

Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu  
Konetekniikan osasto  
Konstruktiotekniikan laitos

## **Sähköisen lineaariservomoottorijärjestelmän dynamiikan simulointi**

Diplomityön aihe on hyväksytty konetekniikan osaston osastoneuvostossa 7.3.2001

Työn tarkastajana on toiminut professori Heikki Handroos

Lappeenrannassa 1.8.2001

Markus Hirvonen  
Laserkatu 2 D 47  
53850 Lappeenranta  
+358 50 3453171

## TIIVISTELMÄ

Tekijä: Markus Juhani Hirvonen  
Nimi: **Sähköisen lineaariservomoottorijärjestelmän dynamiikan simulointi**  
Osasto: Konetekniikan osasto  
Paikka: Lappeenranta  
Vuosi: 2001

Diplomityö. Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu.

68 sivua, 40 kuvaa ja 5 liitettä

Tarkastaja: Professori Heikki Handroos

Hakusanat: Lineaarimoottori, synkronimoottori, kestromagneettitahtikone, dynamiikan simulointi, monikappaledynamiikka, avaruusvektoriteoria.

Keywords: Linear Motor, Synchronous Motor, Permanent Magnet Motor, Simulation of Dynamics, Multibody Dynamics, Space Vector Theory.

Työssä johdettiin sähköisen lineaariservomoottorijärjestelmän dynaaminen malli. Lineaarimoottori on keksintönä vanha, mutta vasta viimeaikoina kestromagneettimateriaalien kehittyessä ja halvetessa lineaarimoottorista on tullut vartenotettava vaihtoehto pyörivän moottorin ja lineaarisen liikkeen toteuttavan mekanismin yhdistelmälle. Kestomagnetoituja lineaarimoottoreita käytetään sovelluksissa, joissa tarvitaan tarkkaa paikoitusta ja nopeudella ja kiihtyvyydellä on suuret vaatimukset.

Moottorimalli toteutettiin vuorovaikutteisena simulointimallina. Moottorimalli, josta saatiin moottorin voima, rakennettiin MatLab<sup>®</sup> 6.0/Simulink<sup>®</sup> –ohjelmalle ja moottoriin kiinnitetyn mekaniikan malli ADAMS 10.0 –ohjelmalle. Mallit on liitetty tämän jälkeen vuorovaikutteiseksi simulointimalliksi. Simuloinnista saatuja tuloksia on verrattu koneautomaation laboratorioon hankitun lineaarimoottorijärjestelmän mitattuihin vasteisiin.

## **ABSTRACT**

Author: Markus Juhani Hirvonen  
Title: **Dynamics Simulation of Electrical Linear Servomotor**  
Department: Mechanical Engineering  
Place: Lappeenranta  
Year: 2001

Master's Thesis. Lappeenranta University of Technology

68 pages, 40 figures and 5 appendices

Supervisor: Professor Heikki Handroos

Keywords: Linear Motor, Synchronous Motor, Permanent Magnet Motor, Simulation of Dynamics, Multibody Dynamics, Space Vector Theory.

In this study the mathematical model of linear servo motor dynamics has been postulated. The linear motor as an invention is old but recently as a result of development of permanent magnets and their decreased costs, permanent magnet linear motors are reckon with the rotating motors with linear transmission. The permanent magnet linear motors are used in applications where accurate positioning is needed and velocity and acceleration have high demands.

In postulating the motor model the coupled system modeling is utilized. In simulating the model force is calculated in MatLab<sup>®</sup> 6.0/Simulink<sup>®</sup> -program while the dynamics of the mechanics is calculated in ADAMS 10.0 -program. The mechanical system connected with the motor is a simple spring-mass system. The simulated results are compared with those measured from linear motor set up in the laboratory of machine automation.

## ALKUSANAT

Työn tarkastajana on toiminut professori Heikki Handroos, jota haluan kiittää haastavasta ja kiinnostavasta työstä. Lisäksi kiitän professori Asko Rouvista työn aikana saamastani käytännön opastuksesta. Sähkötekniikan osastolta kiitän TkL Panu Kurrosta mittauksissa ja työn aikana saamistani neuvoista sekä TkT Jussi Saloa sähkötekniikan osa-alueen neuvoista.

Lopuksi haluan kiittää omaisiani, ystäviäni ja kaikkia niitä, jotka ovat edesauttaneet työni valmistumista.

Lappeenrannassa 1.8.2001

Markus Hirvonen

**SISÄLLYSLUETTELO:**

<b>KÄYTETYT MERKINNÄT JA LYHENTEET .....</b>	<b>3</b>
<b>1 JOHDANTO.....</b>	<b>7</b>
<b>2 LINEAARISTEN SYNKRONIMOOTTOREIDEN TEORIAA .....</b>	<b>9</b>
2.1 LINEAARIMOOTTORIN RAKENNE .....	9
2.1.1 TASOMAINEN YKSIPUOLINEN LINEAARIMOOTTORI .....	10
2.1.2 TASOMAINEN KAKSIKUPOLINEN LINEAARIMOOTTORI .....	11
2.1.3 TANKOMAINEN LINEAARIMOOTTORI .....	12
2.2 LINEAARIMOOTTORIN TOIMINTAPERIAATE .....	13
2.2.1 LINEAARISEN SYNKRONIMOOTTORIN KÄÄMITYS.....	14
2.2.2 LINEAARISEN SYNKRONIMOOTTORIN MAGNETOINTI .....	15
2.2.3 LINEAARIMOOTTORIN VAIMENNUS.....	16
2.3 LINEAARIMOOTTORIN VOIMAVÄRE.....	17
2.3.1 PÄÄTYILMIÖ .....	19
2.3.2 HAMMASVOIMA.....	20
<b>3 LINEAARIMOOTTORIJÄRJESTELMÄN MALLINTAMISEN TEORIAA .....</b>	<b>22</b>
3.1 MOOTTORIN MALLINTAMINEN .....	22
3.1.1 LINEAARISEN SYNKRONIMOOTTORIN MATEMAATTISET YHTÄLÖT.....	23
3.2 MEKANIIKAN DYNAMIIKAN MALLINTAMINEN .....	33
3.2.1 KAPPALEEN ASEMAN KUVAUS.....	34
3.2.2 JÄYKÄN KAPPALEEN KINEMATIikka .....	37
3.2.3 JÄYKÄN KAPPALEEN DYNAMIIKKA .....	38
<b>4 MOOTTORIMALLI JA VERIFIOINTILAITTEISTO .....</b>	<b>41</b>
4.1 MOOTTORIMALLI .....	41
4.1.1 MOOTTORIN EPÄIDEAALISUUKSIEN MALLINTAMINEN .....	43
4.1.2 MOOTTORIN OHJAUS.....	46
4.2 MEKANIikkAMALLI .....	48
4.2.1 KITKAMITTAUKSET .....	50
4.3 VERTAILULAITTEISTO .....	52
<b>5 TULOSTEN VERTAILU.....</b>	<b>54</b>
5.1 INTEGROINTIMENETELMÄT .....	54
5.2 MITATTUJEN JA SIMULOITUJEN TULOSTEN VERTAILU.....	58
<b>6 TULOSTEN TARKASTELU .....</b>	<b>62</b>

<b>7</b>	<b>JOHTOPÄÄTÖKSET .....</b>	<b>63</b>
7.1	JATKOKEHITYS .....	64
	<b>LÄHDELUETTELO .....</b>	<b>65</b>
	<b>LIITTEET</b>	

## KÄYTETYT MERKINNÄT JA LYHENTEET

### Roomalaiset kirjaimet

$a_{ni}$	= päätyilmiön yliaallon amplitudi
$A^i$	= muunnosmatriisi
$C$	= rajoiteyhtälö
$C_q$	= rajoitteen Jacobin matriisi
$C_t$	= rajoiteyhtälön osittaisderivaatta
$f$	= taajuus
$F_{dx}$	= moottorin tuottama voima
$F_{fi}$	= voimakomponentti
$F_{tot}$	= resultanttivoima
$F_x$	= hammasvoimayliaallon amplitudi
$F_\mu$	= kitkavoima
$G$	= gravitaatiovoima
$h_M$	= magneetin korkeus
$H_c$	= magneettikentän intensiteetti
$i$	= virta
$i_{ad}$	= ankkurivirran vaakakomponentti
$i_{aq}$	= ankkurivirran pystykomponentti
$\underline{i}_a$	= ankkurivirran avaruusvektori
$i_{aA}, i_{aB}, i_{aC}$	= vaihevirtojen hetkellisarvot
$i_f$	= kuvitteellinen magnetoimisvirta
$k$	= kokonaisluku
$L_{ad}$	= ankkuri-induktanssin vaakakomponentti
$L_{aq}$	= ankkuri-induktanssin pystykomponentti
$L_{a\sigma}$	= ankkuri-induktanssin hajainduktanssi
$L_{md}$	= magnetoimisinduktanssin vaakakomponentti
$L_{mq}$	= magnetoimisinduktanssin pystykomponentti

$L_D$	= vaimennuskäämin induktanssin vaakakomponentti
$L_{D\sigma}$	= vaimennuskäämin hajainduktanssin vaakakomponentti
$L_Q$	= vaimennuskäämin induktanssin pystykomponentti
$L_{Q\sigma}$	= vaimennuskäämin hajainduktanssin pystykomponentti
$\mathbf{M}^i$	= massamatriisi
$n_b$	= monijäsenisen kappaleen jäsenien lukumäärä
$N$	= tukivoima
$p$	= napapariluku
$p_{elm}$	= moottorin teho
$p_{in}$	= hetkellinen tehon syöttö
$\mathbf{q}$	= yleistettyjen koordinaattien vektori
$\mathbf{q}_r^i$	= yleistettyjen koordinaattien joukko
$\mathbf{Q}_e^i$	= ulkoisten voimien vektori
$\mathbf{Q}_j^{iT}$	= yleistettyjen koordinaattien vektori
$\mathbf{Q}_v^i$	= neliöllinen nopeusvektori
$\mathbf{r}_p^i$	= pisteen asema globaalissa koordinaatistossa
$\dot{\mathbf{r}}^i$	= pisteen nopeusvektori
$\ddot{\mathbf{r}}^i$	= pisteen kiihtyvyysvektori
$R$	= ankkurikämin resistanssi
$R_D$	= vaimennuskäämin resistanssi vaaka-akselilla
$R_Q$	= vaimennuskäämin resistanssi pystyakselilla
$\mathbf{R}^i$	= kappaleen origon asema lokaalissa koordinaatistossa
$\dot{\mathbf{R}}^i$	= lokaalin koordinaatiston origon nopeusvektori
$\ddot{\mathbf{R}}^i$	= lokaalin koordinaatiston origon kiihtyvyysvektori
$t$	= aika
$T^i$	= monijäsenisen järjestelmän kineettinen energia
$u$	= napajännite
$\underline{u}$	= napajännitteen avaruusvektori
$u_A, u_B, u_C$	= vaihejännitteiden hetkellisarvot



$\mathbf{u}^i$	= pisteen asema lokaalissa koordinaatissa
$v$	= nopeus
$v_i$	= kappaleen rotaatioakselin suuntaisen yksikkövektorin komponentti
$v_s$	= synkroninopeus
$V_b^i$	= kappaleen tilavuus
$\delta W^i$	= ulkoisten voimien virtuaalinen työ

### Kreikkalaiset kirjaimet

$\alpha$	= kulma
$\bar{\alpha}^i$	= kulmakiihtyvyyssvektori
$\alpha_{\text{ph}}$	= roottorin reunojen etäisyydestä aiheutuva vaihe-ero
$\gamma_x$	= vaihesiirto
$\lambda$	= Lagrangen kertoimien vektori
$\theta_r$	= roottorikulma
$\theta^i$	= rotaatiokoordinaatti
$\theta_i$	= eulerin parametri
$\rho_b^i$	= massatiheys
$\tau$	= napajako
$\omega$	= sähköinen kulmanopeus
$\bar{\omega}^i$	= kulmanopeusvektori
$\psi$	= käämivuo
$\underline{\psi}$	= Käämivuon avaruusvektori
$\psi_d$	= käämivuon vaakakomponentti
$\psi_q$	= käämivuon pystykomponentti
$\psi_D$	= vaimennuskäämivuon vaakakomponentti
$\psi_Q$	= vaimennuskäämivuon pystykomponentti
$\psi_f$	= kestopagneetin magneettivuo

## Yläindeksit

i	= kappaleeseen liittyvä
s	= staattoriin sidottu
r	= roottoriin sidottu

## Alaindeksit

A,B,C	= käämityksen vaiheet
a	= ankkuri- (armature-)
d	= vaaka-akseli (direct-)
D	= vaimennuskäämin vaaka-akseli
elm	= sähkömagneettinen (Electromagnetic)
f	= magnetoimis- (field-)
m	= magnetoimis-
q	= pystyakseli (quadrature)
Q	= vaimennuskäämin pystyakseli
$\sigma$	= haja- (leakage-)

## Lyhenteet

DC	= tasavirta (Direct Current)
FEM	= elementtimenetelmä (Field Element Method)
FFT	= taajuusanalyysi (Fast Fourier Transformation)
LSM	= lineaarinen synkronimoottori
mmv	= magnetomotorinen voima
NeFeB	= neodyymi-rauta-boori
PM	= kestopagneetti (Permanent Magnet)
PWM	= pulssileveysmodulointi (Pulse Width Modulation)

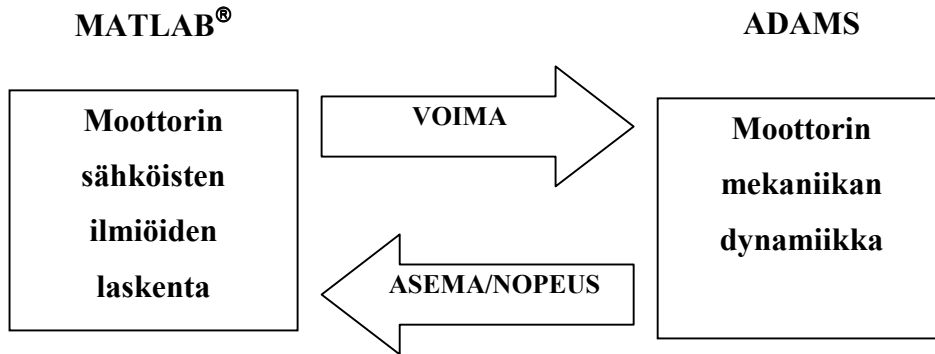
# 1 JOHDANTO

Tämä työ kuuluu Suomen Akatemian rahoittaman TUKEVA –tutkimusohjelman (tulevaisuuden kone- ja valmistustekniikan tutkimusohjelma) osaprojektiin, jossa tutkitaan värähtelyn hallintaa sähkökäyttöisissä konejärjestelmissä. Aikaisemmin koneautomaation laboratoriolta on valmistunut diplomityö pyörivän kestopagneettitahtikoneen vuorovaikutteisesta simuloinnista [1], jossa tarkasteltiin eri simulointimenetelmien soveltuvuutta pyörivän moottorin dynaamisen mallin luomisessa. Tämän työn tarkoitus on jatkaa sähkökäyttöjen mallinnusta lineaarisiin kestopagneettitahtikoneisiin, eli lineaarisiin synkronimoottoreihin.

Perinteisesti koneautomaatiossa käytettävät lineaariliikkeet on toteutettu muuttamalla pyörivä liike lineaariseksi mm. kuularuuvi-, hammastanko- tai hammashihnakäyttöjen avulla. Näistä mekanismeista aiheutuneet epälineaarisuudet, kuten välykset ja joustot, ovat heikentäneet servojärjestelmän suorituskykyä. Korvaamalla pyörivä moottori ja voimansiirtomekanismi lineaarimoottorilla, voidaan järjestelmän paikoitustarkkuutta ja dynaamisia ominaisuuksia parantaa. Toisaalta mekaanisen voimansiirron poistaminen siirtää moottorissa syntyneet värähtelyherätteet suoraan liikutettavaan työkalumekanismiin, jolloin värähtelyherätteiden taajuuksien ja mekaniikan ominaistaajuuksien tutkimisesta on tullut tärkeä osa tuotekehitysprosessia.

Aikaisemmin konejärjestelmien dynamiikan tutkimisessa on käytetty fyysisiä prototyyppejä. Prototyypisuunnittelu on kuitenkin hidas ja kallis menetelmä. Tietokoneiden ja ohjelmistojen kehitys on mahdollistanut mekatronisten järjestelmien käyttäytymisen simuloinnin ja visualisoinnin kolmiulotteisena, ts. virtuaaliprototyypinnin tai virtuaalisen testauksen. Virtuaaliprototyypinnin tarkoituksena on antaa suunnittelijalle mahdollisuus testata laitteiston toimintaa ilman fyysistä prototyyppiä, jolloin mallin tarkoituksena on kuvata todellisen laitteen käyttäytymistä riittävällä tarkkuudella.

Tässä työssä virtuaaliprototyyppointia on käytetty lineaarimoottorin ja siihen liittyvän mekaniikan dynaamisessa analyysissä. Moottorin magnetomotorisen voiman laskennassa on käytetty monimutkaisten differentiaaliyhtälöiden takia matematiikan yleisohjelmaa. Ohjelmat päivittävät laskettuja tuloksia toisiinsa tietyn aika-askeleen välein. Tällaista simulointitapaa kutsutaan hajautetuksi simuloinniksi.



**Kuva 1.** Lineaarimoottorin hajautettu simulointi.

Lineaarimoottoreiden uutuuden takia kirjallisuutta aiheesta on vähän saatavilla. Ainoat lähteet ovat lähinnä lehtijulkaisuja ja artikkeleita, joissa on paneuduttu moottorin rakenteen vaikutuksiin sen suorituskykyyn. Julkaisuja lineaarimoottorin ja mekaniikan vuorovaikutusten simuloinnista ei tutkimuksen aikana löytänyt yhtään.

## 2 LINEAARISTEN SYNKRONIMOOTTOREIDEN TEORIAA

Tässä työssä keskitytään harjattoman kestopagneettisen synkronilineaarimoottorin mallintamiseen. Lineaariset synkronimoottorit (LSM) ovat moottoreita, joissa mekaaninen liike on synkronissa magneettikentän kanssa, ts. mekaaninen nopeus on sama kuin liikkuvalla magneettikentällä. Tällöin liikkuvan osan nopeus on:

$$v = v_s = 2f\tau = \frac{\omega}{\pi}\tau, \quad (2.1)$$

joka on siis sama kuin sisääntulotaajuudesta  $f$  (sähköinen kulmataajuus  $\omega=2\pi f$ ) ja napajaosta  $\tau$  riippuva liikkuvan magneettikentän synkroninopeus  $v_s$ . Se ei siis riipu napapariluvusta  $p$ , kuten pyörivissä moottoreissa.

