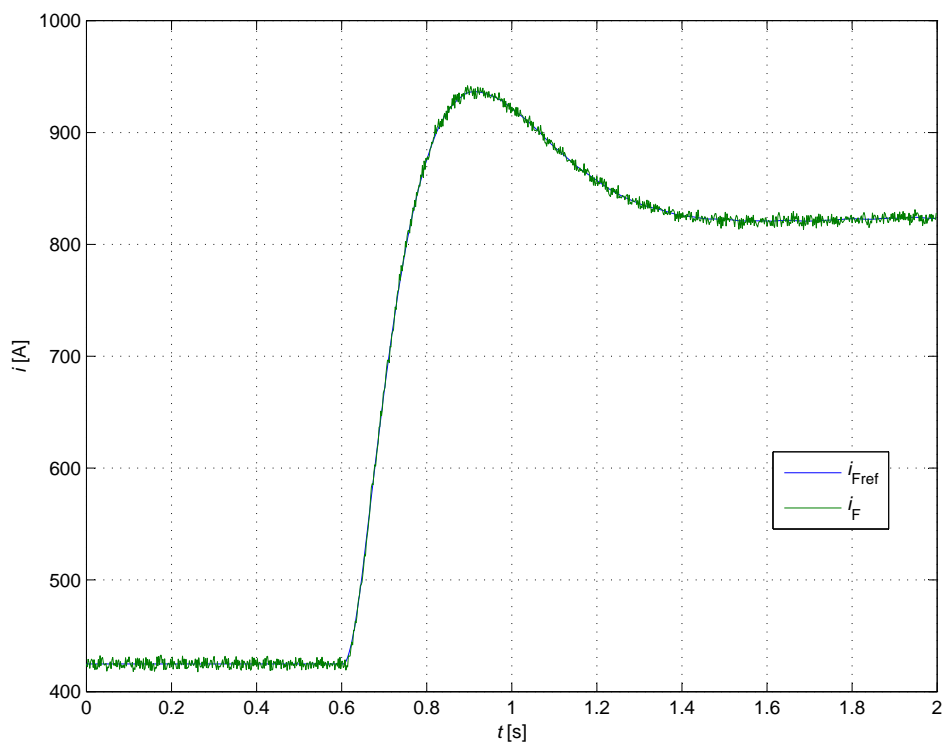
Laskureunan epäjatkuvuus havaitaan toisen vaiheen roottorivirran ollessa napakäämivirran suuruinen ja vapaakiertotilan loppuessa. Roottorivirtojen symmetriavaatimuksen mukaisesti kahden muun roottorivaiheen virran summan on oltava yhtä suuri, mutta vastakkaismerkkinen kuin napakäämivirran suuruinen vaihevirta.

5 MAGNETOINNIN SIMULOINTI OSANA TAHTIKONEMALLIA

Tässä luvussa tarkastellaan edellä kuvattujen magnetointimallien käyttäytymistä osana ABB:n FemACS-simulaattoria. Tarkastellaan mallien toimivuutta ja napakäämivirtojen käyttäytymistä.

5.1 Hiiliharjoilla

Simuloinnissa tahtikoneena on käytetty ABB:n 10 MW 50 r/min konetta. Tarkastellaan magnetoinnin toimintaa simuloimalla vääntömomenttiaskel tyhjäkäynnistä nimelliseen vääntöön jännitteen ja vuon ollessa nimellisiä. Kuvassa 5.1 on esitetty magnetointivirta ohjearvoineen.



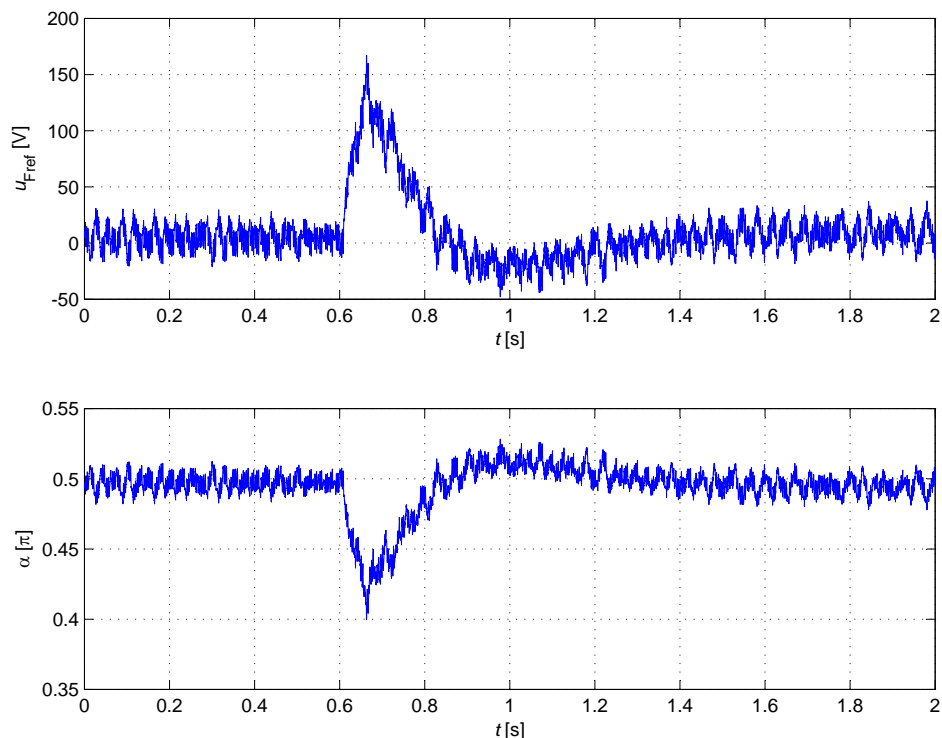
Kuva 5.1 Hiiliharjallisen tahtikoneen magnetointivirta ja magnetointivirran ohjearvo vääntömomenttiaskelen aikana.

Magnetointivirran havaitaan seuraavan hyvin ohjearvoaan myös muutostilassa. Hyvä dynamiikka selittyy magnetoinnin suurella jännitereservillä ja roottorin huomattavasti staattoria pienemmillä aikavakioilla. Tahtikoneen magnetoinnin säätöä suunniteltaessa ei tarvitse kiinnittää juuri huomiota tyristorisillan kykyyn nostaa tai laskea napakäämivirtaa. Napakäämivirrassa näkyvä väre selittyy tyristorisillan lähtöjännitteen väreellä sekä staat-

torista indusoituneilla pulssijännitteillä. Magnetoitijännite on vain keskiarvoltaan halutun suuruinen kuvan 4.1 mukaisesti. Tyristorisillan jänniteväreen taajuus määräytyy suoraan verkon taajuudesta.

Tyristorisillalla magnetoitu tahtikone pystyy vastaamaan nopeasti kuormituksen muutoksiin. Vääntömomenttiaskelen tullessa koneen ollessa tyhjäkäynnissä kone saavuttaa nimellisen vääntönsä alle 0.2 sekunnissa.

Tyhjäkäynnissä napakäämivirraksi saadaan noin 420 A, joka vastaa likimain laskennallista 400 A virtaa. Nimellispuolesta simuloitu napakäämivirta on noin 820 A, mikä on vain hieman laskennallista 770 A suurempi. Nimellispuolesta ja tyhjäkäyntipuolesta perusteella voidaan simuloitujen napakäämivirtojen todeta vastaavan melko hyvin laskennallisia arvoja. Havaitut erot johtuvat laskennallisen menetelmän epätarkkuuksista ja simuloinnissa mallintamatta jätetyistä epäideaalisuuksista. Kuvassa 5.2 on esitetty napakäämin jänniteohje ja tyristorisillan liipaisukulma.