Kestomagneettisia lineaarisynkronimoottoreita käytetään niiden yksinkertaisen rakenteen ja korkean suorituskyvyn takia monissa sovelluksissa aina maaliikenteestä servo- ja kuljetusjärjestelmiin.

### 2.1 LINEAARIMOOTTORIN RAKENNE

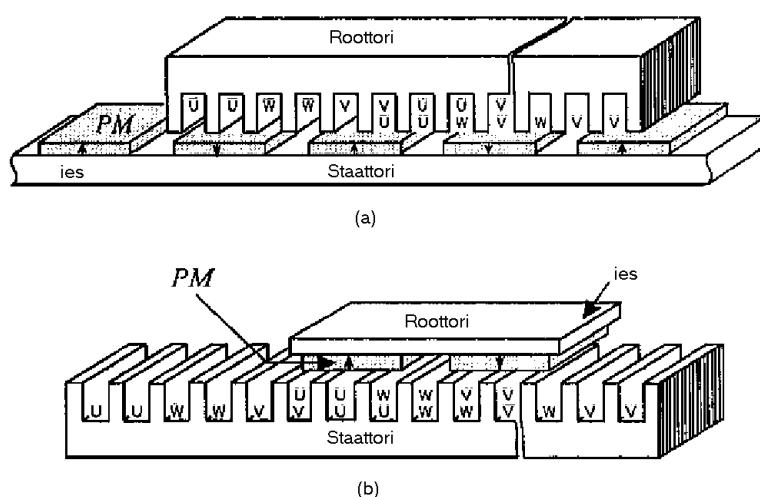
Kuvassa 2 on synkronisen lineaarimoottorin rakenne. Se koostuu kahdesta pääosasta:

- Useasta alustaan kiinnitetystä kestopagneetista tai sähkömagneetista, jotka tuottavat magneettivuon.
- Monivaiheisesta käämityksestä, joka tuottaa liikkuvan magneettikentän.

Osaa joka tuottaa liikkuvan magneettikentän kutsutaan ankkuriksi ja samalla tavoin osaa, joka tuottaa magneettivuon tai vaihtuvan reluktanssin kutsutaan

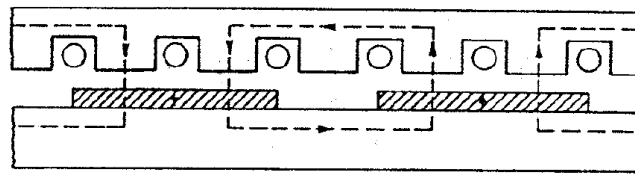
magnetointijärjestelmäksi. Usein puhutaan sekundääri- ja primääriosista, mutta näitä termejä pitäisi välttää, koska ne pätevät vain induktiomoottoreihin. [2] Aihepiirin uutuuden johdosta sanasto ei ole kovin vakiintunut, joten tässä työssä moottorin liikkuvasta osasta käytetään pyörivän moottorin tavoin nimitystä roottori ja liikkumattomasta osasta nimitystä staattori. Lineaaristen synkronimoottoreiden toimintaan ei vaikuta kumpi käämityksestä tai magnetointijärjestelmästä on roottorina ja kumpi staattorina.

### 2.1.1 TASOMAINEN YKSIPUOLINEN LINEAARIMOOTTORI



**Kuva 2.** Tasomainen yksipuolinen lineaarimoottori (a) lyhyellä käämityksellä ja (b) lyhyellä magnetoinnilla. PM = kestopagneetti (Permanent Magnet). [3]

Yllä olevien kuvien moottorit ovat rakenteeltaan tasomaisia yksipuoleisia lineaarimoottoreita. Tasomaisessa lineaarimoottorissa peräkkäiset kestopagneetit ovat napaisuudeltaan vastakkaiset, jolloin magneettien välille syntyy radan pituussuunnassa muuttuva magneettikenttä.

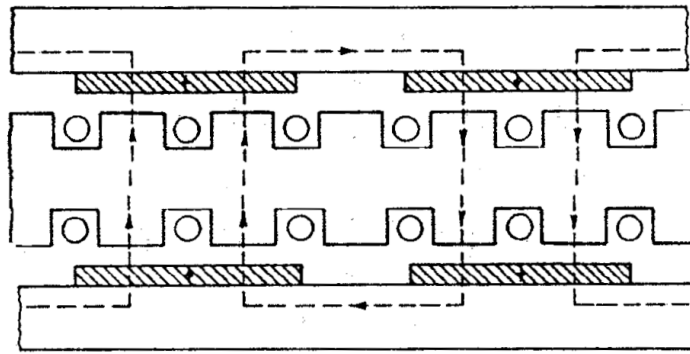


**Kuva 3.** Magneettikentän kulku yksipuolisessa lineaarimoottorissa. [4]

Roottoriosa liikkuu staattorin päällä lineaarilaakereilla tuettuna tyypillisesti 0.3-1 mm:n etäisyydellä. Yksipuolinen rakenne mahdollistaa hyvän jäähdytyksen, jolloin moottorilla voidaan tuottaa suuria voimia. Hankaluutena yksipuolisessa rakenteessa on magneettikentän optimaalinen hyödyntäminen. Ongelmaa pienennetään käyttämällä käämiosassa rautasydäntä, joka muodostaa magneettikentälle kulkutien. Rautaosa helpottaa myös jäähdytyksen toteuttamista johtamalla lämmön tasaisesti koko roottoriosaan. [5] Haittana rautasydäimestä on sen ja kenttämagneettien välille syntyvä magneettinen vetovoima, joka aiheuttaa voimavärettä. Voimavärettä käsitellään tarkemmin kohdassa 2.3.

### 2.1.2 TASOMAINEN KAKSIPUOLINEN LINEAARIMOOTTORI

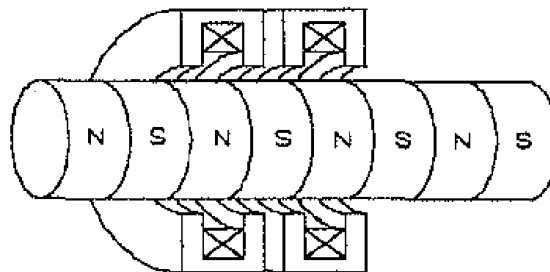
Tasomainen kaksipuolinen lineaarimoottori koostuu kahdesta vastakkain sijoitetusta käämitysjärjestelmästä ja niiden välissä kulkevasta magnetointijärjestelmästä tai vaihtoehtoisesti vastakkain sijoitetusta magneettiparista ja niiden välissä kulkevasta ajokäämityksestä. Vastakkain sijoitettujen magneettiparien napaisuus on saman suuntainen, mutta vierekkäisten magneettiparien napaisuus vastakkaisuuntainen, jolloin kaksipuolinen rakenne mahdollistaa voimakkaan magneettikentän synnyttämisen magneettiparien väliin ja ajokäämeille ilman, että roottoriosassa tarvittaisiin magneettisia materiaaleja. Roottoriosan materiaalina käämityksen runkona käytetään yleisimmin epoksia, joka ei johda magneettikenttää, mutta vaimentaa sitä mahdollisimman vähän. Koska tehokasta jäähdytystä ei voida suorittaa, käytetään tätä moottorityyppiä tarkkuutta tai suuria nopeuksia vaativissa sovelluksissa. [5]



**Kuva 4.** Kaksipuolinen tasomainen lineaarimoottori.

### 2.1.3 TANKOMAINEN LINEAARIMOOTTORI

Pyöryttämällä tasomaisen lineaarimoottorin pitkittäissuuntaiset reunat yhteen, saadaan tankomainen lineaarimoottori. Tankomaisen lineaarimoottorin magneetit sijaitsevat pyöreässä tangossa. Magneetit on sijoitettu tankoon navat vastakkain, jolloin tangon ulkopuolelle syntyy magneettikenttä, jonka suunta muuttuu tangon pituussuunnassa. Ajokäämit ovat tangon ympärillä liikkuvassa roottoriosassa ja kiertävät tangon ympäri. Tämän tyyppinen moottori mahdollistaa magneettikentän hyvän hyödyntämisen ilman roottorin rautasydäntä, jolloin askelvoimat ovat olemattomat. Tankomainen lineaarimoottori voidaan suunnitella myös umpinapaiseksi.



**Kuva 5.** Tankomainen lineaarimoottori. [6]



## 2.2 LINEAARIMOOTTORIN TOIMINTAPERIAATE

Lisäämällä kolmivaihevirta ankkurissa olevaan kolmeen yhteen liitettyyn käämiin, generoituu käämityksen ja magnetointijärjestelmän välille veto- ja repulsiovoimia, jolloin roottoriin syntyy työntövoima, eli synkronivoima. Synkronivoima syntyy magneettikentän ja käämityksen synnyttämän magnetomotorisen voiman (mmv) vuorovaikutuksesta, jolloin sen voimakkuus riippuu sähköisestä kulmasta.

Perinteisesti vaihtovirtaiset monivaiheiset synkronismoottorit ovat tasavirtamagnetoituja järjestelmiä. Yleistä on vaihtaa tasavirtaiset sähkömagneetit kestopagneeteilla. Harjattomat kestopagnetoidut LSM:t voidaan jakaa kahteen ryhmään:

- Kestomagneettiset lineaaritahtikoneet, joiden liikkuva magneettikenttä tuotetaan sinimuotoisella virralla.
- Kestomagneettiset harjattomat tasavirtamoottorit, joiden syötettävä neliömäinen tai trapetsoidinen virta on tarkalleen tahdistettu liikkuvan osan kanssa samaan nopeuteen.

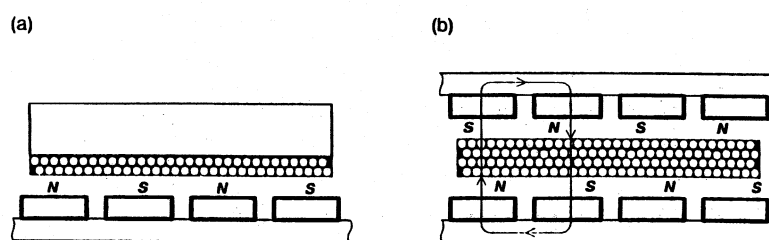
Moottorin magneettisten ja sähköisten piirien rakenne on kummassakin tapauksessa samanlainen. Harjattomissa tasavirtamoottoreissa asematieto tuotetaan yleensä absoluuttisilla asema-antureilla. Tällainen moottorirakenne vaatii elektronisen kommutoinnin, joka on periaatteeltaan samanlainen kuin mekaanisesti kommutoiduissa tasavirtamoottoreissa. Tämän takia trapetsoidisella- tai neliövirralla käytettäviä moottoreita kutsutaan harjattomiksi dc-moottoreiksi. [2]

Kestomagneettisten tahtikoneiden tuottama voima on puolestaan tasainen kun syötettävä virta on sinimuotoista. Koska sinimuotoinen virta on etenkin isommilla taajuuksilla helpompi tuottaa kuin trapetsoidiset- tai neliömäiset virtapulssit, on kestopagneettitahtikoneen voima tasaisempi kuin harjattomissa tasasähkökoneissa. [7]

### 2.2.1 LINEAARISEN SYNKRONIMOOTTORIN KÄÄMITYS

Ankkurikäämykset ovat magnetoivia käämyksiä, joihin energiamuunnon kannalta välttämätön liikejännite indusoituu. Näin määritelty ankkurikäämyks voi välittää tehoa sähköverkon ja mekaanisen järjestelmän välillä. [8] Lineaarimoottorin monivaiheinen (yleensä kolmivaiheinen) käämyks on useasti ankkurin urissa, jolloin puhutaan urakäämyksestä. Ankkurikäämyks voi olla yksi- tai kaksikerroksinen. Ankkurikäämykset tehdään yleensä eristetyistä kuparijohteista, jolloin johteen poikkipinta-ala on joko pyöreä tai kulmikas. [2]

Urattomissa moottoreissa ankkurikäämyks on käämytty pehmeän ankkurisydämen ympärille tai moottorissa ei välttämättä ole ensinkään sydäntä. Urattomissa kestmagneettimoottoreissa ei esiinny lainkaan hammastuksesta johtuvaa pidätysvoimaa, jolloin siinä on pienempi voimaväre. Tämän lisäksi suurilla sisääntulotaajuuksilla moottori saavuttaa suuremman tehon verrattuna urallisiin moottoreihin. Toisaalta suurempi ilmarako vaatii enemmän kestmagneettimateriaalia ja työntötiheys (työntö per massa tai tilavuus) on pienempi kuin urallisissa lineaarimoottoreissa. Kuvassa 6 on yksi ja kaksipuolinen uraton lineaarimoottori.



**Kuva 6.** Uraton (a) yksipuolinen - ja (b) kaksipuolinen lineaarimoottori. [2]

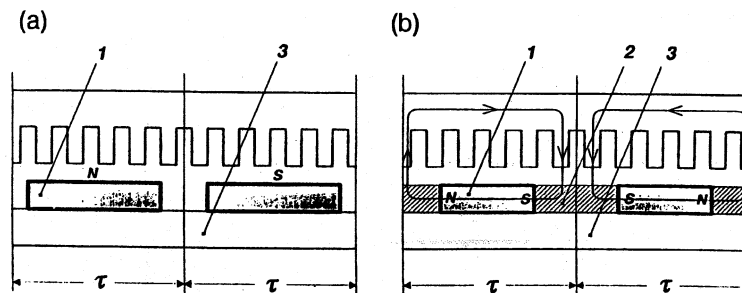
Lineaarimoottoreiden hyötysuhde on varsin heikko pyöriviin moottoreihin verrattuna. Tämän takia moottorin käämyksen sisältävä osa lämpenee helposti, jolloin sopivan toimintalämpötilan ylläpitämiseksi joudutaan usein käyttämään ilmajäähdytystä tai tehokkaampaa vesijäähdytystä.

### 2.2.2 LINEAARISEN SYNKRONIMOOTTORIN MAGNETOINTI

Kestomagneetit ovat yleisin magnetointimuoto lyhyiden liikkeiden sovelluksissa (alle 10m), koska pitemmät magneettiradat olisivat liian kalliita. Sähkömagneetteja käytetään esim. nopeissa liikennevälineissä (magneettijunat), jotka perustuvat magneettilevitaatioon.

Kestomagneeteilla saadaan moottorille elinikäinen magnetointi. Kestomagneettien haittapuolina ovat toiminnan rajoittuminen vakiovualueelle ja kestomagneettimateriaalien korkea hinta. Hinta vaihtelee magneettimateriaalien mukaan – ferriitit ovat halpoja ja harvinaisia, maametalleista valmistetut magneetit ovat kalleimpia. [9] Kestomagneetteja käytettäessä koneen maksimivoima on huomattavasti pienempi kuin mitä napakäämiä käytettäessä voidaan saavuttaa. Siten ne eivät sovellu suurta ylikuormitettavuutta vaativiin käyttöihin. Yleisin magneettimateriaali lineaarimoottoreissa on maametallikestomagneetteihin kuuluva NeFeB (Neodyymi-rauta-boori).

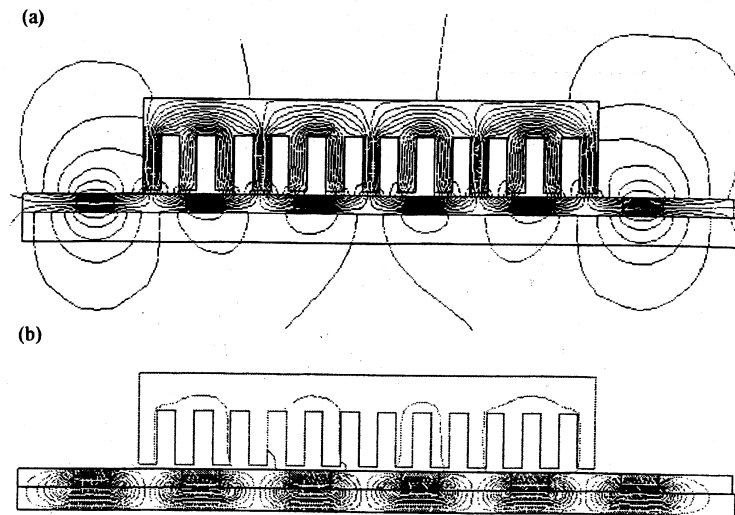
Kuvassa 7 (a) on yksipuoleinen LSM, jossa ankkurikäämitys sijaitsee urissa ja magneetit ovat tyypiltään avonapaisia (pintamagneetti). Kuvassa 7 (b) on muuten samantyyppinen moottori, mutta magneetit ovat umpinapaisia (upotettu magneetti).



**Kuva 7.** (a) Avo- ja (b) umpinapainen lineaarimoottori. 1 = Kestomagneetti, 2 = pehmeäteräksinen napa (mild steel pole), 3 = ies ja  $\tau$  = napajako. [2]

Avonapaisen magneetin tapauksessa staattorin ies on ferromagneettinen ja magnetisointipiiri on normaalisuunnassa (kohtisuorassa liikesuuntaan nähden). Upotetut

kestomagneetit ovat magnetisoitu liikesuunnassa ja ies on antiferromagneettinen (alumiininen). Muuten hajavuo olisi suurempi kuin päävuo, kuten kuvassa 8. Sama ilmiö havaitaan pyörivissä kestopagneettimoottoreissa, joissa kestopagneetit ovat upotettuja ja napa on antiferromagneettinen.



**Kuva 8.** Ieksen vaikutus magneettivuohon. Kuvassa (a) antiferromagneettinen ies ja (b) ferromagneettinen ies. [2]

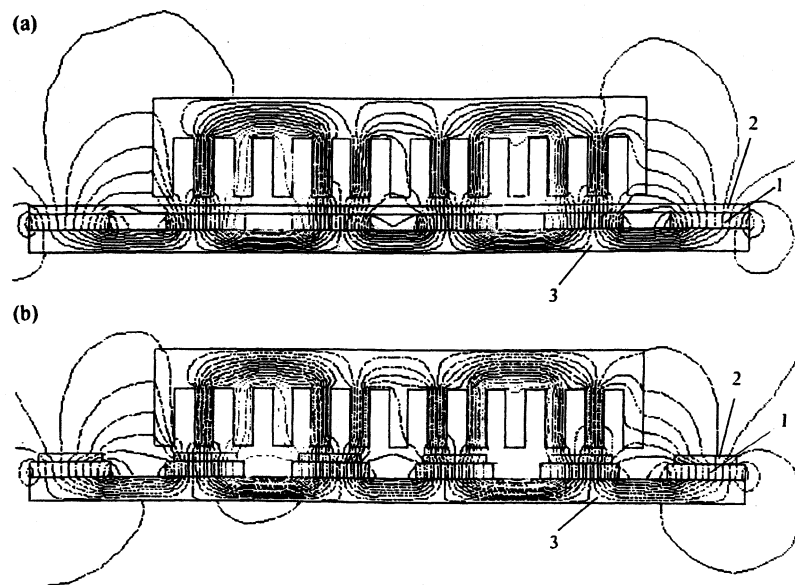
Upotettujen ja ulkonevien magneettien ominaisuuksia on vertailtu lähteessä [10], jossa paremmaksi vaihtoehdoksi todetaan pintamagneetit, koska:

- Niillä saavutetaan suurempi voiman tuotto,
- ne ovat mekaanisesti voimakkaampia ja robustimpia,
- niillä on paremmat jarrutusominaisuudet.

### 2.2.3 LINEAARIMOOTTORIN VAIMENNUS

Kestomagneettisten synkronimoottoreiden kanssa suositellaan käytettävän vaimennusta. Pyörivissä moottoreissa vaimennuskäämitykset sijaitsevat umpinapakoneissa magnetoimiskäämityksen kanssa samoissa urissa ja avonapakoneissa erityisissä

magnetointinapakenkien pinnoille tehdyissä urissa. [8] Koneen nopeuden poiketessa synkroninopeudesta, sähkövirta indusoituu vaimennuskäämitykseen. Ankkurikäämityksen magneettikentän ja vaimennuskäämityksen vuorovaikutus mahdollistavat käynnistämisen epätahdissa, vaimentaa värähtelyjä ja auttaa palautumaan kuormitustilanteissa epätahdista synkroninopeuteen. Vaimennuskäämitys vähentää myös tahtimoottoreissa haitallista vastakkaiseen suuntaan liikkuvaa magneettikenttää. Vaimennuskäämityksen asettaminen kestopagneetteihin on vaikeaa, joten lineaarimoottoreissa vaimennus tapahtuu magneettien päälle asetettavalla alumiinikannella tai rautaisilla napakengillä kuvan 10 mukaisesti. Toisaalta napakengät ja alumiinikansi suojaavat hauraita kestopagneetteja myös mekaanisilta vahingoilta. [11], [2]



**Kuva 10.** LSM (a) alumiinikannella ja (b) napakengillä. 1 = Kestomagneetti, 2 = alumiinikansi tai napakenkä ja 3 = rautainen ies. [2]

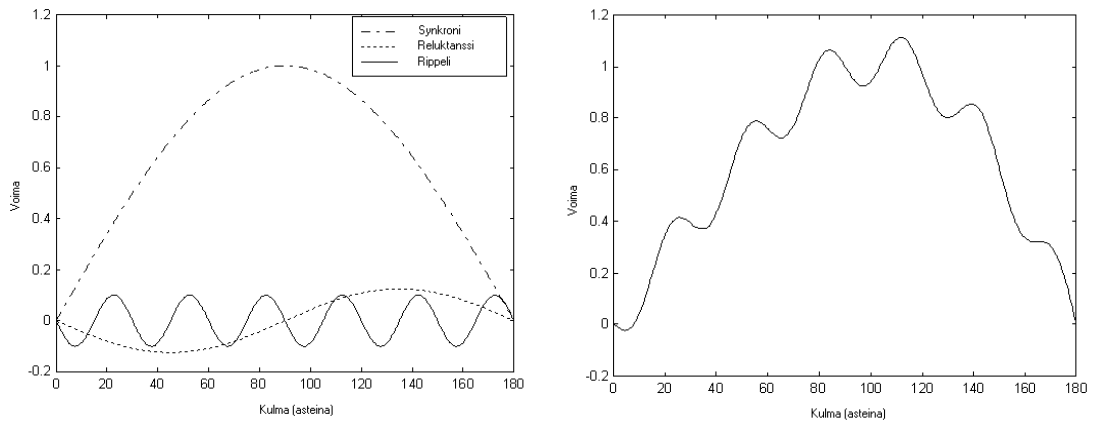
### 2.3 LINEAARIMOOTTORIN VOIMAVÄRE

Lineaarimoottoreiden voimaväre on suurempi kuin pyörivillä moottoreilla. Tämä johtuu äärellisestä magneetoimisosan tai ankkurin pituudesta ja suuresta uran leveydestä. Tämän

on tyypillinen ja epämieluisa ominaisuus lineaarimoottoreissa. Asemointitarkkuutta alentava voimaväre ilmenee lähinnä hitaissa ja alhaisen kiihtyvyyden moottorisovelluksissa. Nopeissa sovelluksissa, kuten ”pick and place” –laitteissa, voimaväre on suhteellisen pientä, jolloin moottorin dynaamisilla (kiihtyvyys ja hidastuvuus) ominaisuuksilla on suurempi vaikutus. [12]

Lineaarisen kestopagneettimoottorin resultanttivoimasta voidaan erottaa synkronivoiman lisäksi kolme muuta voimakomponenttia. Nämä voimakomponentit aiheutuvat seuraavista fysikaalisista ilmiöistä:

- **Hammas- tai pidätysvoima** – Lineaarimoottorin roottori koostuu rautasydämellisistä käämeistä. Näiden rautasydämien ja kestopagneettien vuorovaikutus aiheuttaa liikkeen suuntaisen voiman. Tämä voima riippuu ainoastaan kestopagneettien ja rautasydämien suhteellisesta asemasta ja se on aina olemassa, vaikka käämeissä ei kulkisikaan virtaa. Hammasvoima aiheuttaa jaksollista sinimuotoista urajaon mukaista taajuutta.
- **Päätyilmiö** – Lineaarimoottorin roottorin äärellisestä pituudesta johtuen roottorin päihin indusoituu kaksi vastakkaisen suuntaista voimaa, jolloin näiden voimien synnyttämä resultanttivoiman taajuus noudattaa napajakoa.
- **Reluktanssivoima** – Kun roottorin asema muuttuu, käämityksen itseinduktanssi vaihtelee. Virran mennessä käämityksen läpi, käämitykseen generoituu asemariippuvainen voima liikkeen suuntaan. Reluktanssivoima esiintyy vain jos reaktanssin d- ja q- komponenttien välillä on eroavaisuutta. Reluktanssi on funktio sähköisestä kulmasta kerrottuna kahdella.



**Kuva 11.** Voimakomponentit normalisoituna sähköisen kulman funktiona (vas.) ja resultanttivoima (oik.).

### 2.3.1 PÄÄTYILMIÖ

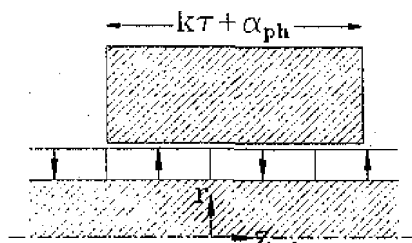
Lineaarimoottorin roottorin äärellisestä pituudesta johtuen roottorin päihin indusoituu kaksi vastakkaisen suuntaista, jaksollisesti muuttuvaa voimaa. Tätä ilmiötä kutsutaan pituussuuntaiseksi päätyilmiöksi (end effect). Niin pitkään kun päätyilmiöstä aiheutuva voima noudattaa napajaon mukaista taajuutta, se voidaan analysoida Fourier –muunnoksella. Kuvan 12 mukaiselle äärellisen pituiselle rakenteelle Fourier -sarjaksi saadaan: [6]

$$F(z) = \sum_{n_1=1}^{\infty} 2(a_{n_1} \cos \frac{n_1 \pi \alpha_{ph}}{\tau} + b_{n_1} \sin \frac{n_1 \pi \alpha_{ph}}{\tau}) \sin \frac{2n_1 \pi}{\tau} (z + \frac{\alpha_{ph}}{2}), \quad (2.2)$$

missä  $a_{n_1}$  = yliaallon amplitudi,

$\tau$  = napajako,

$\alpha_{ph}$  = vaihe-ero.



**Kuva 12.** Kaavassa 2.2 käytettyjen merkkien selitykset ( $k$  = kokonaisluku). [6]

Päätyilmiöitä on tutkittu paljon lineaarisilla induktiomootoreilla, joilla ilmiö on riippuvainen pääasiassa nopeudesta. [13] Lineaarisisissa synkronimootoreissa ilmiötä on tutkittu huomattavasti vähemmän ja ilmiö johtuu synkronimootoreissa ”fringing” ilmiöstä roottorin päissä. [14]

Pituussuuntaisesta päätyilmiöstä aiheutuvaa voimavärettä voidaan pienentää erilaisilla rakenteellisilla menetelmillä: Lyhyen käämityksen tapauksessa lyhentämällä reunimmaisten hampaiden pituutta ja lyhyen magnetoinnin tapauksessa asettamalla ”dummy” –magneetit roottorin reunoille. [14] Näitä menetelmiä käytettäessä on kuitenkin huomioitava kokonaisvoiman aleneminen.

### 2.3.2 HAMMASVOIMA

Toinen lineaarimootorin epätarkkuuteen vaikuttavista tekijöistä on magneetin reunan ja ankkurisydämen hammastuksen vuorovaikutuksesta aiheutuva hammasvoima (cogging force). Roottoriin kohdistuva voimavaikutus pyrkii siirtämään roottorin asemaan, jossa magneettipiirien energia minimoituu. Roottorin liikkeessa tämä ilmenee magneettien pyrkimyksenä takertua staattorin hampaisiin, jolloin hammasvoimaa voidaan kutsua myös pidätysvoimaksi (detent force). Pidätysvoiman suuruus on aseman funktio, jolloin voiman suuruus vaihtelee roottorin hampaan ja magneetin päädyn suhteellisen sijainnin mukaan. Pintamagneettisilla tahtikoneilla resultanttihammasvoima on yleensä vakioamplitudinen ja noudattaa urajakoa.



Tällaisissa tapauksissa hammasvoima voidaan johtaa Fourierin -sarjakehitelmänä, jolloin hammasvoiman yhtälö on muotoa:

$$F(s_r) = \hat{F}_6 \sin(s_r - \gamma_6) + \hat{F}_{12} \sin(s_r - \gamma_{12}) + \hat{F}_{18} \sin(s_r - \gamma_{18}) + \dots, \quad (2.3)$$

missä  $F_x$  = hammasvoimayliaaltojen amplitudi,

$\gamma_x$  = vaihesiirto.

Oikealla suunnittelulla, sopivalla magneettien sijoittelulla ja virransyötöllä pidätysvoimaa, eli vetovoimaa kestopagneettien ja hammastuksen välillä, päätyilmiötä ja muutamia muita korkeamman asteen harmonisia komponentteja (lähinnä tehoelektroniiikan aiheuttamia) voidaan vähentää. Toisaalta valmistuskustannusten vähentämiseksi on hyvä käyttää hieman alhaisempia toleransseja magneettisissa materiaaleissa sekä kestopagneettien sijoittelussa. Yksi mahdollisuus voimaväreen minimoimisessa kustannusvaatimukset huomioon ottaen on rakenteelliset menetelmät:

- Raudallisten sydämien sijasta voidaan käyttää raudattomia sydämiä,
- ilmarako sekä kestopagneettien ja hammastuksen koko ja muoto voidaan optimoida sopivaksi esimerkiksi FEM –ohjelmaa hyväksikäyttäen,
- staattorin magneetit tai roottorin hammastus voidaan kääntää liikesuunnasta pois päin.

Valitettavasti nämä geometriset toimenpiteet lisäävät moottorirakenteen monimutkaisuutta ja vähentävät moottorin maksimivoimaa ja tehoa. Yksi mahdollisuus voimaväreen vähentämiseen on huomioida voimahäviöt takaisinkytkennässä, jolloin syöttövirtaa muutetaan etukäteen laskettujen sääntöjen mukaan. Tällä menetelmällä saavutetaan parempi tarkkuus ilman maksimivoiman ja tehon häviöitä.

### **3 LINEAARIMOOTTORIJÄRJESTELMÄN MALLINTAMISEN TEORIAA**

Lineaarimoottorin dynaaminen mallintaminen on huomattavasti kriittisempää verrattuna pyöriviin moottoreihin. Pyörivät moottorit ovat suljettuja järjestelmiä, jolloin monet fyysiset ominaisuudet voidaan olettaa vakioiksi. Lineaariset synkronimoottorit toimivat huomattavasti epävarmemmassa ympäristössä. Tällöin pitää kiinnittää huomiota erilaisiin epävarmuustekijöihin, joita ovat mm. ilmavälin tasaisuus, päätyilmiö, kuorman muutokset, laakeroinnin lineaarisuus ja jännitesyöttö. [15]

Malli on yleisesti ottaen matemaattinen esitys toiminnasta, jonkin sisääntulosuureen vaikuttaessa järjestelmään. Laitteen toimintaan voi liittyä simulointia vaikeuttavia monimutkaisia epätarkkuustekijöitä, jotka voivat olla vaikeita tai jopa mahdottomia mallintaa. Sen tähden on tarpeellista tutkia miten suuri vaikutus tekijällä on mallin toimintaan. Tämän lisäksi laskentatehon säästämiseksi mallista jätetään kaikkein merkityksettömimmät tekijät pois.

#### ***3.1 MOOTTORIN MALLINTAMINEN***

Useista sähkömoottoreista voidaan erottaa kaksi pääosaa: Voimanmuuntamisosa ja ohjausosa. Voimanmuuntamisosan tarkoituksena on tuottaa joko mekaanista energiaa tai sähköenergiaa moottorin liikuttamiseksi. Ohjausosa puolestaan säätää laitteen toiminnan halutun algoritmin mukaisesti. Moottorin simuloinnin tavoitteena on muuntaa sähkömotorisen voiman tuottava fysikaalinen rakenne ja laitteistoa kuormittava mekaniikka matemaattiseksi kuvaukseksi, eli dynaamiseksi malliksi. Dynamiikka kuvaa tässä tapauksessa moottorin magneettiipiirin ja sähkömekaniikan suhteellista liikettä. Lineaarimoottorin mallintamisessa on käytetty seuraavia menetelmiä ja oletuksia: [16]

- Lineaarimoottori on dynaaminen järjestelmä, jonka käyttäytyminen perustuu sähkömagneettisten kenttien vuorovaikutuksesta syntyneeseen voimaan, jolloin järjestelmän tarkoituksena on kehittää massaa liikuttava voima. Yleisesti ottaen sähkömagneettiset kentät voidaan kuvata magnetomotorisina voimina. Jotta jatkuvaa voimaa pystyttäisiin tuottamaan, magnetomotoriset voimat pitää olla oikeassa suhteessa toisiinsa. Tätä vaatimusta voidaan pitää sähkömoottorin säätöteorian perustana. Magnetomotoristen voimien aseman säätöön on kaksi menetelmää. Voimat voivat olla joko kiinnitettyjä, jolloin ne ovat ajan suhteen staattisia tai ne voivat liikkua avaruudessa.
- Liikevoiman tuottaminen sähkömoottoreissa perustuu minimityön periaatteeseen (Hamiltonin periaate), jolloin kenttävoimien pyrkimyksenä on saavuttaa staattori- tai roottorikäännytykseen sidotun magneettivuon maksimiarvo tai saavuttaa sähkömoottoriin varastoutuneen energian maksimiarvo.
- Lineaarimoottori, vapausasteista riippuen, voidaan esittää muuntimena, jonka sisääntuloina on käännytykseen liittyvät tulot ja roottoriin liittyvät tulot. Moottorin dynamiikka voidaan ilmaista kahdella tehoparametrillä jokaisessa sisääntulossa, jolloin lineaarimoottorin toiminnan määrittää: virta ja käännytyksen nopeus ja liikevoima. Sisääntuloihin määritettyjen yhtälöiden perusteella johdetaan moottoria kuvaavat epälineaariset differentiaaliyhtälöt. Mallin esitysmuoto riippuu käytettävästä simulointiohjelmasta.

### 3.1.1 LINEAARISEN SYNKRONIMOOTTORIN MATEMAATTISET YHTÄLÖT

Vaihtosähkökoneiden mallinnuksessa ongelmana ovat kolmivaiheverkon kolme vaihetta, joiden jännitteiden ja virtojen yhtäaikainen ajattelu on vaikeaa. Asiaa voidaan kuitenkin helpottaa oleellisesti muodostamalla vaihesuureista kompleksilukuina esitettäviä vektoreita, eli avaruusvektoreita.

Lineaarimoottorin simuloinnissa käytettävien matemaattisten mallien luomisessa on hyödynnetty pyörivissä koneissa käytettyä avaruusvektoriteoriaa, joka pätee niin staattisessa kuin dynaamisessa tilassa. Dynaaminen malli muodostetaan pyörivässä roottorikoordinaatistossa, joka liikkuu synkronoidulla kulmanopeudella  $\omega$ . Aikariippuvaiset parametrit on eliminoitu ja kaikki muuttujat on ilmoitettu ortogonaalisessa tai keskenään erillisissä d- ja q- akseleissa. Lineaarimoottoreiden vähäisen tutkimusaineiston ja termistön vakiintumattomuuden takia, olen kaavoissa käyttänyt parhaaksi katsomiani merkintöjä. Esitettävät kaavat perustuvat lähinnä lähteissä [2] ja [17] olevaan teoriaan.

Napajännite  $\underline{u}^s$  koostuu käämin resistanssin  $R$  ohmisen häviön aiheuttavasta resistiivisestä osasta ja vuon  $\underline{\psi}^s$  muutoksesta aiheutuvasta osasta, jolloin napajännitteeksi saadaan:

$$\underline{u}^s = R \underline{i}_a^s + \frac{d\underline{\psi}^s}{dt}, \quad (3.1)$$

missä  $\underline{i}_a$  on ankkurivirtavektori ja yläviite 's' ilmaisee koordinaatiston sitomista staattoriin, jolloin se on ajan suhteen staattinen.