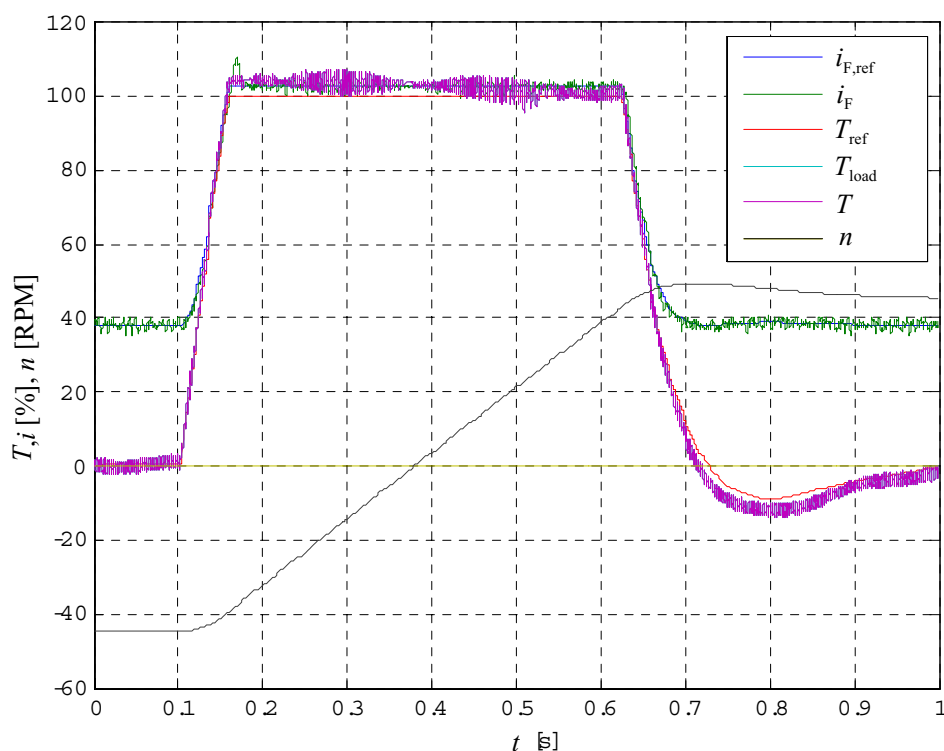


Kuva 5.2 Hiiliharjallisen tahtikoneen magnetoitijänniteohje ja tyristorisillan liipaisukulma vääntömomenttiaskelen aikana.

Jatkuvassa tilassa napakäämin jännite on hyvin pieni napakäämin pienen resistiivisyyden takia. Tällöin tyristorisillan liipaisukulma on hyvin lähellä $\frac{\pi}{2}$:ta. Muutostilassa liipaisukul-

ma muuttuu vain noin $\frac{\pi}{10}$ verran suuren jännitereservin takia. Normaalisti käytössä olevan jännitteen suhde tarvittavaan jännitteeseen on vähintään 4:1.

Harjallisen mallin toimivuus testattiin myös ABB:n toimesta simuloimalla tyhjäkäyvän tahtikoneen pyörimissuunnanvaihto ja vertaamalla saatuja tuloksia mitattuihin arvoihin. Kuvassa 5.3 on esitetty simuloimalla saadut napakäämivirrat, väännöt ja pyörimisnopeus.

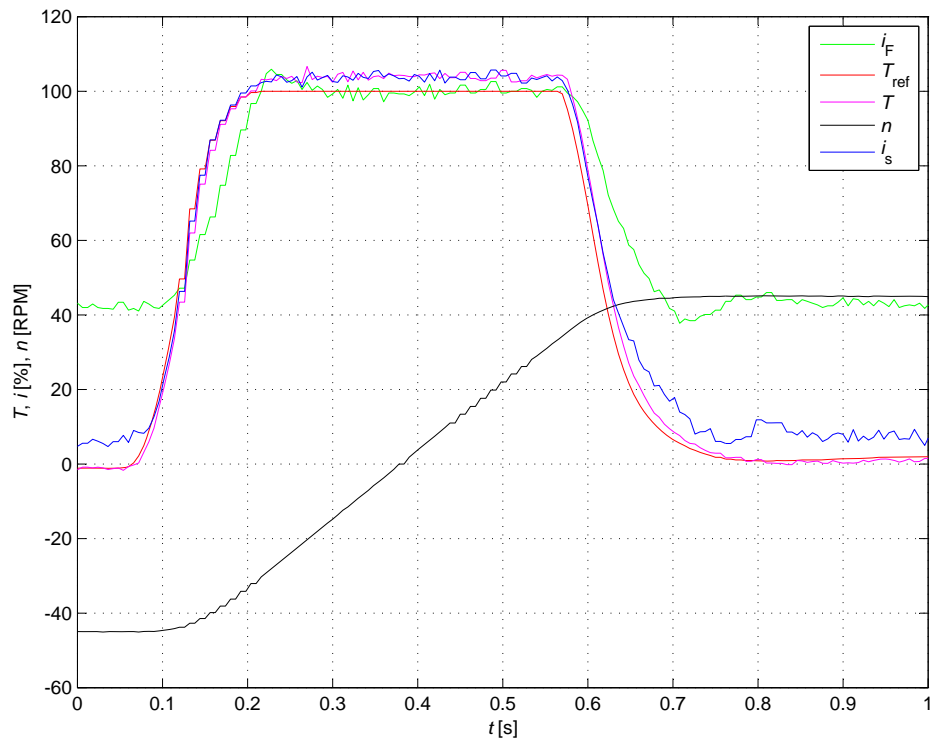


Kuva 5.3 Tyhjäkäyvän hiiliharjallisen koneen suunnanvaihto simuloituna. (ABB 2007/2)

Pyörimissuuntaa vaihdetaan ramppimaisesti, jolloin vääntömomentin käyrämuoto muistuttaa kanttipulssia. Lähtötilassa kone on tyhjäkäynnissä, jolloin vääntömomentti on likimain nolla. Tyhjäkäynnissä napakäämivirta on noin 40 prosenttia nimellisestä tarvittavan vastasähkömotorisen voiman muodostamiseksi. Pyörimissuunnanvaihdon alkaessa vääntömomentti ja napakäämivirta nousevat hyvin nopeasti lähelle nimellisiä arvoja. Rampin päättyessä vääntömomentti ja napakäämivirta palaavat takaisin alkuperäisiin arvoihinsa.

Napakäämivirta kasvaa likimain lineaarisesti nimelliseen arvoon asti. Napakäämivirrassa havaitaan pieni ylitys napakäämivirran asettuessa vakiovääntömomentin määräämään arvoon. Staattorivirta kasvaa luonnollisesti vääntömomentin kasvaessa. Pyörimisnopeudessa

havaitaan selvä ylitys ohjearvoon nähden suunnanvaihtorampin lopussa. Vastaavasti vääntömomentissa havaitaan alitus, eli vääntömomentti on hetken negatiivinen saavutettuaan ensin nollatason nopeuden saavuttaessa ohjearvonsa. Käytös on tyypillinen PI-säätimellä ohjatuille viiveellisille järjestelmille. Koska vääntömomentti seuraa melko hyvin ohjearvoaan, voidaan napakäämivirtasäädön olettaa toimivan halutulla tavalla, vaikka PI-säätimen viritystä parantamalla voitaisiin pyörimisnopeuden ylitys poistaa. Kuvassa 5.4 on esitetty vastaavan pyörimissuunnanvaihdon aikana mitattuja suureita.