Kestomagneettien luoman magneettivuon voimakkuus riippuu roottorikulmasta  $\theta$ , verrattuna referenssiakseliin. Tämän takia vuo voidaan kirjoittaa muotoon:

$$\underline{\psi}^s = L_a \underline{i}_a^s + \psi_f e^{j\theta_r}, \quad (3.2)$$

missä  $L_a$  on ankkuri-induktanssi ja  $\psi_f$  on magneettivuo. Sijoittamalla kaava 3.2 yhtälöön 3.1 saadaan napajännitteeksi:

$$\underline{u}^s = R \underline{i}_a^s + \frac{d(L_a \underline{i}_a^s)}{dt} + j\omega \psi_f e^{j\theta_r}. \quad (3.3)$$

Nyt jännitteen ja ankkurivirran avaruusvektorit voidaan kirjoittaa roottorikoordinaatistoon:

$$\underline{u}^r = \underline{u}^s e^{-j\theta_r}, \quad (3.4)$$

$$\underline{i}_a^r = \underline{i}_a^s e^{-j\theta_r}. \quad (3.5)$$

Jänniteyhtälö voidaan kirjoittaa nyt seuraavassa muodossa:

$$\underline{u}^r = R \underline{i}_a^r + \frac{d(L_a \underline{i}_a^r)}{dt} + j\omega(L_a \underline{i}_a^r + \psi_f). \quad (3.6)$$

Merkitään nyt  $\underline{u}^r = u_d + ju_q$  ja  $\underline{i}_a^r = i_{ad} + ji_{aq}$ . Tämän jälkeen yhtälö jaetaan reaali- ja imaginaariosiin, jolloin jänniteyhtälöiksi saadaan:

$$u_d = Ri_{ad} + \frac{d(L_{ad}i_{ad})}{dt} - \omega L_{aq}i_{aq} = Ri_{ad} + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega\psi_q, \quad (3.7)$$

$$u_q = Ri_{aq} + \frac{d(L_{aq}i_{aq})}{dt} + \omega(L_{ad}i_{ad} + \psi_f) = Ri_{aq} + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega\psi_d, \quad (3.8)$$

missä  $u_d$  ja  $u_q$  tarkoittaa napajännitteen vaaka- (direct) ja pysty akselin (quadrature) komponentteja. Yhtälöiden ensimmäinen osa kuvaa vaimennuskäämittömän umpinapaisen kestopagneettimoottorin d- ja q -akseleiden komponentteja, joissa R on ankkurikäämityksen resistanssi ja  $i_{ad}$  ja  $i_{aq}$  ovat ankkurivirran komponentit akselleilla. Yhtälöiden viimeinen osa lisää avonapaisen vaimennuskäämillisen moottorin tarvitseman komponentin kaavaan.

Jänniteyhtälöt vaimennuskäämeillä varustetulle koneelle tai jos oletetaan pyörrevirtojen aiheuttavan vaimennusilmiötä ovat:

$$0 = R_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt}, \quad (3.9)$$

$$0 = R_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt}, \quad (3.10)$$

missä  $R_D$  ja  $R_Q$  ovat vaimennuskäämityksen resistanssin d- ja q -akselien komponentit.

Yhtälöissä 3.7-10 olevat käämivuot ovat:

$$\psi_d = (L_{md} + L_{a\sigma})i_{ad} + L_{md}i_D + \psi_f = L_{ad}i_{ad} + L_{md}i_D + \psi_f, \quad (3.11)$$

$$\psi_q = (L_{mq} + L_{a\sigma})i_{aq} + L_{mq}i_Q = L_{aq}i_{aq} + L_{mq}i_Q, \quad (3.12)$$

$$\psi_D = L_{md}i_{ad} + (L_{md} + L_{D\sigma})i_D + \psi_f = L_{md}i_{ad} + L_D i_D + \psi_f, \quad (3.13)$$

$$\psi_Q = L_{mq}i_{aq} + (L_{mq} + L_{Q\sigma})i_Q = L_{mq}i_{aq} + L_Q i_Q, \quad (3.14)$$

missä  $\psi_d$  ja  $\psi_q$  ovat käämivuon d- ja q- akselien komponentit ja  $\psi_D$  ja  $\psi_Q$  vaimennuskäämityksen vuokomponentit. Magneettivuo on  $\psi_f = L_{md}i_f$ , missä  $L_{md}$  on suurin keskinäisinduktanssin arvo ankkuri- ja magneetointikäämityksen välillä. Kestomagnetoidun moottorin tapauksessa kuvitteellinen virta on  $i_f = H_c h_M$ , missä  $H_c$  on magneettikentän voimakkuus ja  $h_M$  on magneetin korkeus. Kaavoissa  $L_{md}$  ja  $L_{mq}$  ovat magneetoimisinduktanssit d- ja q- akselilla ja  $i_D$  ja  $i_Q$  ovat vaimennusvirrat ko. akselilla.

Ankkurikäämityksen ja vaimennuskäämityksen kokonaisinduktanssit ovat:

$$L_{ad} = L_{md} + L_{a\sigma}, \quad (3.15)$$

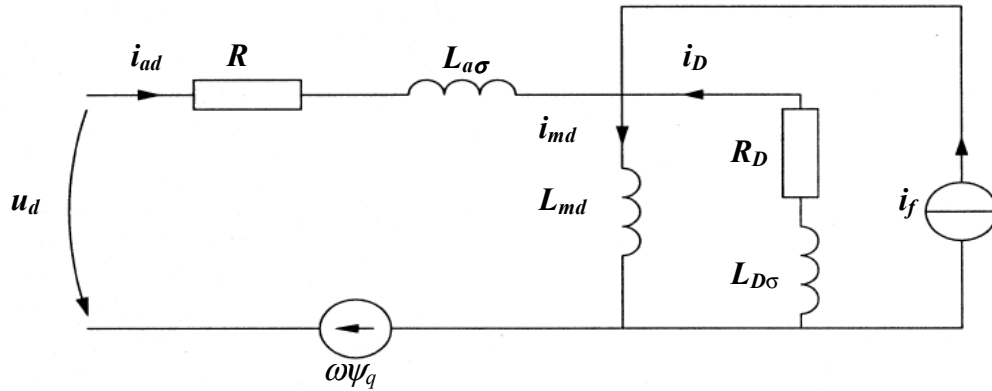
$$L_{aq} = L_{mq} + L_{a\sigma}, \quad (3.16)$$

$$L_D = L_{md} + L_{D\sigma}, \quad (3.17)$$

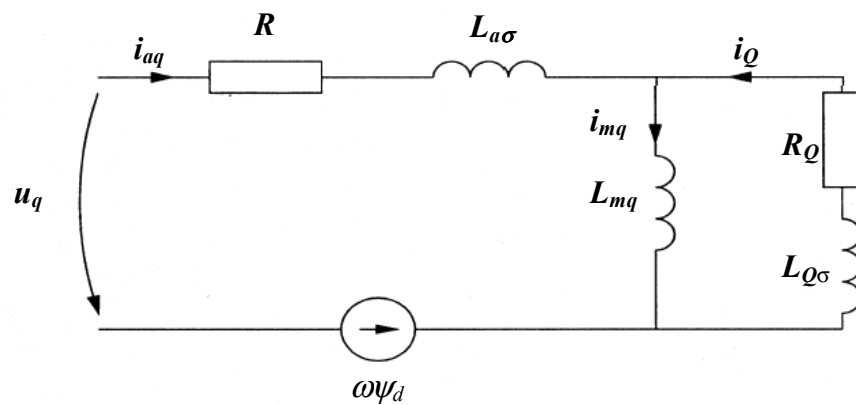
$$L_Q = L_{mq} + L_{Q\sigma}, \quad (3.18)$$

missä  $L_{a\sigma}$  on ankkurikäämityksen hajainduktanssi yhtä vaihetta kohti ja  $L_{D\sigma}$  ja  $L_{Q\sigma}$  ovat vaimennuskäämin hajainduktanssin d- ja q -akseleilla. Kolmivaiheisessa moottorissa  $L_{md} = \frac{3}{2}L'_{md}$  ja  $L_{mq} = \frac{3}{2}L'_{mq}$ , missä  $L'_{md}$  ja  $L'_{mq}$  ovat magnetoimisinduktanssit yksivaiheisessa moottorissa.

Nyt kun kaikki yhtälöt on johdettu, voidaan kaavojen perusteella tehdä synkronimoottorin piiriesitys (kuva 13). Toinen esitysmuoto on virtauskaavio, jota käytetään usein esittämään syy (input) ja seuraus (output) suhdetta.



(a) d-akseli



(b) q-akseli

**Kuva 13.** LSM:n sijaiskytkentä.

### VAIMENNUSKÄÄMITÖN KONE

Vaimennuskäämittömän moottorin ollessa kyseessä voidaan vaimennusvirrat kaavoista 3.13 ja 3.14 merkitä nolllaksi, jolloin käänmivuot d- ja q- akselilla ovat:

$$\psi_d = L_{ad}i_{ad} + \psi_f, \quad (3.19)$$

$$\psi_q = L_{aq}i_{aq}. \quad (3.20)$$

Näistä yhtälöistä voidaan ratkaista suoraan virran pitkittäis- ja poikittaiskomponentit:



$$i_{ad} = \frac{1}{L_{ad}}(\psi_d - \psi_f), \quad (3.21)$$

$$i_{aq} = \frac{\psi_q}{L_{aq}}. \quad (3.22)$$

Sijoittamalla virrat magneettivoiden derivaattojen yhtälöihin 3.11 ja 3.12, saadaan mallintamisessa tarvittavat differentiaaliyhtälöt:

$$\frac{d\psi_d}{dt} = u_d - \frac{R}{L_{ad}}(\psi_d - \psi_f) + \omega\psi_q \quad (3.23)$$

$$\frac{d\psi_q}{dt} = u_q - \frac{R}{L_{aq}}\psi_q - \omega\psi_d \quad (3.24)$$

Yleensä vuon yhtälöt on hyödyllistä ilmoittaa matriisimuodossa:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ad} & 0 \\ 0 & L_{aq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ad} \\ i_{aq} \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

## VAIMENNUSKÄÄMILLÄ VARUSTETTU KONE

Magneettivoiden derivaatat voidaan ratkaista yhtälöistä 3.7-10:

$$\frac{d\psi_d}{dt} = u_d - Ri_{ad} + \omega\psi_q, \quad (3.26)$$

$$\frac{d\psi_q}{dt} = u_q - Ri_{aq} - \omega\psi_d, \quad (3.27)$$

$$\frac{d\psi_D}{dt} = -R_D i_D, \quad (3.28)$$

$$\frac{d\psi_Q}{dt} = -R_Q i_Q. \quad (3.29)$$

Yhtälöt voidaan kirjoittaa matriisimuodossa:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ad} & 0 & L_{md} & 0 \\ 0 & L_{aq} & 0 & L_{mq} \\ L_{md} & 0 & L_D & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & L_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ad} \\ i_{aq} \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Tästä voidaan ratkaista virtamatriisi:

$$\begin{bmatrix} i_{ad} \\ i_{aq} \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ad} & 0 & L_{md} & 0 \\ 0 & L_{aq} & 0 & L_{mq} \\ L_{md} & 0 & L_D & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & L_Q \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} - \psi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}. \quad (3.31)$$

Induktanssimatriisin käänteismatriisi voidaan ratkaista esimerkiksi determinanttimenetelmällä. Merkitään:

$$L^{-1} = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} B & 0 & C & 0 \\ 0 & D & 0 & F \\ C & 0 & F & 0 \\ 0 & E & 0 & G \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

missä A...G ovat:

$$A = L_{ad} L_D (L_{aq} L_Q - L_{mq}^2) - L_{md}^2 (L_{aq} L_Q - L_{mq}^2), \quad (3.33)$$

$$B = L_D (L_{aq} L_Q - L_{mq}^2), \quad (3.34)$$

$$C = L_{md}(L_{mq}^2 - L_{aq}L_Q), \quad (3.35)$$

$$D = L_Q(L_{ad}L_D - L_{md}^2), \quad (3.36)$$

$$E = L_{mq}(L_{md}^2 - L_{ad}L_D), \quad (3.37)$$

$$F = L_{ad}(L_{aq}L_Q - L_{mq}^2), \quad (3.38)$$

$$G = L_{aq}(L_{ad}L_D - L_{md}^2). \quad (3.39)$$

Auki kirjoitettuna virrat ovat:

$$i_{ad} = \frac{1}{A} [B(\psi_d - \psi_f) + C(\psi_D - \psi_f)], \quad (3.40)$$

$$i_{aq} = \frac{1}{A} (D\psi_q + E\psi_Q), \quad (3.41)$$

$$i_D = \frac{1}{A} [C(\psi_d - \psi_f) + F(\psi_D - \psi_f)], \quad (3.42)$$

$$i_Q = \frac{1}{A} (E\psi_d + G\psi_Q). \quad (3.43)$$

Sijoitetaan yhtälöt 3.40-43 käänivoiden derivaattojen yhtälöihin 3.26-29:

$$\frac{d\psi_d}{dt} = u_d - \frac{R}{A} [B(\psi_d - \psi_f) + C(\psi_D - \psi_f)] - \omega\psi_q, \quad (3.44)$$

$$\frac{d\psi_q}{dt} = u_q - \frac{R}{A} (D\psi_q + E\psi_Q) + \omega\psi_d, \quad (3.45)$$

$$\frac{d\psi_D}{dt} = -\frac{R_D}{A} [C(\psi_d - \psi_f) + F(\psi_D - \psi_f)], \quad (3.46)$$

$$\frac{d\psi_Q}{dt} = -\frac{R_Q}{A} (E\psi_q + G\psi_Q). \quad (3.47)$$

Kaavojen 3.44-47 avulla voidaan johtaa kestopagnetoidun tahtikoneen simulointimalli.

## VOIMAYHTÄLÖ

Hetkellinen tehon syöttö käämitykselle on:

$$p_{in} = u_A i_{aA} + u_B i_{aB} + u_C i_{aC} = u_d i_{ad} + u_q i_{aq}. \quad (3.48)$$

Tasapainoyhtälö teholle saadaan käyttämällä kaavoja 3.7 ja 3.8:

$$u_d i_{ad} + u_q i_{aq} = R i_{ad}^2 + \frac{d\psi_d}{dt} i_{ad} + R i_{aq}^2 + \frac{d\psi_q}{dt} i_{aq} + \omega(\psi_d i_{aq} - \psi_q i_{ad}). \quad (3.49)$$

Viimeinen termi kaavassa 3.49 laskee sähkömagneettisen tehon synkronimoottorille. Tästä saadaan moottorin tehoyhtälöksi:

$$p_{elm} = \omega(\psi_d i_{aq} - \psi_q i_{ad}). \quad (3.50)$$

Sähkömagneettinen työntövoima lineaarisynkronimoottorille saadaan kaavasta: [18]

$$F_{dx} = \frac{p_{elm}}{v_s} = \frac{\pi}{\tau} (\psi_d i_{aq} - \psi_q i_{ad}), \quad (3.51)$$

missä  $\tau$  on napajako. Koska yhtälöt kuvaavat ideaalisen moottorin toimintaa, summataan lopullisen voimayhtälöön lineaarimoottorin epäideaalisuudet, jolloin voimayhtälö saa muodon:

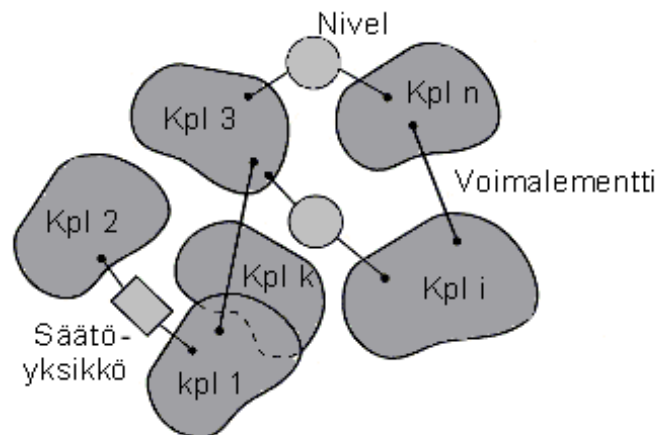
$$F_{tot} = F_{dx} + F_{f1} + F_{f2} + \dots, \quad (3.52)$$

missä  $F_{fi}$  = voimaväriekomponentti.

### 3.2 MEKANIIKAN DYNAMIIKAN MALLINTAMINEN

Simulaattori voi olla laitteisto tai ohjelma, joka käyttäytyy lähes fyysisen mallin mukaisesti. Simulointi eroaa mallintamisesta siinä, että simuloinnissa ei välttämättä tarvita toiminnan kuvaamiseen matemaattisia yhtälöitä lainkaan. Tässä työssä simulointiohjelmaa on käytetty lineaarimoottorin mekaniikan kuvaamiseksi.

Monet mekaaniset järjestelmät kuten kulkuneuvot, robotit ja muut mekanismit sisältävät toisiinsa liitettyjä kappaleita, joissa esiintyy suuria translaatio- ja rotaatiosiirtymiä. Yleisesti ottaen monijäseninen järjestelmä on määritelty alijärjestelmien (partikkelien) joukoksi ja partikkelien liike on kinemaattisesti rajoitettu erilaisten nivelien takia.



**Kuva 14.** Monijäseninen järjestelmä. [19]

Tässä työssä moottorin mekaniikka mallinnetaan jäykillä kappaleille. Termillä ”jäykkä kappale” tarkoitetaan kappaleen deformaatioiden olevan niin pieniä, etteivät ne vaikuta järjestelmän liikkeeseen. Sen takia kahden jäykästä kappaleesta satunnaisesti valitun partikkelin välimatka on vakio kaikissa tapauksissa.

Perinteisesti kappaleen rotaatiot esitetään vektorimuodossa. Vektorimuotoinen esitys on kuitenkin kömpelöä ja laskennan kannalta kohtuullisen raskasta. Sen tähden monijäsenisten kappaleiden dynamiikan mallintamiseen tarkoitettujen ohjelmistot

käyttävät laskennassa yleensä Lagrangen -menetelmää. Lagrangen menetelmän johtamiseen käytetään yleistettyjä koordinaatteja, virtuaalisen työn periaatetta, yleistettyjä voimia ja D'Alembertin periaatetta. Tällöin Lagrangen yhtälö saa muodon: [20]

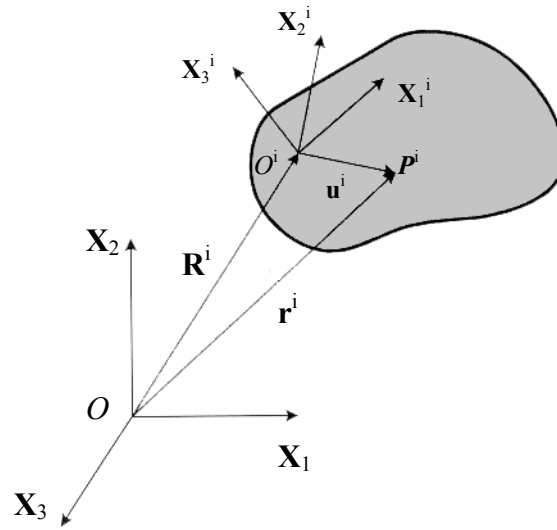
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^i}{\partial \dot{q}_r^i} \right) - \frac{\partial T^i}{\partial q_r^i} = Q_j^{ir}, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.53)$$

missä  $q_r^i$  on yleistettyjen koordinaattien joukko,  $T^i$  on monijäsenen järjestelmän kineettinen energia ja  $Q_j^{ir}$  on yleistettyjen koordinaattien vektori.

### 3.2.1 KAPPALEEN ASEMAN KUVAUS

Kappaleeseen kuuluvat partikkelit on yleensä helpoin kuvata käyttäen lokaalista koordinaatistoa. Tämä koordinaatisto liikkuu kappaleen mukana, jolloin partikkeleiden kuvaus pysyy muuttumattomana kappaleen liikkeen aikana. Kappaleen dynamiikkaa laskettaessa tarkastellaan kappaleeseen kuuluvia partikkeleita globaalissa koordinaatistossa. Globaalinen koordinaatisto on liikkumaton, jolloin partikkelin kuvaus globaalissa koordinaatistossa muuttuu kappaleen liikkuaessa. [21]

Monijäsenen kappaleen rakenne määritellään muuttujien joukkona, joita kutsutaan yleistetyiksi koordinaateiksi. Yleistetyillä koordinaateilla pystytään määrittämään kappaleen partikkelien täydellinen sijainti ja järjestys. Kappaleen aseman kuvaukseen avaruudessa käytetään kuutta itsenäistä koordinaattia, joista kolme kuvaa kappaleen origon asemaa ja kolme rotaatiokoordinaattia kuvaa kappaleen orientaatiota suhteessa globaaliin koordinaatistoon. Näiden koordinaattien avulla voidaan mikä tahansa mielivaltainen kappaleen piste kuvata globaalissa koordinaatistossa.



**Kuva 15.** Jäykän kappaleen kuvaus globaalissa koordinaatistossa. [19]

Esimerkiksi kuvan 15 kappaleen  $i$  mielivaltaisen globaalien pisteen  $P$  asema on:

$$\mathbf{r}^i_p = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \mathbf{u}^i, \quad (3.54)$$

missä  $\mathbf{R}^i$  on kappaleen origon asema lokaalissa  $X_1^i X_2^i X_3^i$  -koordinaatistossa,  $\mathbf{A}^i$  on muunnosmatriisi kappaleen lokaalista koordinaatistosta globaaliin  $X_1 X_2 X_3$  -koordinaatistoon ja  $\mathbf{u}^i$  on pisteen  $P$  asema kappaleen lokaalissa koordinaatistossa. Määrittelemällä asemavektori  $\mathbf{R}^i$  ja muunnosmatriisi  $\mathbf{A}^i$ , voimme määrittää pisteen  $P$  asema kappaleessa  $i$ . Muunnosmatriisi  $\mathbf{A}^i$  on funktio rotaatiokoordinaateista  $\boldsymbol{\theta}^i$ , missä  $\boldsymbol{\theta}^i$ :llä on yksi tasoanalyysi ja kolme tai neljä avaruusanalyysiä riippuen siitä käytetäänkö Eulerin kulmia, Rodriguezin parametrejä vai Eulerin parametrejä. Eulerin kulmien ja Rodriguezin parametrien tapauksessa  $\boldsymbol{\theta}^i$  sisältää kolme muuttujaa ja Eulerin parametrien tapauksessa joukko  $\boldsymbol{\theta}^i$  sisältää neljä riippumatonta muuttujaa. Tämän takia, jos käytetään kolmea muuttujaa avaruusanalyysissä, vektori  $\mathbf{q}_r^i$  on kuusiulotteinen ja neljän muuttujan tapauksessa seitsemänulotteinen. [19]

Eulerin parametreja käyttämällä saadaan kiertomatriisi, joka on numeerisesti stabiili, koska matriisi ei tule singulaariseksi millään kulmakombinaatiolla. [21] Eulerin parametrit ovat:

$$\left. \begin{aligned}
 \theta_0 &= \cos \frac{\theta}{2} \\
 \theta_1 &= v_1 \sin \frac{\theta}{2} \\
 \theta_2 &= v_2 \sin \frac{\theta}{2} \\
 \theta_3 &= v_3 \sin \frac{\theta}{2}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.55)$$

missä  $v_1$ ,  $v_2$  ja  $v_3$  ovat kappaleen rotaatioakselin suuntaisen yksikkövektorin  $\mathbf{v}$  komponentteja.

Eulerin parametrien tapauksessa muunnosmatriisiksi saadaan:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2[(\theta_0)^2 + (\theta_1)^2] - 1 & 2(\theta_1\theta_2 - \theta_0\theta_3) & 2(\theta_1\theta_3 + \theta_0\theta_2) \\ 2(\theta_1\theta_2 + \theta_0\theta_3) & 2[(\theta_0)^2 + (\theta_2)^2] - 1 & 2(\theta_2\theta_3 + \theta_0\theta_1) \\ 2(\theta_1\theta_3 + \theta_0\theta_2) & 2(\theta_2\theta_3 + \theta_0\theta_1) & 2[(\theta_0)^2 + (\theta_3)^2] - 1 \end{bmatrix}. \quad (3.56)$$

Mikäli kappale oletetaan jäykäksi tarvitaan partikkelin aseman määrittämisessä sekä asema- että orientaatiomuuttujia. Jäykän kappaleen  $i$  tapauksessa, yleistetyt koordinaatit ovat:

$$\mathbf{q}_r^i = [\mathbf{R}^{iT} \quad \boldsymbol{\theta}^{iT}]^T, \quad (3.57)$$

missä  $\boldsymbol{\theta}$  on rotaatiokoordinaattien joukko. Avaruustapauksessa vektori  $\mathbf{q}_r^i$  on:

$$\mathbf{q}_r^i = [R_1^i \quad R_2^i \quad R_3^i \quad \boldsymbol{\theta}^{iT}]^T, \quad (3.58)$$

missä  $R_1^i$ ,  $R_2^i$ ,  $R_3^i$  ovat kappaleen origon globaalit koordinaatit ja  $\boldsymbol{\theta}$  on rotaatiokoordinaattien joukko, jota voidaan käyttää kiertomatriisin muodostamiseen.



### 3.2.2 JÄYKÄN KAPPALEEN KINEMATIikka

Jäykän monijäsenen kappaleen liike avaruudessa voidaan kuvata täydellisesti käyttämällä kolmea karteesi- ja kolmea rotaatiokoordinaattia ja niiden derivaattoja. Liikkuvan kappaleen tapauksessa vektorit  $\mathbf{r}^i$  ja  $\mathbf{R}^i$  ovat aikariippuvaisia komponentteja. Derivoimalla kaava 3.54 ajan suhteen ja muistamalla, että lokaalin koordinaatiston asemavektorikomponentti on vakio ajan suhteen, saadaan:

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \mathbf{R}^i + \dot{A}^i \mathbf{u}^i, \quad (3.59)$$

missä  $\mathbf{r}^i$  on pisteen  $P^i$  absoluuttinen nopeusvektori ja  $\mathbf{R}^i$  on lokaalin koordinaatiston origon absoluuttinen nopeusvektori ja

$$\dot{A}^i \mathbf{u}^i = A^i (\boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{u}^i), \quad (3.60)$$

missä  $\boldsymbol{\omega}^i$  on kulmanopeusvektori  $[\boldsymbol{\omega}^i_1 \ \boldsymbol{\omega}^i_2 \ \boldsymbol{\omega}^i_3]$  kuvattuna lokaalissa koordinaatistossa. Yhtälö 3.59 voidaan kirjoittaa nyt:

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \mathbf{R}^i + A^i (\boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{u}^i). \quad (3.61)$$

Derivoimalla yhtälö 3.61 ajan suhteen, saadaan jäykän kappaleen kiihtyvyys:

$$\ddot{\mathbf{r}}^i = \mathbf{R}^i + A^i [\boldsymbol{\omega}^i \times (\boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{u}^i)] + A^i (\boldsymbol{\alpha}^i \times \mathbf{u}^i), \quad (3.62)$$

missä  $\dot{\mathbf{u}}^i = 0$  ja  $\dot{\mathbf{R}}^i = 0$ . Termi  $\mathbf{R}^i$  on lokaalin koordinaatiston absoluuttinen kiihtyvyys ja  $\boldsymbol{\alpha}^i$  on kulmakihtyvyysvektori  $[\boldsymbol{\alpha}^i_1 \ \boldsymbol{\alpha}^i_2 \ \boldsymbol{\alpha}^i_3]$  kuvattuna lokaalissa koordinaatistossa. Toinen ja kolmas termi ovat kiihtyvyysvektorin normaali- ja tangentialikomponentit. [22]

### 3.2.3 JÄYKÄN KAPPALEEN DYNAMIIKKA

Kappaleen  $i$  kineettinen energia voidaan integroida kappaleeseen kuuluvista massa partikkeleista. Kineettiseksi energiaksi saadaan:

$$T^i = \frac{1}{2} \int_{V_b^i} \rho_b^i \mathbf{r}^{iT} \mathbf{r}^i dV_b^i, \quad (3.63)$$

missä  $\rho_b^i$  on kappaleen massatiheys ja  $V_b^i$  kappaleen tilavuus. Yhtälö 3.63 voidaan ilmoittaa myös matriisimuodossa:

$$T^i = \frac{1}{2} \mathbf{q}_r^{iT} \mathbf{M}^i \mathbf{q}_r^i, \quad (3.64)$$

missä  $\mathbf{M}^i$  on kappaleen  $i$  massamatriisi, joka laskee jäykän kappaleen inertian ja  $\mathbf{q}_r^i$  on yleistettyjen koordinaattien vektori. Kappaleeseen vaikuttavien ulkoisten voimien virtuaalinen työ on:

$$\delta W^i = \mathbf{Q}_j^{iT} \delta \mathbf{q}_r^i = \mathbf{Q}_e^{iT} \delta \mathbf{q}_r^i, \quad (3.65)$$

missä  $\mathbf{Q}_e^i$  on jäykkään kappaleeseen vaikuttavien ulkoisten voimien vektori, eli yleistetty voimavektori. [20]

Systemin nivelet synnyttävät vuorovaikutusta eri koordinaattien välille. Siten liike tietystä jäsenestä aiheuttaa liikettä myös siihen liittyvissä jäsenissä. Kappaleiden väliset vuorovaikutukset kuvataan rajoiteyhtälöiden avulla. Monijäsenen kappaleen kinemaattiset rajoiteyhtälöt eri komponenttien välillä voidaan kirjoittaa vektorimuodossa:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, t) = 0, \quad (3.66)$$

missä  $C$  on lineaarisesti itsenäisten rajoitteiden yhtälö,  $t$  on aika ja  $\mathbf{q}$  on monijäsenen kappaleen yleistetyn koordinaatin vektori:

$$\mathbf{q} = \left[ \mathbf{q}_r^{1T} \quad \mathbf{q}_r^{2T} \quad \dots \quad \mathbf{q}_r^{n_b T} \right]^T, \quad (3.67)$$

missä  $n_b$  on monijäsenen kappaleen jäsenien lukumäärä.

Sijoittamalla kineettinen energia, virtuaalisen työn periaate ja rajoiteyhtälöt Lagrangen yhtälöön 3.53, saadaan monijäsenen järjestelmän jäykän kappaleen  $i$  liikkeen yhtälö:

$$\mathbf{M}^i \mathbf{q}_r^i + \mathbf{C}_{q_r^i}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}_e^i + \mathbf{Q}_v^i, \quad (3.68)$$

missä  $\mathbf{M}^i$  on massamatriisi,  $\mathbf{C}_q$  on rajoitteen Jacobin matriisi,  $\boldsymbol{\lambda}$  on vektori Lagrangen kertoimista,  $\mathbf{Q}_e^i$  on ulkoisten voimien vektori ja  $\mathbf{Q}_v^i$  on neliöllinen nopeusvektori, ja se voidaan kirjoittaa muodossa [19]:

$$\mathbf{Q}_v^i = -\mathbf{M}^i \mathbf{q}_r^i + \left[ \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \mathbf{q}_r^{iT} \mathbf{M}^i \mathbf{q}_r^i \right)}{\partial \mathbf{q}_r^i} \right]^T. \quad (3.69)$$

Nyt yhtälö 3.68 voidaan kirjoittaa matriisimuodossa:

$$\mathbf{M}\mathbf{q} + \mathbf{C}_q^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}_e + \mathbf{Q}_v, \quad (3.70)$$

missä  $\mathbf{q}$  on kaavan 3.67 mukainen yleistettyjen koordinaattien vektori. Yleisessä tapauksessa kappaleen massamatriisi  $\mathbf{M}^i$  sisältää diagonaalien ulkopuolella olevia nollasta eroavia tekijöitä. Nämä tekijät määrittelevät kappaleen translaation ja rotaation välisen yhteyden ja ne ovat ajan funktioita. Jos kappaleen vertailupiste asetetaan kappaleen massakeskipisteeseen, massamatriisin ei-diagonaaliset tekijät tulevat

nollaksi, jolloin liikkeen yhtälöstä saadaan yksinkertaistettu esitys. [20] Massamatriisi on muotoa:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^1 & & & \\ & \mathbf{M}^2 & & \\ 0 & & \ddots & \\ & & & \mathbf{M}^{n_b} \end{bmatrix}. \quad (3.71)$$

Yhtälön 3.70 muut tekijät ovat:

$$\mathbf{C}_q^T = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{q_r^1}^T \\ \mathbf{C}_{q_r^2}^T \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{q_r^{n_b}}^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_e^1 \\ \mathbf{Q}_e^2 \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_e^{n_b} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_v^1 \\ \mathbf{Q}_v^2 \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_v^{n_b} \end{bmatrix}. \quad (3.72,73,74)$$

Yhtälön 3.70 differentiaaliyhtälö ja kinemaattisten rajoitteiden vektori yhtälöstä 3.66 esittää kinemaattisesti rajoitettua monijäsenistä systeemiä. Nämä dynaamiset yhtälöt ovat yleensä epälineaarisia ja ne ovat vaikeita johtaa.

Yhtälöiden ratkaisuvaiheet noudattavat seuraavaa järjestystä: Ensiksi derivoidaan yhtälö 3.66 kahdesti ajan suhteen jolloin saamme:

$$\mathbf{C}_q \dot{\mathbf{q}} = -\mathbf{C}_t, \quad (3.75)$$

$$\mathbf{C}_q \ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{C}_{tt} - (\mathbf{C}_q \dot{\mathbf{q}})_q \dot{\mathbf{q}} - 2\mathbf{C}_{qt} \dot{\mathbf{q}}, \quad (3.76)$$

missä  $\mathbf{C}_t$  on rajoiteyhtälön osittaisderivaatta ajan suhteen. Merkitään:

$$\mathbf{Q}_c = -\mathbf{C}_{tt} - (\mathbf{C}_q \dot{\mathbf{q}})_q \dot{\mathbf{q}} - 2\mathbf{C}_{qt} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{C}_q \ddot{\mathbf{q}}. \quad (3.77)$$

Yhtälöt 3.70 ja 3.76 voidaan yhdistää matriisiesitykseksi:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{C}_q^T \\ \mathbf{C}_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_e + \mathbf{Q}_v \\ \mathbf{Q}_c \end{bmatrix}. \quad (3.78)$$

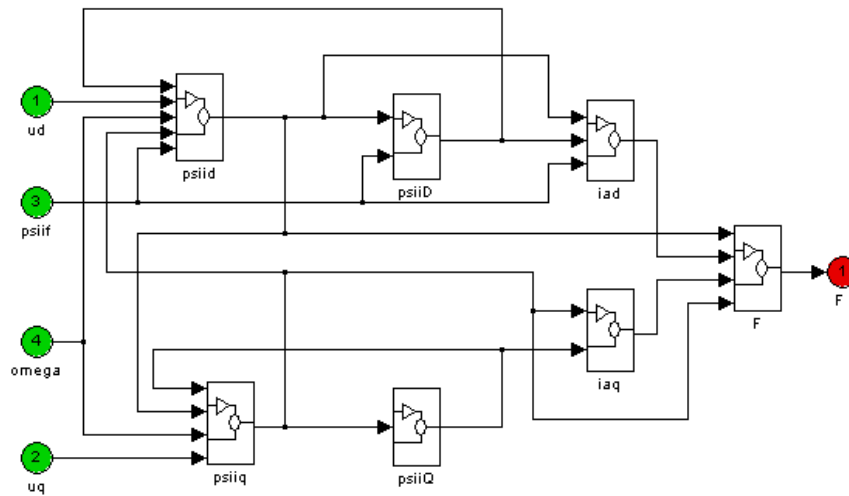
Yhtälöstä voidaan ratkaista kiihtyvyyksvektori  $\dot{\mathbf{q}}$  ja Lagrangen kertoimien vektori  $\boldsymbol{\lambda}$ . Asettamalla yhtälön alkuarvot, kiihtyvyyksvektori voidaan integroida nopeus- ja asemavektoreiden saavuttamiseksi.[19]

## 4 MOOTTORIMALLI JA VERIFIOINTILAITTEISTO

### 4.1 MOOTTORIMALLI

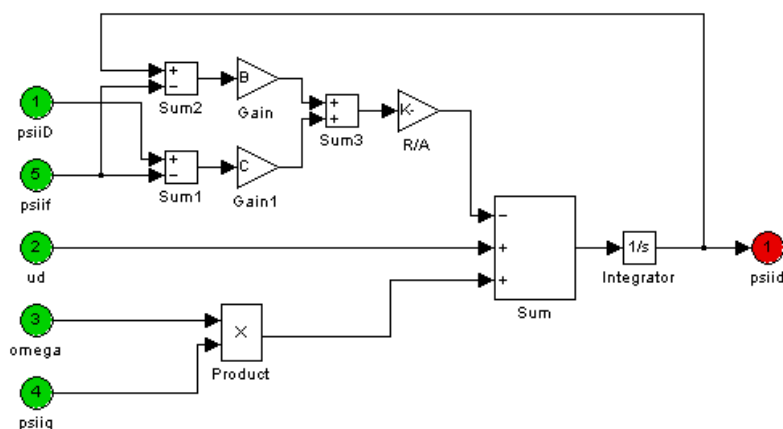
Lineaarimoottorin sähköisten ominaisuuksien mallintamisessa käytettiin MatLabin<sup>®</sup> ohjelmistolaajennusta nimeltä Simulink<sup>®</sup>. Simulink<sup>®</sup> on tarkoitettu dynaamisten järjestelmien mallintamiseen, simuloimiseen ja analysointiin. Simulinkin<sup>®</sup> käyttöliittymä on graafinen ja mallit koostuvat lohkoista, jotka ovat vuorovaikutuksessa keskenään. Mallin ollessa lohkoakaaviomuodossa, mallin kokonaisrakenne ja toimintaperiaate on useissa tapauksissa helpompi hahmottaa.

Lineaarimoottorimalli perustuu aiemmin esitettyihin lineaarisiin differentiaaliyhtälöihin, jotka perustuvat avaruusvektoriteoriaan (kohta 3.1.1). Vaikka vertailulaitteistossa ei ole fyysistä vaimennuskäämitystä, jouduttiin vaimennus lisäämään vaimennuskäämityksettömän mallin osoittautuessa liian epästabiiliksi.