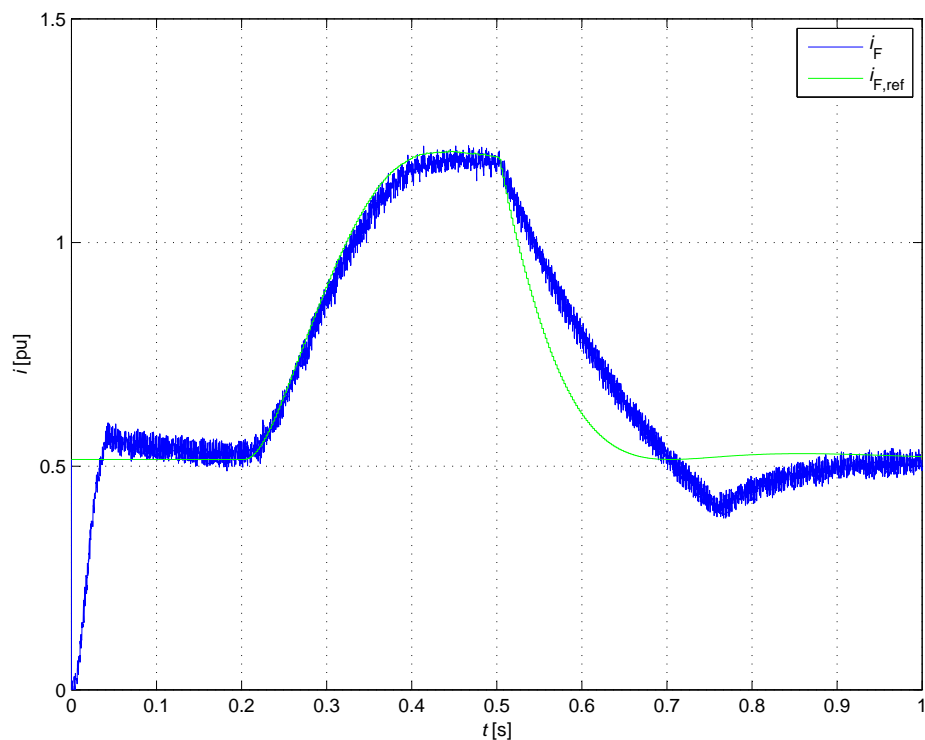


Kuva 5.4 Tyhjäkäyvän hiiliharjallisen koneen suunnanvaihto mitattuna. (ABB 2007/2)

Suunnanvaihdon mitattujen arvojen havaitaan vastaavan pääosin simuloituja arvoja. Vääntömomentin ja napakäämivirran arvot seuraavat hyvin ohjearvojaan, vaikka napakäämivirrassa on simuloitua vastaava ylitys nousureunalla. Laskureunalla simuloitua vastaavaa ylitystä ei havaita, mikä kertoo todellisen PI-säätimen olevan simulointimallissa käytettyä säädintä paremmin viritetty. Kuvan 5.3 simuloitun napakäämivirran nousuaika 0.05 s on likimain puolet kuvan 5.4 mittaamalla saadusta nousuajasta 0.10 s. Nousuajan virhe selittyy mittauksissa käytetyn laitteiston napakäämivirran ohjearvon laskennassa käytetystä ylimääräisestä suodatuksesta.

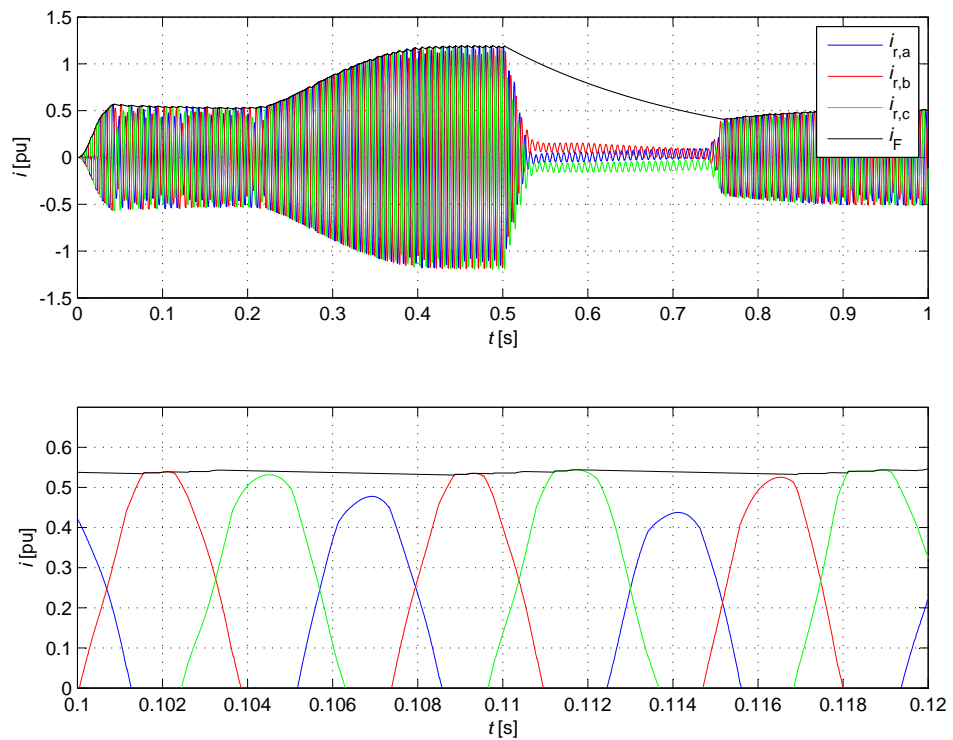
5.2 Magnetointikoneella

Simuloinneissa tahtikoneena on käytetty ABB:n 12650 kW 675 r/min konetta, jonka magnetointikoneena on 36 kVA 514 r/min epätahtikone. Tarkastellaan magnetoinnin toimintaa simuloimalla vääntömomenttiaskel tyhjäkäynnistä nimelliseen momenttiin jännitteen ja vuon ollessa nimellisiä. Kuvassa 5.5 on esitetty napakäämivirran ohjearvo ja napakäämivirta askelen aikana.



Kuva 5.5 Magnetointikoneella varustetun tahtikoneen napakäämivirta ja napakäämivirran ohjearvo herätettäessä magnetointi ja vääntömomenttiaskelen aikana. Magnetointi herätetään nollassa hetkellä ja vääntömomenttiaskel alkaa vaikuttaa hetkellä $t = 0.2$ s.

Napakäämivirran havaitaan seuraavan hyvin ohjearvoaan kuormituksen ollessa vakio ja kuormituksen kasvaessa, minkä perusteella napakäämivirran säädön voidaan todeta toimivan halutulla tavalla. Kuormituksen lasiessa napakäämivirta jää ohjearvoa suuremmaksi napakäämin aikavakion määräämäksi ajaksi, koska napakäämivirta pääsee kulkemaan vapaasti diodisillan läpi vapaakiertotilassa, eikä napakäämijännitettä voida ohjata negatiiviseksi harjattomalla magnetointijärjestelmällä. Napakäämivirran saavuttaessa ohjearvonsa esiintyy selvää alitusta ohjearvoon nähden, mikä aiheutuu PI-säätimellä säädetyn magnetointijärjestelmän dynamiikan hitaudesta. Kuvassa 5.6 on esitetty roottorin vaihevirtat ja napakäämivirta vääntömomenttiaskelen aikana sekä roottorin vaihevirta lyhyemmältä aikajaksolta käyrämuodon tarkastelemiseksi.



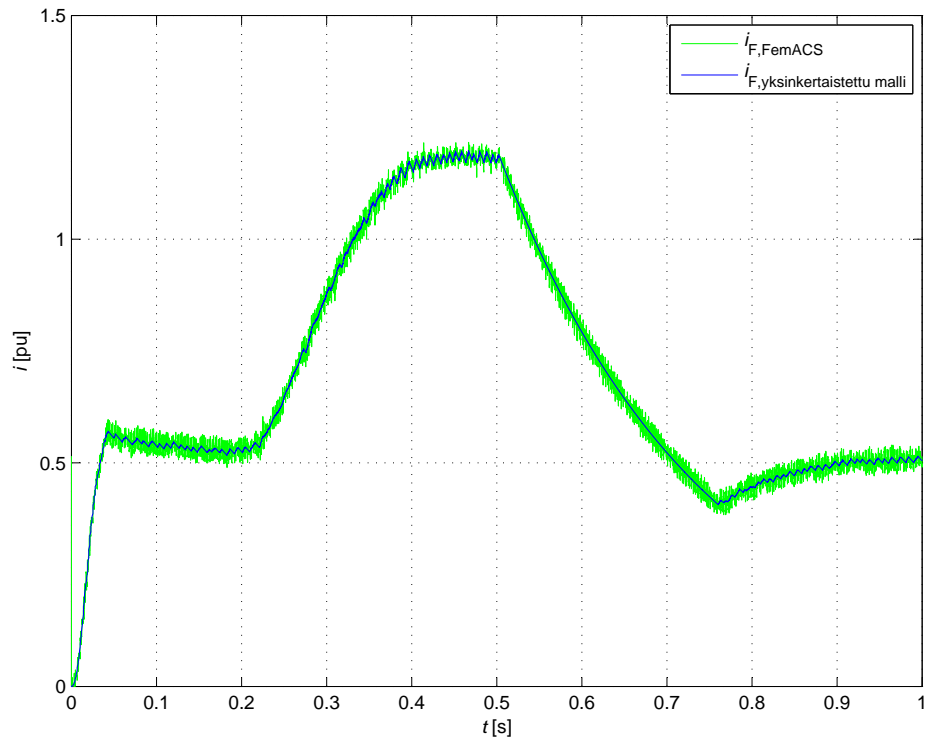
Kuva 5.6 Magnetointikoneen roottorivirrat ja napakäämivirta herätettäessä magnetointi ja vääntömomenttiaskelen aikana sekä virtojen käyrämuoto tarkemmin esitettynä.

Napakäämivirran ollessa vapaakiertotilassa havaitaan roottorin vaihevirtojen sisältävän osin tasakomponentteja. Tasakomponentit johtuvat virtojen amplitudin nopeasta pienene- misestä kuormituksen laskiessa. Kommutointi toimii virtojen tasakomponenteista huoli- matta, koska kommutointiin käytetään ylipäästösuodatettuja virtoja vapaakiertotilan aikana. Vaihevirrat palautuvat normaaleiksi amplitudin kasvaessa vapaakierron loppuessa.

Vaihevirtojen käyrämuodon havaitaan poikkeavan selvästi liukurengaskoneen vastaavista. Poikkeama selittyy suhteessa huomattavasti suuremmalla napakäämi-induktanssilla, joka pyrkii pitämään napakäämivirran vakiona. Suuren induktanssin takia roottoripiiri on suu- ren osan ajasta vapaakiertotilassa napakäämivirran ollessa jatkuvuustilassaan. Virtojen amplitudin vaihtelu selittyy magnetointikoneen napakäämin induktanssiin verrattuna pie- nillä induktansseilla ja resistansseilla. Virtojen amplitudin vaihtelu on merkki simulointi- mallin toiminnan epävakaudesta käytetyillä parametriarvoilla.

Virtojen amplitudin vaihtelun lisäksi käytetyillä parametriarvoilla magnetointikoneen staat- torijännite poikkeaa ABB:n datalehdissä ilmoittamista arvoista noin oktaavin, kun na- pakäämin virta on säädetty halutuksi. Parametriarvojen tarkemmin määrittämiseksi ja mallin toiminnan varmistamiseksi tarvittaisiin mittauksia todellisella magnetointikoneella. Na-

napakäämivirtojen sovittamiseen käytetyn PI-säätimen toiminnan tarkastelemiseksi kuvassa 5.7 on esitetty tahtikonemallin napakäämivirta ja magnetointikonemallin napakäämivirta.



Kuva 5.7 Yksinkertaistetulla mallilla laskettu napakäämivirta ja PI-säätimellä sovitettu FemACS-mallin napakäämivirta herätettäessä magnetointi ja vääntömomenttiaskelen aikana.

Tahtikonemallin napakäämivirran havaitaan noudattavan keskiarvoltaan hyvin magnetointikonemallin napakäämivirtaa. Oikein viritetyn PI-säätimen voidaan todeta toimivan hyvin napakäämivirtojen sovittamisessa, kun muistetaan napakäämijännitteen olevan tällöin vain kuvitteellinen suure.

5.3 Magnetointimallien toiminnan tarkastelu

Analysoidaan edellä esitettyjä tuloksia ja tarkastellaan käytettyjen simulointimallien toimintaa. Vertaillaan alkuperäisen harjattoman mallin ja yksinkertaistetun harjattoman mallin toimintaa toisiinsa.

5.3.1 Harjallinen malli

Hiiliharjallisen magnetoinnin tyristorisillan malli on jatkuvassa tilassa toiminnaltaan varsin yksinkertainen. Mallin kannalta kriittisimpiä hetkiä ovat liipaisukulman nopeat muutokset. Varsinkin liipaisukulman nopea kasvattaminen vaatii mallilta paljon, koska tyristorin virtaa ei voida katkaista ohjauksella, vaan tyristorin on sammuttava luonnollisesti.

Simuloinneilla havaittiin rakennetun mallin toimivan kaikissa tilanteissa hyvin. Malli toimii myös muuttaessa liipaisukulmaa askelmaisesti. Harjallisen mallin todettiin toimivan FemACS-tahtikonesimulaattorin osana, jossa se mahdollistaa magnetointilaitteiston dynamiikan tarkastelun.

5.3.2 Harjaton malli

Harjattoman magnetointijärjestelmän mallintaminen on huomattavasti harjallista järjestelmää vaativampaa. Erityisen vaativaksi mallinnuksen tekevät magnetointijärjestelmän tehoelektronikasta aiheutuvat epälineaarisuudet.

Magnetointijärjestelmään vahvoja epälineaarisuuksia tuovat magnetointikonetta syöttävä tyristoritehoaste ja roottorivirran napakäämille tasasuuntaava diodisilta. Epälineaarisuuksien mallintamiseksi kaikille mahdollisille virtojen kulkusuuntayhdistelmille joudutaan kirjoittamaan omat jänniteyhtälöt. Jänniteyhtälöiden määrä kasvaa eksponentiaalisesti järjestelmän sisältäessä enemmän kuin yhden epälineaarisen kolmivaiheisen osan. Lisäksi napakäämivirran mahdollisuus kulkea vapaasti tasasuuntaussillan läpi niin sanotussa vapaakiertotilassa kaksinkertaistaa tarvittavien yhtälöiden määrän.

Malleissa joudutaan käyttämään kolmivaihe-esitystä kaksiakselisen vuovektorimallin sijaan, koska kaikki vaihevirratt on koko ajan tunnettava kommutointien mallintamisen takia. Vektoriesityksen käyttöä haittaavat myös virtojen ja jännitteiden käyrämuotojen voimakkaat poikkeamat sinimuodosta. Harjattoman mallin käyttöä rajoittavaksi tekijäksi nousee kommutointien mallinnus. Koska tiloja on suuri määrä, kommutointia on hyvin hankala saada toimimaan kaikissa dynaamisissa tilanteissa ja kaikilla parametriarvoilla luotettavasti. Lisäksi kommutointia vaikeuttavat virtojen tasavirtakomponentit ja kytkentäilmiöt.