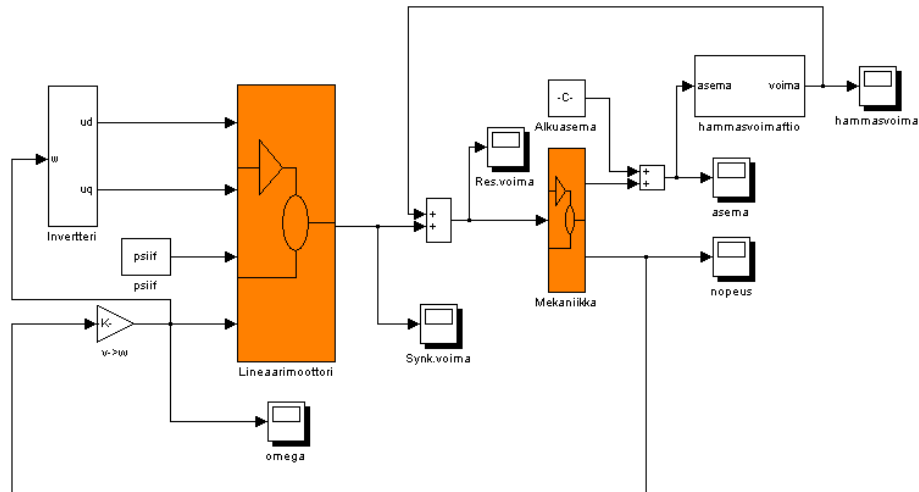
**Kuva 16.** Lineaarimoottorilohko.

Kuvan 16 lohko sisääntuloina ovat napajännitteet  $u_d$  ja  $u_q$ , magneettivuo  $\psi_f$  ja sähköinen kulmanopeus  $\omega$ . Moottorin tuottama voima saadaan ratkaistua kaavan 3.51 mukaisesti staattorivoiden ( $\psi_{sd}$  ja  $\psi_{sq}$ ) ja ankkurivirtojen ( $i_{ad}$  ja  $i_{aq}$ ) avulla. Lineaarimoottorilohkon muut tekijät on tehty kaavojen 3.44-47 mukaisesti. Kuvassa 17 on lohko  $\psi_{siD}$  aukaistuna.



**Kuva 17.** Lohko  $\psi_{siD}$  tehtynä kaavan 3.44 mukaisesti.

Kuvan 16 lineaarimoottorilohko liitetään kokonaismalliin, joka koostuu moottorin ohjausosasta, mekaniikkamallista ja moottoriin lisättävistä epäideaalisuuksista.



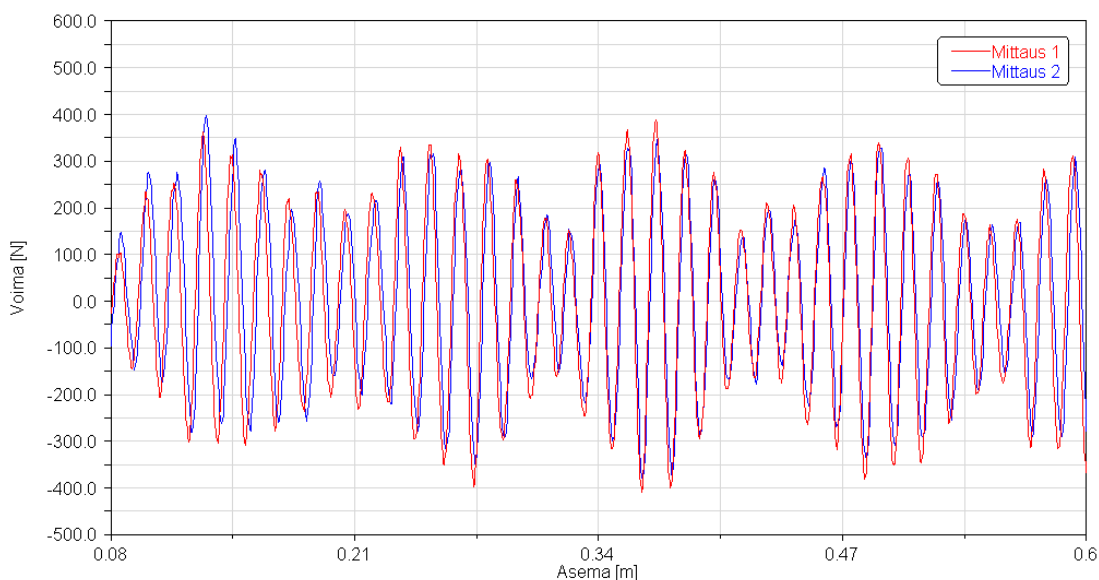
**Kuva 18.** Lineaarimoottorin kokonaismalli.

Kuvan ”mekaniikka” -lohkossa on kokonaismalliin linkitetty moottorin mekaniikkamalli, joka on toteutettu Adamsilla. Tällaista simulointia, jossa kaksi ohjelmaa vaihtavat muuttujien arvoja keskenään, kutsutaan hajautetuksi simuloinniksi.

#### 4.1.1 MOOTTORIN EPÄIDEAALISUUKSIEN MALLINTAMINEN

Koska hammasvoima noudattaa tiettyä taajuutta ja se on vakioamplitudinen, voidaan se mitata sopivin mittauksin. Yleensä hammasvoima ja päätyilmiö on mallinnettu FE – menetelmällä ja analysoimalla saadut voimat Fourier –analyysillä. Tässä työssä hammasvoima määriteltiin mittaamalla tasaisessa liikkeessä olevaan virrattomaan moottoriin kohdistuvia voimia. Mittauksissa käytettiin kiihtyvyyssanturia, jonka signaali suodatettiin. Tasaisen liikkeen aikaansaamiseksi moottori nostettiin kaltevaan tasoon ja annettiin liukua vapaasti. Koska moottorin massa ja kallistuskulma on tunnettu, saadaan

kiihtyvyyssäykästä pienin laskutoimituksin roottoriin kohdistuva voima ja integroimalla asemakäyrä. Hammasvoimamittauksia tehtiin useita ja saatuja tuloksia verrattiin keskenään.



**Kuva 19.** Kahdesta eri mittauksesta saadun hammasvoiman vertailu.

Kuvaajasta havaitaan eri mittauksista saatujen hammasvoimien vastaavan tarkasti toisiaan. Käyristä nähdään, että hammasvoima koostuu kahdesta harmonisesta sinikomponentista. Suurempitaajuiselle sinikomponentille voidaan johtaa seuraava yhtälö:

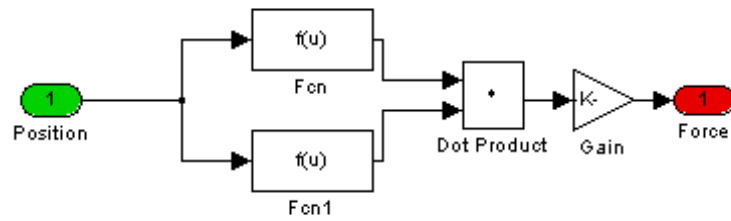
$$F_{f1} = 350 \cdot \sin(67.2 \cdot asema \cdot 2 \cdot \pi) . \quad (4.1)$$

Toiselle sinikomponentille johdettiin yhtälö:

$$F_{f2} = 350 + 150 \cdot \sin(8.5 \cdot asema \cdot 2 \cdot \pi) . \quad (4.2)$$

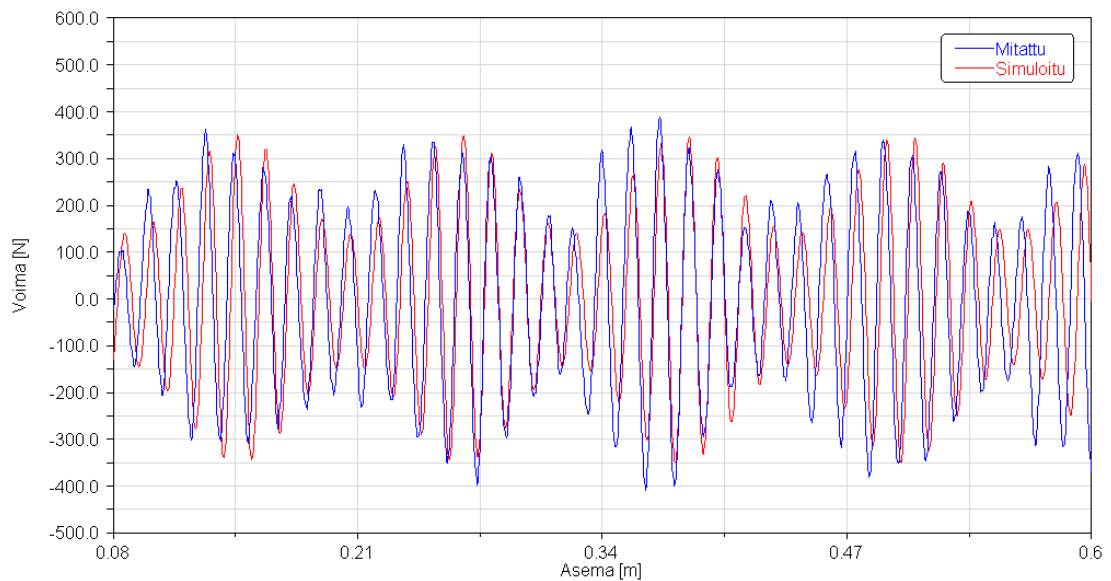
Kaavojen perusteella tehtiin hammasvoimafunktion Simulink<sup>®</sup> –malli:





**Kuva20.** Simulinkillä toteutettu lohko hammasvoimasta. Funktiot 1 ja 2 vastaavat kaavoja (4.1) ja (4.2). Skaalauskerroimella sovitetaan hammasvoiman amplitudi oikean suuruiseksi.

Kuvassa 21 on vertailtu mitattua ja simuloitua hammasvoimaa keskenään.

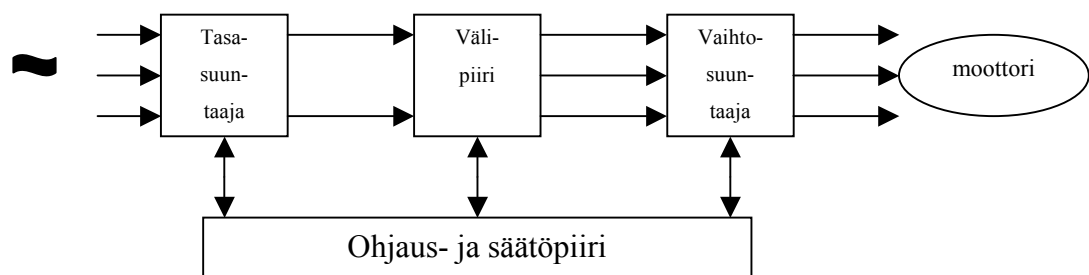


**Kuva 21.** Simuloidun (punainen) ja mitatun (sininen) hammasvoiman vertailu.

Simuloidun hammasvoiman voidaan havaita vastaavan hyvin mitattuja hammasvoimia.

#### 4.1.2 MOOTTORIN OHJAUS

Lineaarimoottorin ohjaamiseksi käytettiin takaisinkytkemätöntä skalaariohjausta, joka perustuu pulssileveysmodulointiin (PWM). Moottorin omaa ohjauselektroniikkaa ei voitu käyttää, koska sen sisäinen rakenne oli tuntematon, jolloin ohjausjärjestelmän mallintaminen ja kaikkien tekijöiden huomioiminen olisi ollut mahdotonta. Taajuusmuuttajan periaatekaavio on kuvassa 22.



**Kuva 22.** Taajuusmuuttajan periaatteellinen toiminta.

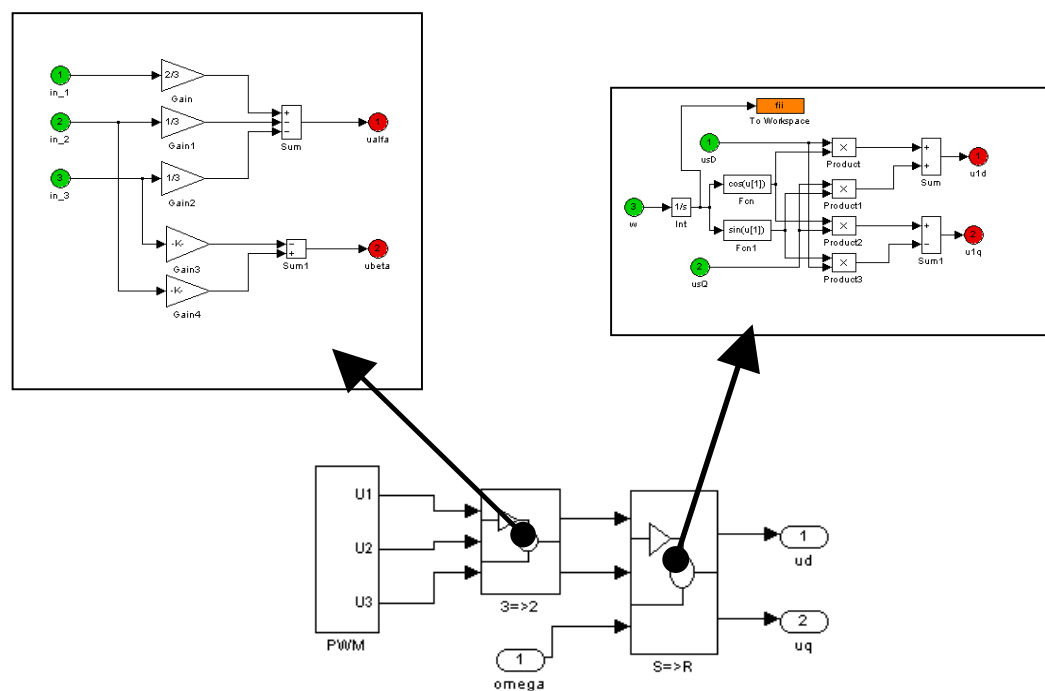
Pulssileveysmoduloinnissa jännitettä vaihdellaan siten, että käämityksiin johdetaan taajuusmuuttajan välipiirin jännite lyhyempinä tai pidempinä jaksoina. Taajuutta ohjataan siten, että jännitepulssit ovat positiivisia yhden puolijakson ja negatiivisia seuraavan puolijakson ajan. Pulssileveysmoduloinnin toiminta perustuu vaihtosuuntaajaan, joka muuttaa lähtöjännitteen amplitudia ja taajuutta. Ohjaus perustuu sinimuotoiseen vertailujännitteeseen taajuusmuuttajan kaikissa ulostuloissa. Kolme vertailujännitettä tuodaan kolmiojännitteenä. Puolijohteet kytkeytyvät päälle tai pois, kun kolmiojännite ja sinivertailu leikkaavat toisensa.

Ohjauksen elektronikka vertaa leikkauspisteitä. Lähtöpulssi on negatiivinen, kun kolmiojännite on sinijännitettä suurempi ja positiivinen, kun kolmiojännite on pienempi. Välipiirin jännite määrää siten taajuusmuuttajan suurimman lähtöjännitteen. Lähtöjännite ohjataan viemällä välipiirin jännite moottoriin lyhyempinä tai pidempinä jaksoina.

Lähtötaajuutta ohjataan siten, että taajuusmuuttajan lähtönavoissa on positiivisia jännitepulsseja yhtenä puolijaksona ja negatiivisia pulsseja seuraavana puolijaksona. Tämä merkitsee sitä, että negatiivisten ja positiivisten jännitepulssien amplitudit ovat puolet välipiirin jännitteestä.

Vaihtovirtamoottorit on suunniteltu sinimuotoiselle vaihtojännitteelle. Selitys sille, että moottoria voidaan käyttää suorakaidepulssijännitteellä on siinä, että kaikki jaksottaiset jännitteet voidaan jakaa useaksi sinijännitteeksi, joilla on eri taajuudet ja amplitudit. Moottoria käyttää siten määräävä sinijännite [23].

Simulointimallissa oleva taajuusmuuttaja on mallinnettu sähkötekniikan osastolla ja liitetty kokonaismalliin. Taajuusmuuttaja tuottaa pulssileveysmoduloitua (PWM) kolmivaiheista jännitettä. Jännitteet muutetaan avaruusvektorien tarvitsemaan kaksiakselimuotoon  $u_\alpha$  ja  $u_\beta$ . Tämän jälkeen jännitteet siirretään staattorikoordinaatistosta kaavojen tarvitsemaan roottorikoordinaatistoon.

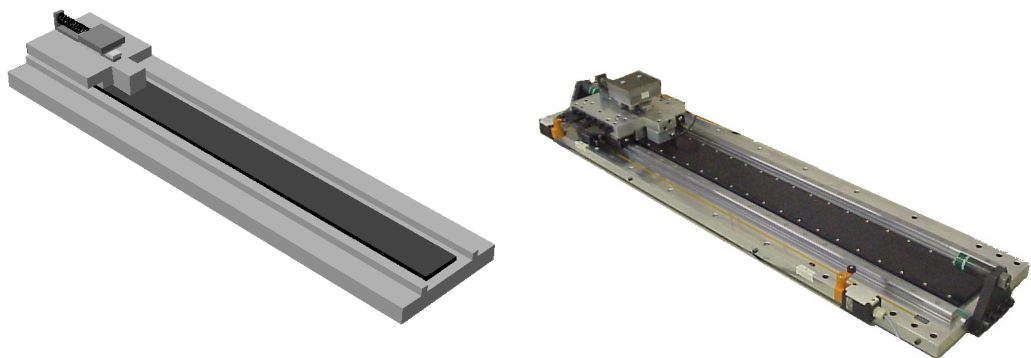


**Kuva23.** Taajuusmuuttajan simulointimalli. Kuvassa vasemmalla ylhäällä jännitteen muuttaminen kaksiakselimuotoon ja oikealla koordinaatistomuunnos.