Harjatonta mallia kokonaisuudessaan ei saatu toimimaan kuin hyvin rajatuilla reunaehdoilla, eikä harjaton malli siksi sovellu käytettäväksi osana laajempaa kokonaisuutta. Harjattoman mallin epävakauden takia joudutaan magnetointijärjestelmän kuvaamiseen käyttämään huomattavasti yksinkertaistettua mallia.

5.3.3 Yksinkertaistettu harjaton malli

Yksinkertaistetussa mallissa magnetointikoneetta syöttävä tyristoritehoaste on jätetty mallintamatta ja staattorisuureet oletetaan sinimuotoisiksi. Magnetointikoneen staattorin ja ilmvälin toimintaa kuvataan yksivaiheisen sijaiskytkennän avulla. Tällöin tilakoneen kuvattavaksi ei jää kuin magnetointikoneen roottoriipiiri, tasasuuntaussilta ja napakäämi, joten tilakoneen tilojen määrä vähenee ratkaisevasti verrattuna alkuperäiseen harjattomaan malliin.

Yksinkertaistetun mallin puutteena on, että se kuvaa magnetointikoneen staattorin käyttäytymistä vain yksivaiheisen sijaiskytkennän avulla, mutta magnetointikoneessa mielenkiinto kohdistuu yleensä roottorivirtoihin. Vertaamalla mitattuihin arvoihin ja Matlabin SimPowerSystems-kirjaston vertailumalliin havaittiin yksinkertaistetun mallin toimivan riittävän tarkasti mitattavana olleelle liukurengaskoneelle. Todellisen magnetointikoneen simuloinneissa esiintynyt amplitudivirhe johtunee simulointimallille soveltumattomista koneparametreista.

Yksinkertaistetun mallin suurin etu verrattuna alkuperäiseen malliin on stabiilius. Yksinkertaistettu malli toimii alkuperäistä mallia luotettavammin eri parametreilla ja erilaisissa toimintatiloissa. Luotettavuutensa ansiosta yksinkertaistettu malli valittiin liitettäväksi osaksi FemACS-tahtikonesimulaattoria, jossa sen todettiin kuvaavan todellisen magnetointijärjestelmän toimintaa riittävällä tarkkuudella. Yksinkertaistettukin malli kärsii jonkin verran stabiiliusongelmista. Laskenta voi ajautua epästabiiliksi joillakin laskentaaskelen ja koneparametrien arvoilla nopeissa muutostilanteissa. Käytön kannalta yksinkertaistettu malli lienee kuitenkin riittävän stabiili, koska harjatonta magnetointia ei käytetä sovelluksissa, jotka altistuvat nopeille muutosilmiöille.

6 YHTEENVETO

Työssä mallinnettiin vierasmagnetoidun tahtikoneen hiiliharjallinen ja hiiliharjaton magnetointijärjestelmä Simulink-ympäristössä. Magnetointijärjestelmien mallit testattiin ja liitettiin osaksi ABB:n FemACS-tahtikonesimulaattoria.

Harjallisen mallin ydin on tyristorisilta, jolla erillisen jännitelähteen jännitettä voidaan säädetyksi tasasuunnata napakäämiin. Säädon alimmalla tasolla napakäämin virran säädöstä huolehtii yksinkertainen PI-säädin. Tyristorisillan malli perustuu liipaisukulman muuttamiseen todellista kommutointia vastaavasti.

Harjattoman järjestelmän mallinnuksessa jouduttiin tyytymään yksinkertaistettuun malliin, koska alkuperäinen staattorin ja roottorin epälineaarisuudet kuvaava malli ei toiminut riittävän luotettavasti. Mallin kommutointia ei saatu toimimaan vahvojen epälineaarisuuksien takia. Yksinkertaistetun mallin havaittiin toimivan riittäväällä tarkkuudella simulaattorin yhteydessä, vaikkei yksinkertaistettu malli kuvaakaan magnetointikoneen staattoria kovin tarkasti.

Työssä esitetyn alkuperäisen harjattoman mallin saattaminen luotettavaksi toimivaksi lie-nee mahdollista, mutta vaatii runsaasti lisää tutkimusta. Ensiarvoisen tärkeää olisi saada mitattua magnetointikoneen staattori- ja roottorisuureita yhtä aikaa.

Harjattoman magnetointijärjestelmän mallinnus helpottuisi huomattavasti, jos magnetointikonetta syöttävä tyristoritehoaste korvattaisiin täysin ohjatulla tehoasteella, kuten taajuusmuuttajalla. Mallinnuksen lisäksi uudenlainen tehoaste voisi tuoda lisäarvoa magnetointijärjestelmään myös toiminnan kannalta, koska magnetointikoneen staattorivirta olisi tarkemmin säädettävissä.

Tutkimusta on tarkoitus jatkaa todellista magnetointikonetta mittaamalla. Mittaamalla voidaan varmistaa virtojen ja jännitteiden käyttäytyminen niin amplitudin kuin käyrämuodonkin suhteen. Mittaamalla voidaan myös määrittää magnetointikoneen parametrit ja verrata niitä simuloinneissa käytettyihin. Tarkoituksena on todeta yksinkertaistetun simu-

lointimallin oikea toiminta tai tarvittaessa korjata yksinkertaistettu malli toimimaan oikein ja mahdollisimman stabiilisti. Lisäksi mittausten yhteydessä voidaan tutkia nykyisellään melko heikosti tunnettua magnetointikoneen käyttäytymistä ja ottaa kantaa magnetointikoneen mitoittamiseen.

LÄHTEET

- (ABB 2007) Laskennallisia datalehtiä tahtikoneille, ABB Oy:n sisäinen dokumentti, 2007
- (ABB 2007/2) Mittaus- ja simulointituloksia hiiliharjalliselle tahtikoneelle, ABB Oy:n sisäinen dokumentti, 2007
- (Gango 1996) Gango M., Suoralla momenttisäädöllä toteutettu tahtimoottori-invertterikäyttö. Diplomityö, Teknillinen korkeakoulu, Sähkötekniikan osasto, 1996, 69 s.
- (Gango 2000) Gango M., Brushless Excitation for NTY, NTY-Product Specification, 5.9.2000, ABB Industry Oy:n sisäinen dokumentti, 16 s.
- (Mohan 2003) Mohan, N., Undeland, T. M., Robbins W. P. Power Electronics: Converters, Applications, and Design. New York, 2003, John Wiley & Sons, s. 77-120, ISBN 0471-22693-9
- (Pyrhönen J. 2006) Pyrhönen J., Sähkökäytöt. Luentomateriaali, Lappeenrannan teknillinen yliopisto, Sähkötekniikan osasto, 2006
- (Pyrhönen O. 1998) Pyrhönen O., Analysis and control of excitation, field weakening and stability in direct torque controlled electrically excited synchronous motor drives. Väitöskirja, Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu, Sähkötekniikan osasto, 1999, 109 s.
- (Pöllänen 1999) Pöllänen R., Napakäämivirran säätö vierasmagnetoidussa DTC-tahtikonekäytössä. Diplomityö, Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu, Sähkötekniikan osasto, 1999, 98 s.
- (Zahawi etc. 1989) Zahawi B.A.T, Jones B.L., Drury W., Analysis and simulation of static Kramer drive under steady-state conditions, IEE Proceedings, Vol. 136, Pt. B, No. 6, November 1989

A Tilakoneiden tiloja vastaavat yhtälöryhmät

Yhtälöt on järjestetty roottoritilojen mukaan siten, että staattoritilayhdistelmät on esitetty jokaista roottoritilaa kohti.

cb

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_b \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} L_s & M_s & \dots \\ M_s & L_s & \dots \\ M_s & M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & \dots \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} \dots & M_s & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_s & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \dots & L_s & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

AB,cb

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_3) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

AB ↔ AC,cb

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ L_s - M_s & 2(L_s - M_s) & \dots \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

AC,cb

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

AC ↔ BC,cb

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_A - u_C \\ u_A - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & R_s & 0 \\ R_s & -R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

BC,cb

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_3) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_1)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

BC \leftrightarrow BA,cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -R_s & R_s & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} M_s - L_s & L_s - M_s & \dots \\ L_s - M_s & 2(L_s - M_s) & \dots \\ M(2 \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(2 \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.7}
\end{aligned}$$

BA,cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(\cos(\theta_1) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_3) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.8}
\end{aligned}$$

BC \leftrightarrow BA,cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ u_B - u_A \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & -R_s & 0 \\ -R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M_s - L_s & \dots \\ M_s - L_s & L_s - M_s & \dots \\ M(2 \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2 \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.9}
\end{aligned}$$

CA,cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2 \cos(\theta_3)) \\ M(2 \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.10}
\end{aligned}$$

CA \leftrightarrow CB,cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ u_C - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & -R_s & 0 \\ -R_s & -2R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M_s - L_s & \dots \\ M_s - L_s & 2(M_s - L_s) & \dots \\ M(2 \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2 \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-2 \cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.11}
\end{aligned}$$

CB,cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(-2 \cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_3) + \cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_1)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.12}
\end{aligned}$$

CB \leftrightarrow AB,cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_C - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ -R_s & -2R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & M_s - L_s & \dots \\ M_s - L_s & & 2(M_s - L_s) & \dots \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & & M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.13}
\end{aligned}$$

cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & & M_s & & M_s & \dots \\ M_s & & L_s & & M_s & \dots \\ M_s & & M_s & & L_s & \dots \\ M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F & -M_r + L_r \\ \dots & M_r - L_r & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.14}
\end{aligned}$$

AB,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & & M(-2\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_3) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & & M_r - L_r - L_F & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_3) + \cos(\theta_2)) & & M_r - L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r \\ \dots & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.15}
\end{aligned}$$

AB \leftrightarrow AC,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & & L_s - M_s & \dots \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & & M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & & M(\cos(\theta_3) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F & -M_r + L_r \\ \dots & M_r - L_r & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.16}
\end{aligned}$$

AC,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M_r - L_r - L_F & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M_r - L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -M_r + L_r \\ \cdots & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.17}$$

AC \leftrightarrow BC,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ u_B - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ L_s - M_s & 2(L_s - M_s) & \cdots \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_3) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M_r - L_r - L_F & -M_r + L_r \\ \cdots & M_r - L_r & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.18}$$

BC,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(\cos(\theta_3) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_1)) & M_r - L_r - L_F & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_3) - 2\cos(\theta_2)) & M_r - L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -M_r + L_r \\ \cdots & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.19}$$

BC \leftrightarrow BA,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ u_B - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -R_s & R_s & 0 & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} M_s - L_s & L_s - M_s & \cdots \\ L_s - M_s & 2(L_s - M_s) & \cdots \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_3) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M_r - L_r - L_F & -M_r + L_r \\ \cdots & M_r - L_r & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.20}$$

BA,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(\cos(\theta_3) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & M_r - L_r - L_F & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_3) + \cos(\theta_2)) & M_r - L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & -M_r + L_r \\ \cdots & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.21}$$

BA \leftrightarrow CA,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ u_C - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -R_s & R_s & 0 & 0 \\ -2R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} M_s - L_s & L_s - M_s & \dots \\ 2(M_s - L_s) & M_s - L_s & \dots \\ M(2 \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2 \cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_3) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(2 \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2 \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F & -M_r + L_r \\ \dots & M_r - L_r & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.22}$$

CA,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(\cos(\theta_1) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2 \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M_r - L_r - L_F & \dots \\ M(2 \cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M_r - L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(2 \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r \\ \dots & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.23}$$

CA \leftrightarrow CB,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ u_C - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & -R_s & 0 & 0 \\ -R_s & -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M_s - L_s & \dots \\ M_s - L_s & 2(M_s - L_s) & \dots \\ M(2 \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2 \cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_3) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2 \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2 \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F & -M_r + L_r \\ \dots & M_r - L_r & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.24}$$

CB,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2 \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_3) + \cos(\theta_2) - 2 \cos(\theta_1)) & M_r - L_r - L_F & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_3) - 2 \cos(\theta_2)) & M_r - L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) - 2 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r \\ \dots & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.25}$$

CB \leftrightarrow AB,cb \leftrightarrow ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_C - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ -R_s & -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f + R_F) & R_r + R_f \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ M_s - L_s & 2(M_s - L_s) & \dots \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_3) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F & -M_r + L_r \\ \dots & M_r - L_r & 2M_r - 2L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.26}$$

ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & M_s & \dots \\ M_s & L_s & \dots \\ M_s & M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M_s & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \dots & M_s & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \dots & L_s & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.27}$$

AB,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.28}$$

AB \leftrightarrow AC,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.29}$$

AC,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.30}$$

AC \leftrightarrow BC,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & R_s & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ L_s - M_s & 2(L_s - M_s) & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.31}
\end{aligned}$$

BC,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.32}
\end{aligned}$$

BC \leftrightarrow BA,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -R_s & R_s & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} M_s - L_s & L_s - M_s & \cdots \\ L_s - M_s & 2(L_s - M_s) & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.33}
\end{aligned}$$

BA,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.34}
\end{aligned}$$

BA \leftrightarrow CA,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ u_C - u_A \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -R_s & R_s & 0 \\ -2R_s & -R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} M_s - L_s & L_s - M_s & \cdots \\ 2(M_s - L_s) & M_s - L_s & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.35}
\end{aligned}$$

CA,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.36}
\end{aligned}$$

CA \leftrightarrow CB,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ u_C - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & -R_s & 0 \\ -R_s & -2R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M_s - L_s & \cdots \\ M_s - L_s & 2(M_s - L_s) & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.37}
\end{aligned}$$

CB,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \frac{1}{2}(u_C - u_B) \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.38}
\end{aligned}$$

CB \leftrightarrow AB,ab

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_C - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ -R_s & -2R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ M_s - L_s & 2(M_s - L_s) & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.39}
\end{aligned}$$

ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s & \cdots \\ M_s & L_s & M_s & \cdots \\ M_s & M_s & L_s & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \cdots & 2M_r - 2L_r - L_F & M_r - L_r - L_F \\ \cdots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.40}
\end{aligned}$$

AB,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F & \cdots \\ M(2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & -M_r + L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M_r - L_r - L_F \\ \cdots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.41}
\end{aligned}$$

AB \leftrightarrow AC,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & & \\ 2(L_s - M_s) & & & \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & & \\ M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3) + \cos(\theta_1)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_3) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F & M_r - L_r - L_F \\ \dots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.42}$$

AC,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \frac{1}{2}(u_A - u_C) \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F & \dots \\ M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3) + \cos(\theta_1)) & -M_r + L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F \\ \dots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.43}$$

AC \leftrightarrow BC,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ u_B - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ L_s - M_s & 2(L_s - M_s) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \dots \\ M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3) + \cos(\theta_1)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F & M_r - L_r - L_F \\ \dots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.44}$$

BC,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & 2M_r - 2L_r - L_F & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -M_r + L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F \\ \dots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.45}$$

BC \leftrightarrow BA,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ u_B - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -R_s & R_s & 0 & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} M_s - L_s & L_s - M_s & \dots \\ L_s - M_s & 2(L_s - M_s) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \dots \\ M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3) + \cos(\theta_1)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F & M_r - L_r - L_F \\ \dots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.46}$$