## 4.2 MEKANIKKAMALLI

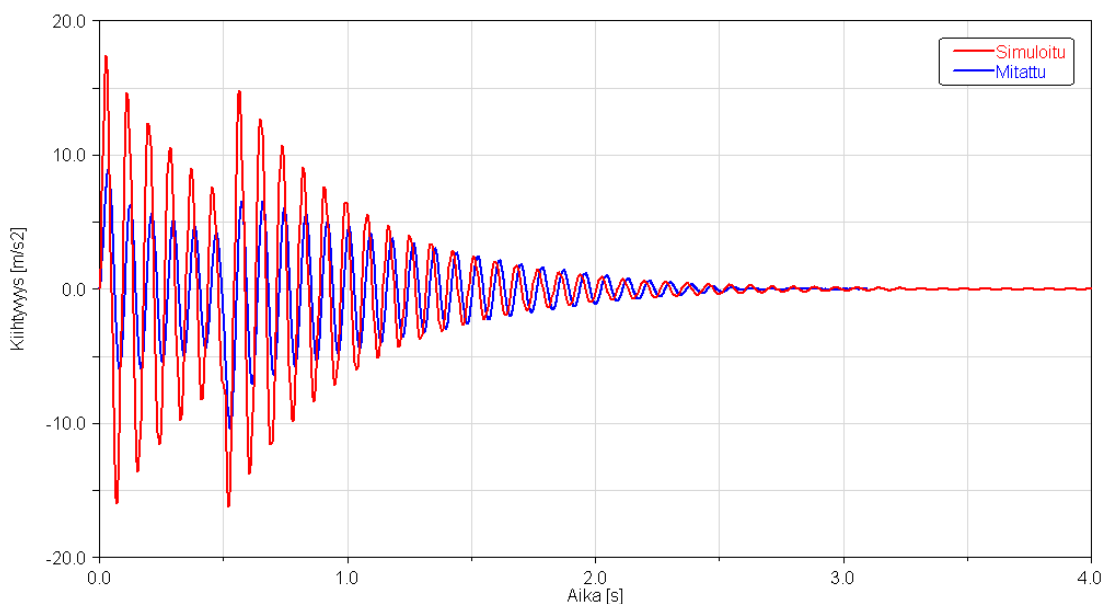
Mekanismien dynaamisiin analyyseihin soveltuvia kaupallisesti ylläpidettyjä simulointiohjelmia on olemassa runsaasti, kuten ADAMS, DADS, DISCOS, CONTOPS, MEDYNA, BEAST ja SIMPACK. Koulutus- ja suunnittelukäyttöön ne kaikki soveltuvat kohtuullisesti, jos sopivat laitteet on käytettävissä. Tehokkaalta suunnitteluohjelmistolta vaaditaan kuitenkin yhteensopivuutta koko suunnitteluprosessissa käytettävien menetelmien kanssa. Joitakin ohjelmistoja kehitetään tähän suuntaan, mutta täydellisyyteen on vielä pitkä matka. Viimeaikoina edistystä on kuitenkin tapahtunut nopeasti ja eräitä ohjelmistoja on jo ilo käyttää. Eräs kehittyneimmistä ja yleisimmistä ohjelmistoista on käyttämämme virtuaalisten mallien suunnitteluun tarkoitettu ADAMS, jonka yhteensopivuus monien ohjelmien kanssa mahdollistaa monimutkaistenkin vuorovaikutteisten mallien luomisen.

Itse mekaniikkamalli toteutettiin jäykillä kappaleilla. Moottorin geometria tehtiin Mechanical Desktop<sup>®</sup> 2.0 –ohjelmalla ja tuotiin ne ADAMS –ohjelmaan stereolitografi (STL) muodossa. Saaduille kolmiomaisista elementeistä muodostuville kappaleille määriteltiin todellisesta moottorista mitattujen massojen mukaiset arvot ADAMS:issa. Lineaarimoottorin liikkuva osa ja kuormituslaitteiston massa nivelöitiin siirtonivelillä (Translational Joint), jolloin järjestelmän vapausasteeksi tuli kaksi.



**Kuva 24.** Lineaarimoottorin virtuaalimalli ja todellinen moottorijärjestelmä.

Kuormituslaitteisto verifioitiin todellisesta moottorista saatujen mittaustulosten perusteella. Lineaarimoottorilla ajettiin tietty askelfunktio ja samanaikaisesti kuormituslaitteiston massan liikettä mitattiin kiihtyvyyssanturilla. Tämän jälkeen simulointimallia ajettiin samanlaisella askelfunktiolla ja tuloksia verrattiin keskenään.



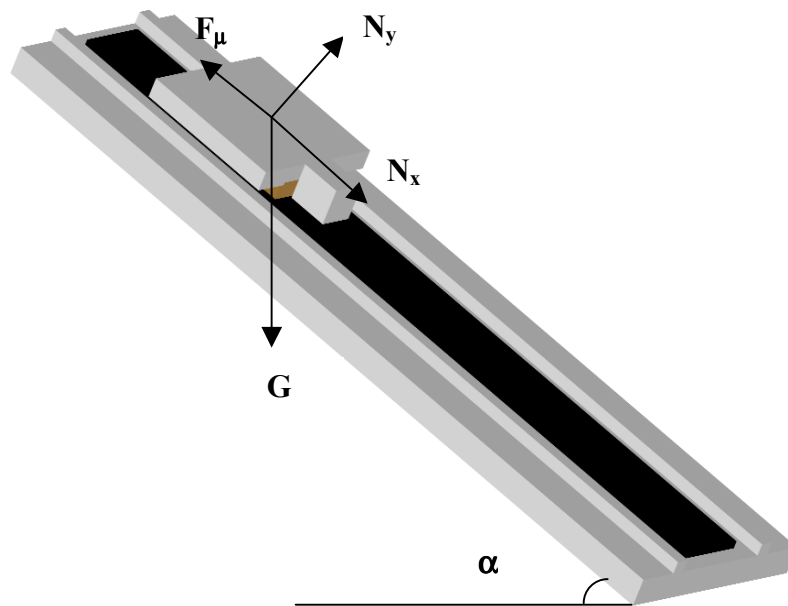
**Kuva 25.** Kuormituslaitteiston mallin verifiointi, kun massana on ollut 2 kg.

Kuormituslaitteiston jousi mallinnettiin simulointiohjelman omalla jousimakrolla ja jousivakioksi  $k$  annettiin verifiointin tuloksena 13700 N/m ja vaimennuskertoimeksi  $B$  13 Ns/m. Annetuista jousen arvoista jousivakio  $k$  vaikutti ominaistajuuteen ja vaimennuskertoimen  $B$  luonnollisesti järjestelmän värähtelyn vaimenemisnopeuteen. Kuormituslaitteiston ominaistajuutta voidaan muuttaa vaihtamalla kuormituslaitteiston massaa. Mittauksissa käytettiin 2 kilon ja 4 kilon massoja, jolloin staattisella analyysillä ominaistajuuksiksi saatiin 11.7 Hz:ä ja 9.1 Hz:ä.

Valmiista mekaniikkamallista valittiin vuorovaikuttaisen simuloinnin edellyttämät muuttujat, eli ulosmenot ja sisääntulot. ADAMS/Controls:in kaikki sisääntulot pitää määritellä muuttujiksi (variables) ja ulosmenot voivat olla muuttujia tai tuloksia (measures). Tässä mallissa sisääntulona on moottorimallista saatava sähkömagneettinen voima ja ulosmenona on asema ja nopeus.

#### 4.2.1 KITKAMITTAUKSET

Lineaarimoottorin laakereista johtuvan kitkan mittaamisessa on käytetty hyväksi perinteistä kaltevan tason mittausmenetelmää. Siinä lineaarimoottori nostetaan kaltevaan tasoon ja mitataan vapaasti liukuvan kelkan putoamisnopeus.

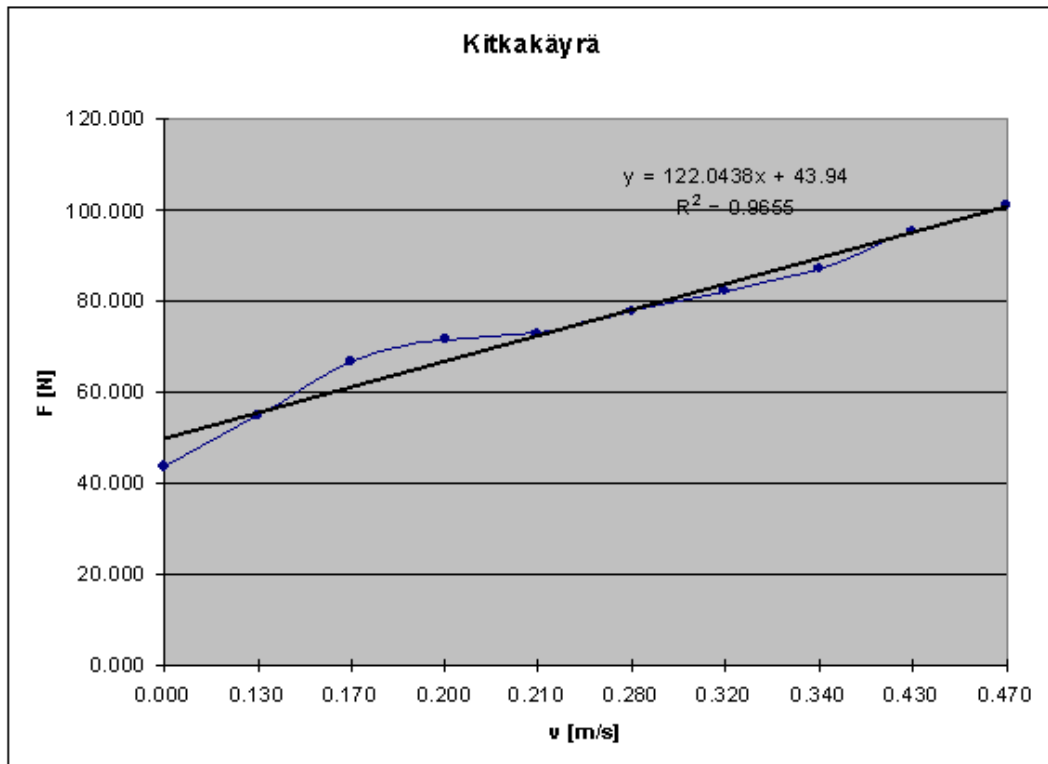


**Kuva 26.** Kitkamittaus.

Jos laakereilla ei olisi minkäänlaista vierimiskitkaa, kelkka olisi jatkuvasti kiihtyvässä tilassa. Näin ei kuitenkaan todellisuudessa ole, sillä nopeus asettuu tietyssä kohtaa vakioksi. Tämän perusteella saatiin kitkavoimalle  $F_{\mu}$  ja kiihdytysvoimalle  $N_x$  yhteys:

$$F_{\mu} = N_x = mgsin\alpha. \quad (4.3)$$

Koska kitkavoima tiedettiin olevan nopeusriippuvainen suure, mitattiin voimat useissa moottorin kulmissa. Mittausten perusteella moottorille johdettiin kuvan 27 mukainen kitkakäyrä nopeuden funktiona:



**Kuva 27.** Kitkakäyrä.

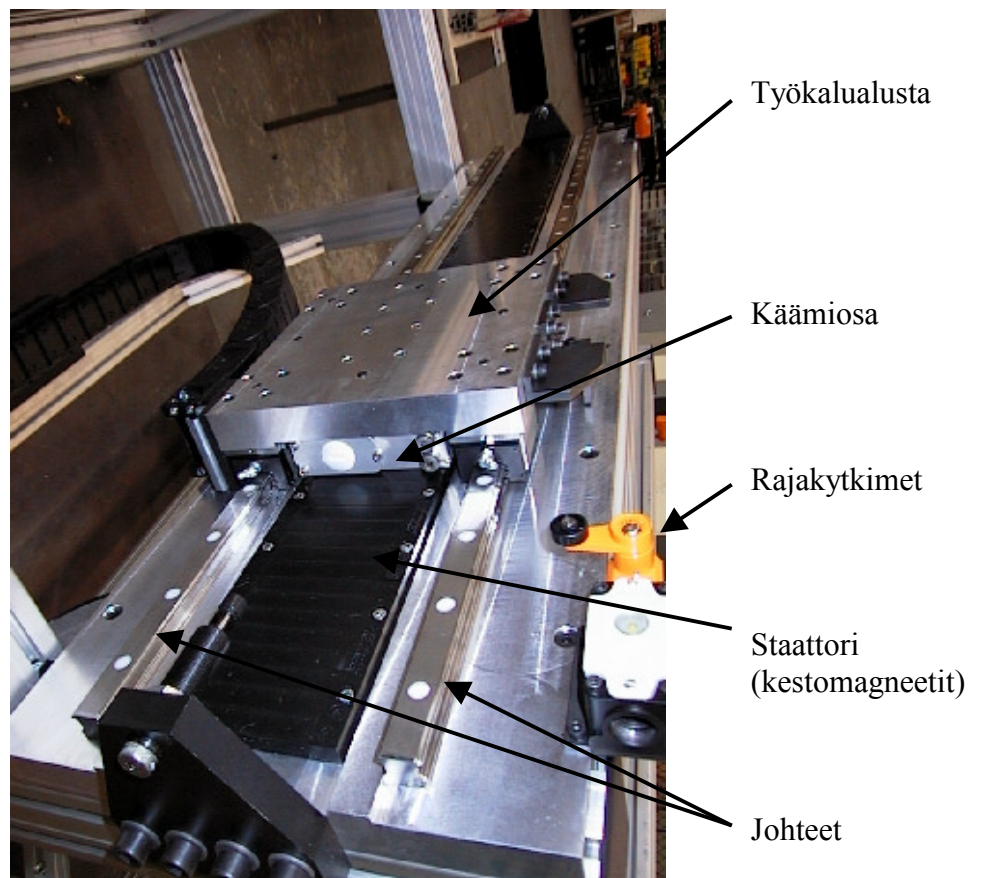
Kitkakäyrästä tehtiin lineaarinen approksimaatio. Näin saadun käyrän korrelaatiokerroin  $R=0.9655$ , mikä vastaa hyvin mittauksia. Lopullinen käyrän yhtälö on:

$$F_{\mu} = 122.0438 \cdot nopeus + 43.94. \quad (4.4)$$

Saatu kitkakäyrän yhtälö syötettiin lopuksi mekaniikkamalliin vaikuttamaan moottorin staattori- ja roottoriosan välille.

### 4.3 VERTAILULAITTEISTO

Simulointimallin verifiointia varten koneautomaation laboratorioon hankittiin kaupallinen lineaarimoottorijärjestelmä. Laitteisto koostuu roottorin ja staattorin lisäksi johteista, työkalualustasta, moottorialustasta sekä anturoinnista.



**Kuva 28.** Verifiointilaitteisto.

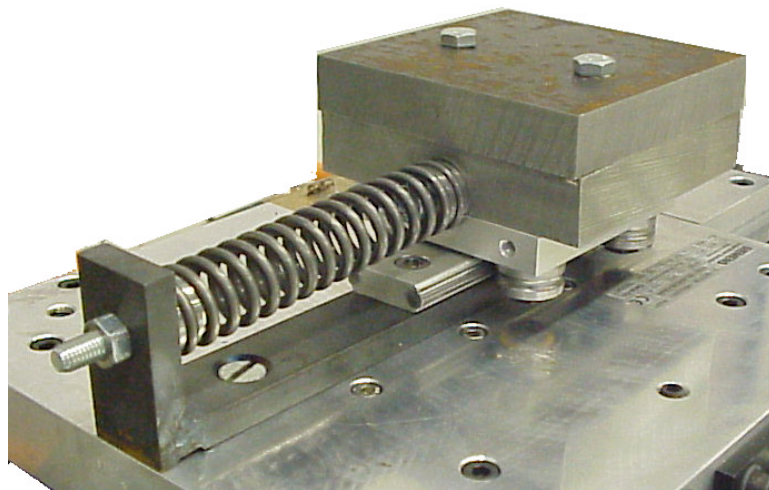
Laitteiston ytimenä on Siemensin 1FN3 lineaarimoottori. Moottori on kolmivaiheinen kestmagnetoitu tahtikone ja käämitys on roottoriosassa. Pintamagneetit on sijoitettu koko liikematkalle ja ne on hieman käännetty ( $1.6^\circ$ ) liikesuuntaan nähden. Moottorin käämiosa on kiinnitetty kelkkaan, joka liikkuu lineaarisesti johtimilla. Moottorin omalla säätäjällä voidaan ohjata asemaa, nopeutta tai voimaa. Kokeessa kuitenkin käytettiin



pulssileveysmodulointiin (PWM) perustuvaa taajuusmuuttajaa, koska moottorin säätäjän ohjausalgoritmia ei tunneta ja sitä ei voida tarkasti mallintaa. Moottorin nimellisvoima on 675 N, paikoitustarkkuutta rajoittaa ainoastaan anturointi ja liikematka on 1 m. Moottorin suorituskyvystä on kerrottu enemmän liitteessä 5.

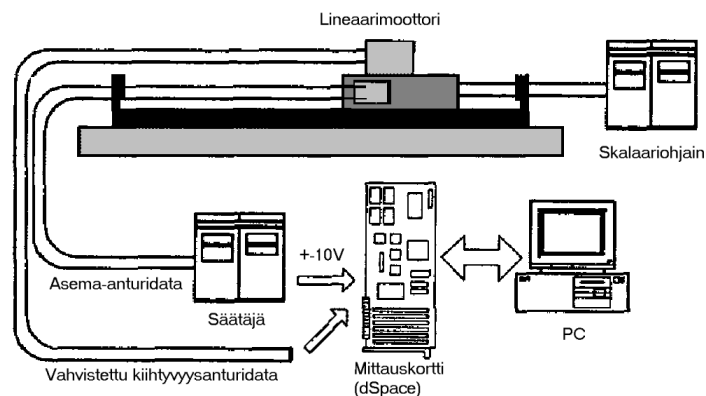
Lineaarimoottorin työkalualustalle rakennettiin joustavaa työkalumekanismia kuvaava kuormituslaitteisto. Kuormituslaitteiston tehtävänä on reagoida moottorilta tuleviin värähtelyherätteisiin. Moottorin herätetaajuuden lähestyessä kuormituslaitteiston luonnollista resonanssitaajuutta, kasvaa värähtelyn amplitudi. Herätteen taajuuden siirtyessä resonanssitaajuuden ohi värähtelyn voimakkuus saavuttaa maksimin ja vaihekulma muuttuu -180 astetta.

Kuormituslaitteisto koostuu puristusjousesta ja massasta, joka liikkuu lineaarijohteella. Jousen jousivakio  $k = 13.70$  N/mm ja pituus on 125 mm. Kuormitusmassaa voidaan vaihdella mekanismin ominaistajuuden muuttamiseksi. Neljän kilon massalla laitteiston ominaistajuudeksi mitattiin 9.1 Hz:ä ja kahden kilon massalla 11.7 Hz:ä.



**Kuva 29.** Kuormituslaitteisto.

Lineaarimoottoria ohjattiin ABB:n ACS300 skalaariohjaimella. Moottorin nopeutta mitattiin lineaarimoottorijärjestelmään integroidulla Renishawin optisella lineaarianturilla, josta anturisygnäali meni Siemensin SimoDrive säätäjään. Säätäjästä asema ja nopeustieto saadaan analogisesta ulostulosta mittauskortilla lukemalla. Mittauksissa käytettiin myös kiihtyvyyssanturia, jonka vahvistettua analogista signaalia luettiin suoraan mittauskortilla. Saadut analogiset signaalit suodatettiin ja manipuloitiin tietokoneella tarpeita vastaavaksi. Mitatut signaalit on suodatettu 1. asteen Butterworth-suotimella, jonka rajataajuutena on käytetty 200 Hz:ä. Alhaisemmilla suodatustaajuuksilla alkuperäinen signaali vaimentuisi liikaa. Kuvassa 30 on verifiointiajoissa käytetyn mittausjärjestelyn periaatekuva.