BA,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F & \cdots \\ M(2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & -M_r + L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M_r - L_r - L_F \\ \cdots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.47}$$

BA \leftrightarrow CA,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ u_B - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & -R_s & 0 & 0 \\ -R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M_s - L_s & \cdots \\ M_s - L_s & L_s - M_s & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \cdots \\ M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3) + \cos(\theta_1)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & 2M_r - 2L_r - L_F & M_r - L_r - L_F \\ \cdots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.48}$$

CA,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F & \cdots \\ M(\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_3)) & -M_r + L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M_r - L_r - L_F \\ \cdots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.49}$$

CA \leftrightarrow CB,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ u_C - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & -R_s & 0 & 0 \\ -R_s & -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M_s - L_s & \cdots \\ M_s - L_s & 2(M_s - L_s) & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \cdots \\ M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3) + \cos(\theta_1)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & 2M_r - 2L_r - L_F & M_r - L_r - L_F \\ \cdots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.50}$$

CB,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(M_s - L_s) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -M_r + L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M_r - L_r - L_F \\ \cdots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.51}$$

CB \leftrightarrow AB,ab \leftrightarrow ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_C - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ -R_s & -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ M_s - L_s & 2(M_s - L_s) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \dots \\ M(\cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3) + \cos(\theta_1)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & 2M_r - 2L_r - L_F & M_r - L_r - L_F \\ \dots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.52}$$

ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & M_s & \dots \\ M_s & L_s & \dots \\ M_s & M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M_s & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_s & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) \\ \dots & L_s & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \\ \dots & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.53}$$

AB,ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.54}$$

AB \leftrightarrow AC,ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.55}$$

AC,ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.56}$$

AC \leftrightarrow BC,ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.57}$$

BC,ac

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.58})$$

BC \leftrightarrow BA,ac

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

BA,ac

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_B - u_A \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

BA \leftrightarrow CA,ac

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.61})$$

CA,ac

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_C - u_A \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.62})$$

CA \leftrightarrow CB,ac

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

CB,ac

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_C - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.64})$$

CB \leftrightarrow AB,ac

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & M_s - L_s & \dots \\ & 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.65}
\end{aligned}$$

ac \leftrightarrow bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & 0 & -2(R_r + R_f) & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & & M_s & & M_s & \dots \\ M_s & & L_s & & M_s & \dots \\ M_s & & M_s & & L_s & \dots \\ M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M_s & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \dots & M_s & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & L_s & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \dots & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & -M_r + L_r & M_r - L_r - L_F \\ \dots & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.66}
\end{aligned}$$

AB,ac \leftrightarrow bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & -2(R_r + R_f) & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & -M_r + L_r & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & 2M_r - 2L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F \\ \dots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.67}
\end{aligned}$$

AB \leftrightarrow AC,ac \leftrightarrow bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & -2(R_r + R_f) & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & M_s - L_s & \dots \\ & 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r & M_r - L_r - L_F \\ \dots & 2M_r - 2L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.68}
\end{aligned}$$

AC,ac \leftrightarrow bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & -2(R_r + R_f) & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & -M_r + L_r & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F \\ \dots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.69}$$

AC \leftrightarrow BC,ac \leftrightarrow bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & -2(R_r + R_f) & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r & M_r - L_r - L_F \\ \dots & 2M_r - 2L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.70}$$

BC,ac \leftrightarrow bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & -2(R_r + R_f) & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -M_r + L_r & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F \\ \dots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.71}$$

BC \leftrightarrow BA,ac \leftrightarrow bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & 0 & -2(R_r + R_f) & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r & M_r - L_r - L_F \\ \dots & 2M_r - 2L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.72}$$

BA,ac \leftrightarrow bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f + R_F) \\ 0 & -2(R_r + R_f) & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -M_r + L_r & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r - L_F \\ \dots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.73}$$

bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & M_s & \dots \\ M_s & L_s & \dots \\ M_s & M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M_s & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_s & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \dots & L_s & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \dots & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.79}$$

AB,bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.80}$$

AB \leftrightarrow AC,bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.81}$$

AC,bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.82}$$

AC \leftrightarrow BC,bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.83}$$

BC,bc

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & 2R_r + 2R_f + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.84}$$

bc \leftrightarrow **ba**

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r + R_f + R_F & -(R_r + R_f) \\ 0 & 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & & M_s & & M_s & & \dots \\ M_s & & L_s & & M_s & & \dots \\ M_s & & M_s & & L_s & & \dots \\ M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & & \dots \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \dots & -M_r + L_r + L_F & M_r - L_r \\ \dots & M_r - L_r & 2(M_r - L_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.92}$$

AB, bc \leftrightarrow **ba**

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f + R_F & -(R_r + R_f) \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & -M_r + L_r + L_F & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & & M_r - L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r \\ \dots & 2(M_r - L_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.93}$$

AB \leftrightarrow **AC, bc** \leftrightarrow **ba**

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + R_f + R_F & -(R_r + R_f) \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & & L_s - M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r + L_F & M_r - L_r \\ \dots & M_r - L_r & 2(M_r - L_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.94}$$

AC, bc \leftrightarrow **ba**

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f + R_F & -(R_r + R_f) \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & & -M_r + L_r + L_F & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & M_r - L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r \\ \dots & 2(M_r - L_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.95}$$

CA, bc \leftrightarrow ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f + R_F & -(R_r + R_f) \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & -M_r + L_r + L_F & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M_r - L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r \\ \dots & 2(M_r - L_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.101}$$

CA \leftrightarrow CB, bc \leftrightarrow ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + R_f + R_F & -(R_r + R_f) \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r + L_F & M_r - L_r \\ \dots & M_r - L_r & 2(M_r - L_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.102}$$

CB, bc \leftrightarrow ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f + R_F & -(R_r + R_f) \\ 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -M_r + L_r + L_F & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M_r - L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r \\ \dots & 2(M_r - L_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.103}$$

CB \leftrightarrow AB, bc \leftrightarrow ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + R_f + R_F & -(R_r + R_f) \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & -2(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r + L_F & M_r - L_r \\ \dots & M_r - L_r & 2(M_r - L_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.104}$$

ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & M_s & \cdots \\ M_s & L_s & \cdots \\ M_s & M_s & \cdots \\ M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M_s & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \cdots & M_s & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \cdots & L_s & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.105}$$

AB,ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.106}$$

AB \leftrightarrow AC,ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.107}$$

AC,ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.108}$$

AC \leftrightarrow BC,ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.109}$$

BC,ba

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.110}$$

ba \leftrightarrow ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r + R_f + R_F & 2R_r + 2R_f + R_F \\ 0 & 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & & M_s & & M_s & & M_s & \dots \\ M_s & & L_s & & L_s & & M_s & \dots \\ M_s & & M_s & & L_s & & L_s & \dots \\ M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & & \dots \\ M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \dots & -M_r + L_r + L_F & -2M_r + 2L_r + L_F \\ \dots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.118}$$

AB,ba \leftrightarrow ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f + R_F & 2R_r + 2R_f + R_F \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & & -M_r + L_r + L_F & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & -M_r + L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & -2M_r + 2L_r + L_F \\ \dots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.119}$$

AB \leftrightarrow AC,ba \leftrightarrow ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + R_f + R_F & 2R_r + 2R_f + R_F \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & & L_s - M_s & \dots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r + L_F & -2M_r + 2L_r + L_F \\ \dots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.120}$$

AC,ba \leftrightarrow ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f + R_F & 2R_r + 2R_f + R_F \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & -M_r + L_r + L_F & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & & -M_r + L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -2M_r + 2L_r + L_F \\ \dots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.121}$$

CA,ba \leftrightarrow ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f + R_F & 2R_r + 2R_f + R_F \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & -M_r + L_r + L_F & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & -M_r + L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \\ \cdots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.127}$$

CA \leftrightarrow CB,ba \leftrightarrow ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + R_f + R_F & 2R_r + 2R_f + R_F \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -M_r + L_r + L_F & -2M_r + 2L_r + L_F \\ \cdots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.128}$$

CB,ba \leftrightarrow ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_r + R_f + R_F & 2R_r + 2R_f + R_F \\ 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -M_r + L_r + L_F & \cdots \\ M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -M_r + L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -2M_r + 2L_r + L_F \\ \cdots & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.129}$$

CB \leftrightarrow AB,ba \leftrightarrow ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + R_f + R_F & 2R_r + 2R_f + R_F \\ 0 & 0 & R_r + R_f & -(R_r + R_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -M_r + L_r + L_F & -2M_r + 2L_r + L_F \\ \cdots & -M_r + L_r & M_r - L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.130}$$

ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & M_s & \cdots \\ M_s & L_s & \cdots \\ M_s & M_s & \cdots \\ M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M_s & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M_s & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) \\ \cdots & L_s & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \\ \cdots & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.131}$$

AB,ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.132}$$

AB \leftrightarrow AC,ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.133}$$

AC,ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.134}$$

AC \leftrightarrow BC,ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.135}$$

BC,ca

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_C \\ 2u_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 \\ 0 & -(2R_r + 2R_f + R_F) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_a \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & 2M_r - 2L_r - L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.136}$$

ca ↔ cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 0 & 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s & & M_s & & M_s & \dots \\ M_s & & L_s & & M_s & \dots \\ M_s & & M_s & & L_s & \dots \\ M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_1)) \\ \dots & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \dots & M(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_2)) & M(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) \\ \dots & M_r - L_r & -M_r + L_r + L_F \\ \dots & -2M_r + 2L_r & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.144}$$

AB,ca ↔ cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & M_r - L_r & \dots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & -2M_r + 2L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r + L_F \\ \dots & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.145}$$

AB ↔ AC,ca ↔ cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & & L_s - M_s & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r & -M_r + L_r + L_F \\ \dots & -2M_r + 2L_r & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.146}$$

AC,ca ↔ cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & & M_r - L_r & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & -2M_r + 2L_r & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & -M_r + L_r + L_F \\ \dots & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.147}$$

AC ↔ BC,ca ↔ cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & M_s - L_s & \dots \\ 2(L_s - M_s) & & L_s - M_s & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \dots & M_r - L_r & -M_r + L_r + L_F \\ \dots & -2M_r + 2L_r & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.148}$$

BC,ca \leftrightarrow cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M_r - L_r & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -M_r + L_r + L_F \\ \cdots & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.149}$$

BC \leftrightarrow BA,ca \leftrightarrow cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M_r - L_r & -M_r + L_r + L_F \\ \cdots & -2M_r + 2L_r & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.150}$$

BA,ca \leftrightarrow cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_B - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M_r - L_r & \cdots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & -M_r + L_r + L_F \\ \cdots & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.151}$$

BA \leftrightarrow CA,ca \leftrightarrow cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & M_s - L_s & \cdots \\ 2(L_s - M_s) & L_s - M_s & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) \\ \cdots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) \\ \cdots & M_r - L_r & -M_r + L_r + L_F \\ \cdots & -2M_r + 2L_r & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.152}$$

CA,ca \leftrightarrow cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_A \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & M_r - L_r & \cdots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & -2M_r + 2L_r & \cdots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \cdots & M(2\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \\ \cdots & -M_r + L_r + L_F \\ \cdots & -M_r + L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.153}$$

CA \leftrightarrow CB,ca \leftrightarrow cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & & & M_s - L_s & & \dots \\ 2(L_s - M_s) & & & & L_s - M_s & & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & & & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & & & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & & \dots \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & \dots \\ \dots & & M_r - L_r & & & -M_r + L_r + L_F & \dots \\ \dots & & -2M_r + 2L_r & & & -M_r + L_r & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.154}
\end{aligned}$$

CB,ca \leftrightarrow cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_C - u_B \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2R_s & 0 & 0 \\ 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -2(L_s - M_s) & & & & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & & \dots \\ M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & & & M_r - L_r & & \dots \\ M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & & & & -2M_r + 2L_r & & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(\cos(\theta_1) - 2\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & & \frac{di_B}{dt} \\ \dots & & -M_r + L_r + L_F & & \frac{di_b}{dt} \\ \dots & & -M_r + L_r & & \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.155}
\end{aligned}$$

CB \leftrightarrow AB,ca \leftrightarrow cb

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_A - u_B \\ u_A - u_C \\ 2u_f \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 2R_s & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_r + R_f) & R_r + R_f + R_F \\ 0 & 0 & 2(R_r + R_f) & R_r + R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_s - M_s & & & & M_s - L_s & & \dots \\ 2(L_s - M_s) & & & & L_s - M_s & & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & & & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & \dots \\ M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & & & M(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) - 2\cos(\theta_3)) & & \dots \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \dots & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & & M(-\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + 2\cos(\theta_3)) & & \dots \\ \dots & M(-\cos(\theta_1) + 2\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) & & & M(-2\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)) & & \dots \\ \dots & & M_r - L_r & & & -M_r + L_r + L_F & \dots \\ \dots & & -2M_r + 2L_r & & & -M_r + L_r & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \tag{A.156}
\end{aligned}$$

B Yksinkertaistetun tilakoneen tiloja vastaavat yhtälöt

cb

$$\begin{bmatrix} u_c - u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R_r + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2L_{r\sigma} + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

cb ↔ ab

$$\begin{bmatrix} u_c - u_b \\ u_c - u_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_r + R_F) & R_r \\ R_r & 2R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(L_{r\sigma} + L_F) & L_{r\sigma} \\ L_{r\sigma} & 2L_{r\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

ab

$$\begin{bmatrix} u_a - u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R_r + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2L_{r\sigma} + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

ab ↔ ac

$$\begin{bmatrix} u_a - u_b \\ u_b - u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(2R_r + R_F) & -(R_r + R_F) \\ R_r & -R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(2L_{r\sigma} + L_F) & -(L_{r\sigma} + L_F) \\ L_{r\sigma} & -L_{r\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

ac

$$\begin{bmatrix} u_a - u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R_r + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2L_{r\sigma} + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

ac ↔ bc

$$\begin{bmatrix} u_a - u_c \\ u_a - u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_r & -(2R_r + R_F) \\ -2R_r & -R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L_{r\sigma} & -(2L_{r\sigma} + L_F) \\ -2L_{r\sigma} & -L_{r\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.6})$$

bc

$$\begin{bmatrix} u_b - u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R_r + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2L_{r\sigma} + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.7})$$

bc ↔ ba

$$\begin{bmatrix} u_b - u_c \\ u_c - u_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r + R_F & -R_r \\ R_r & 2R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{r\sigma} + L_F & -L_{r\sigma} \\ L_{r\sigma} & 2L_{r\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.8})$$

ba

$$\begin{bmatrix} u_b - u_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R_r + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2L_{r\sigma} + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.9})$$

ba ↔ ca

$$\begin{bmatrix} u_b - u_a \\ u_b - u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R_r + R_F & R_r + R_F \\ R_r & -R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2L_{r\sigma} + L_F & L_{r\sigma} + L_F \\ L_{r\sigma} & -L_{r\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.10})$$

ca

$$\begin{bmatrix} u_c - u_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R_r + R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2L_{r\sigma} + L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

ca ↔ cb

$$\begin{bmatrix} u_c - u_a \\ u_a - u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 2R_r + R_F \\ -2R_r & -R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{r\sigma} & 2L_{r\sigma} + L_F \\ -2L_{r\sigma} & -L_{r\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.12})$$