**Kuva 30.** Mittausjärjestelmä.

## 5 TULOSTEN VERTAILU

### 5.1 INTEGROINTIMENETELMÄT

Jatkuvien järjestelmien simuloinnissa ovat integrointimenetelmät hyvin keskeisessä asemassa, sillä simulointitulosten oikeellisuus ja simuloinnin nopeus ovat integrointimenetelmistä riippuvaisia. Simulointiympäristöt tarjoavat yleensä useita

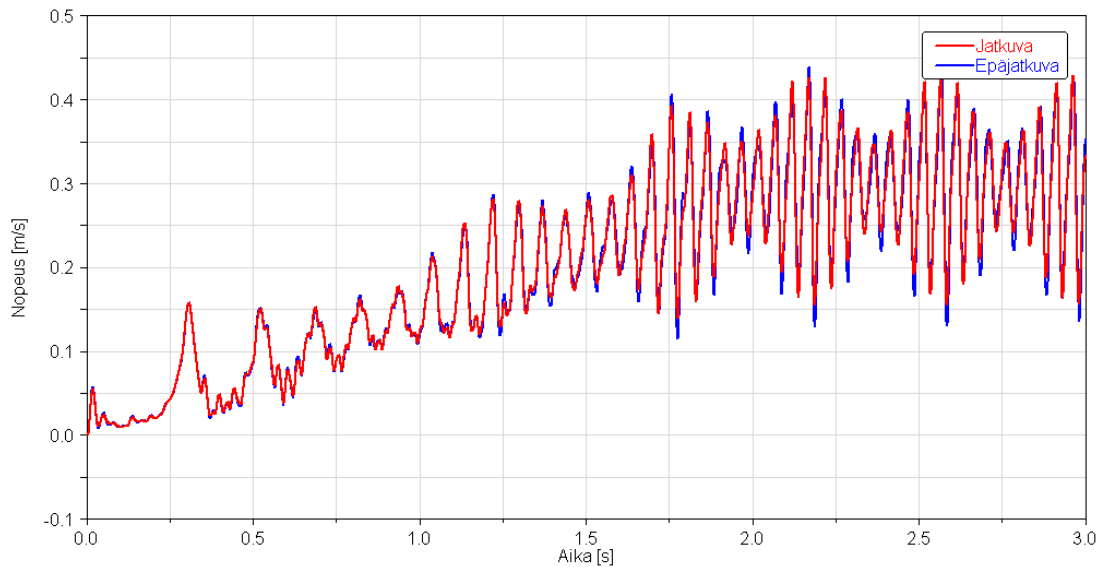
vaihtoehtoisia menetelmiä käyttäjille, joten nykyisin niistä on pikemmin runsauden pula kuin muita ongelmia. Yleisimmät numeeristen integrointimenetelmien virhelähteet ovat:

- Katkaisuvirhe,
- pyöristysvirhe,
- numeerinen epästabiilius.

Yleensä integrointirutiineille on lisäksi annettava toimintaparametreja, joista merkittävimmät liittyvät aika-askellukseen. Askelluksen virittäminen ei vaikuta pelkästään tuloksen oikeellisuuteen, vaan myös tulosten tallennukseen ja sitä kautta niiden esittämiseen ja analysointiin. Onhan selvää että epätasaisin väliajoin tallennetun signaalin Fourier –muunnos voi näyttää hieman omituiselta. Integrointimenetelmistä ja niiden ominaisuuksista on olemassa runsaasti materiaalia kirjallisuudessa.

Tässä työssä testattiin eri integrointimenetelmien vaikutuksia simulointituloksiin. ADAMS/Controls –ohjelmassa on mahdollisuus valita jatkuvan tai epäjatkuvan integrointimenetelmän välillä. Jatkuvalla menetelmällä on mahdollista suorittaa mekaniikka- ja moottorimallin laskenta MatLab<sup>®</sup>:ssa. Epäjatkuvassa menetelmässä mekaniikkamallin laskenta suoritetaan ADAMS:ssa ja moottorin sähköisten ilmiöiden laskenta MatLab<sup>®</sup>:ssa. Useimmissa tapauksissa epäjatkuva menetelmä on tehokkain, sillä se on nopeampi ja monimutkaisten mallien käsittely käy helpommin. Jatkovaa menetelmää käytetään yleensä tapauksissa, joissa ADAMS:iin tuotava data aiheuttaa suuria kytkentävaikutuksia. Tällainen tilanne aiheutuu esimerkiksi moottorimallin laskennassa käytetystä pienestä aika-askeleesta.

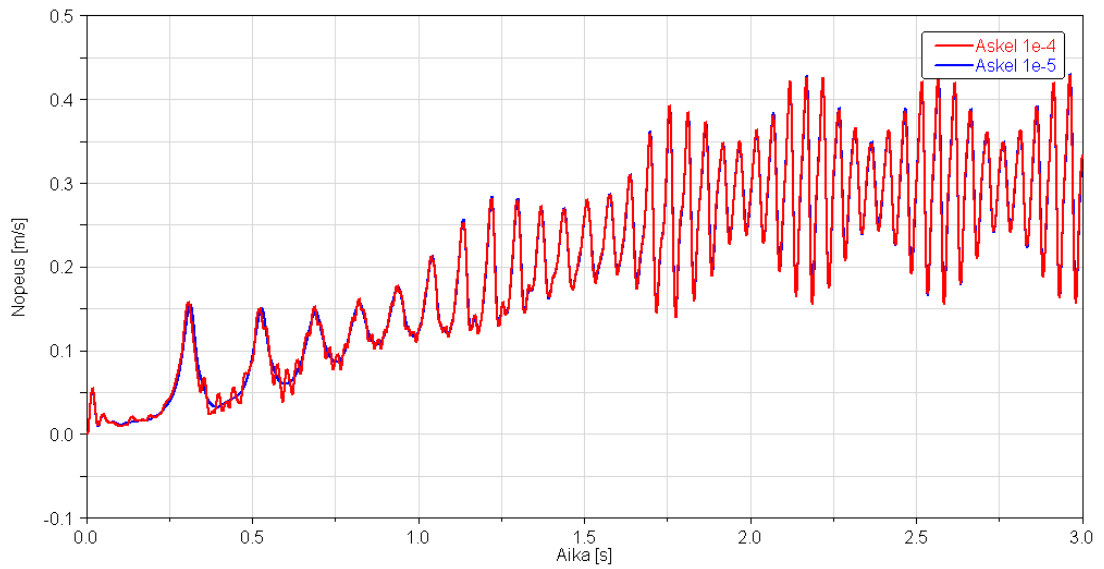
Jotta mekaniikkamallin oikeat dynaamiset ominaisuudet saavutettaisiin, epäjatkuvan menetelmän pitäisi päivittää mekaniikkamallia ainakin viisi kertaa nopeammin, kuin mielenkiinnon kohteena oleva suurin taajuus. Jos aika-askel menee liian pieneksi, jotta viisi kertaa suurempi näytteenottotaajuus olisi mahdollista, pitäisi silloin käyttää jatkovaa menetelmää. [24] Kuvassa 31 on vertailtu jatkuvan ja epäjatkuvan laskentamenetelmän tarkkuuksia keskenään.



**Kuva 31.** Jatkuvan ja epäjatkuvan laskentamenetelmän vertailu.

Kuvan 31 simuloinneissa on käytetty moottorimallin laskennassa 0.1 ms:in aika-askelta. Epäjatkuvassa laskennassa ADAMS:in aika-askeleena on ollut 1 ms. Kuten havaitaan, tuloksissa ei ole mainittavaa eroa, mutta laskentanopeus ko. tapauksessa pieneni 8 %:iin alkuperäisestä. Epäjatkuvaa menetelmää testattiin myös pienemmällä 0.1 ms:n aika-askeleella, mutta tuloksissa ei ollut eroavaisuuksia tarkasteltavan rakenteen taajuuksien ollessa niin alhaisia (ominaistaajuus 12 Hz).

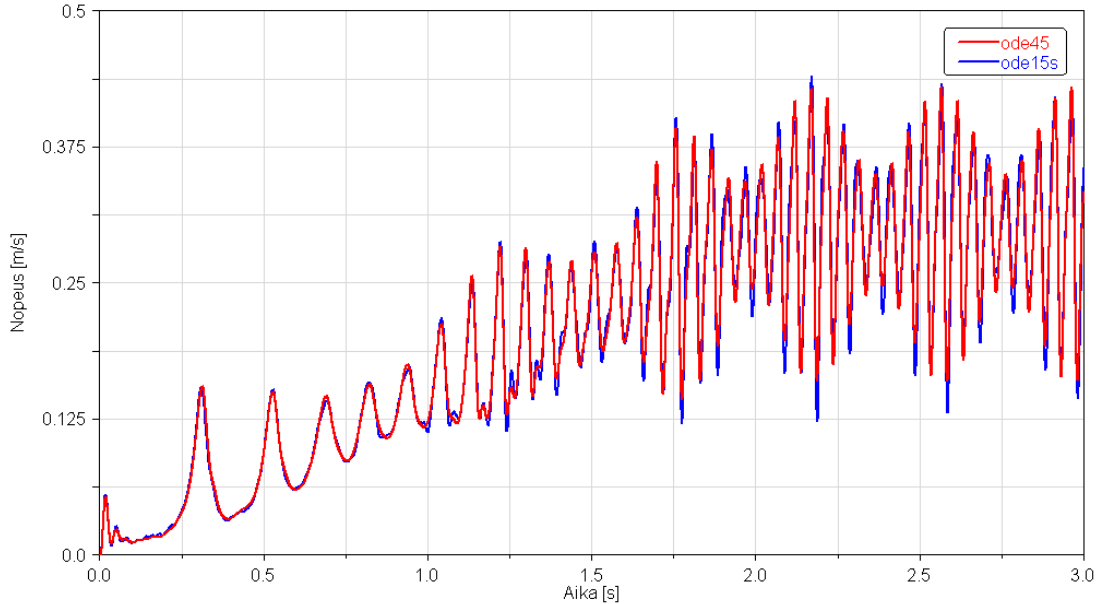
Seuraavaksi testattiin MatLab<sup>®</sup>:in integraattorin aika-askeleen vaikutuksia. Simuloinneissa on käytetty ode45 –integraattoria ja aika-askeleena 0.1 ms ja 0.01 ms.



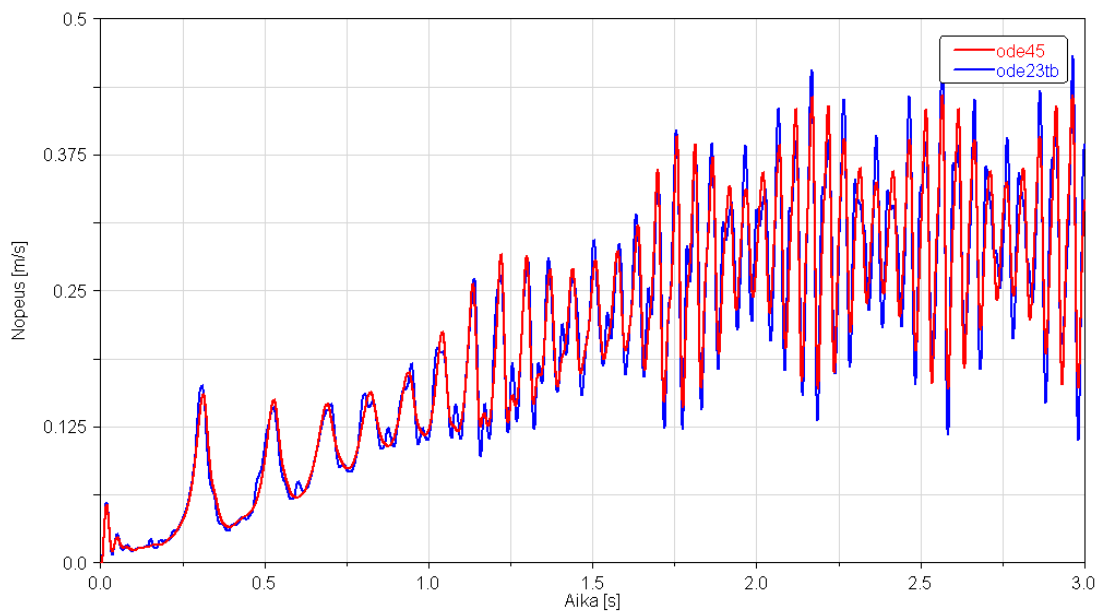
**Kuva 32.** MatLab<sup>®</sup>:in integraattorin aika-askeleen vaikutuksen vertailu.

Kuten kuvasta havaitaan, pienemmällä aika-askeleella simulointi stabiloituu hieman.

Lopuksi testattiin vielä MatLab<sup>®</sup>:in eri integraattorien tarkkuuksia.



**Kuva 33.** Ode15s- ja ode45 –integraattorien vertailu.

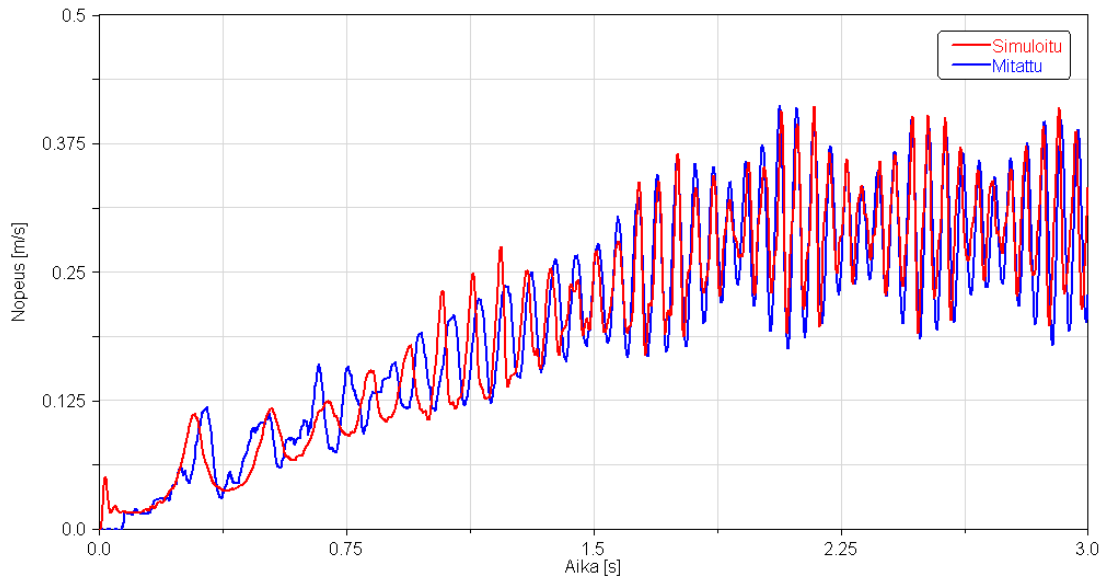


**Kuva 34.** Ode 23tb- ja ode 45 –integraattorien vertailu.

Vertailupohjana on kummallekin simuloinnille ollut vakioaika-askelisella ode45 – integraattorilla simuloitu ajo, jossa on käytetty jatkuvaa menetelmää ja aika-askeleena on ollut 0.01 ms. Aikaa edellä mainitun simuloinnin suorittamiseen on mennyt n. 2 h 40 min. Esimerkiksi kuvan 33 vaihtuva-aika-askelisella ode15s –integraattorilla suoritettuun simulointiin on mennyt aikaa 2 minuuttia 43 s:ia tulosten ollessa kuitenkin lähes samat. Ode15s -integraattorin aika-askeleen oletusarvona on ollut MatLab<sup>®</sup>:ssa 0.1 ms (muut arvot ovat: Min. step size 0.1 ms, max. step size *auto* ja toleranssit ovat 1 ms). Näiden vertailujen perusteella simuloinneissa on käytetty epäjatkovaa menetelmää ja ode15s integraattoria aika-askeleen ollessa MatLab<sup>®</sup>:ssa 0.1 ms ja ADAMS:ssa 1 ms. ADAMS:in integraattorina on käytetty ohjelman vakiointegraattoria (GEAR).

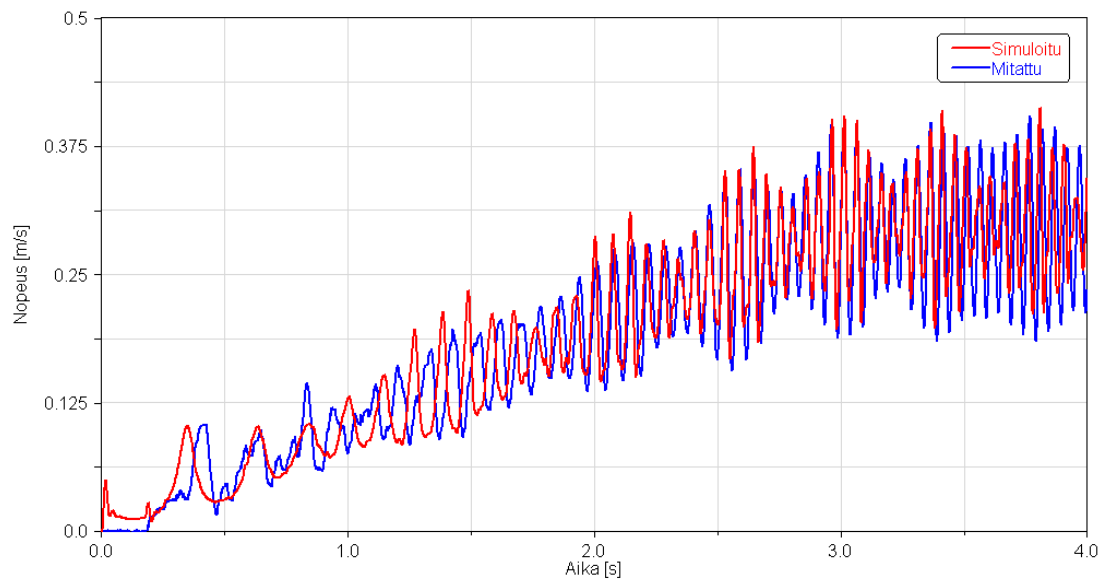
## 5.2 MITATTUJEN JA SIMULOITUJEN TULOSTEN VERTAILU

Simuloituja tuloksia verrattiin verifiointilaitteistosta saatuihin tuloksiin. Simulointimallia testattiin varioimalla skalaariohjaimen kiihdytysrampin parametreja, sekä kuormituslaitteiston massaa. Ensimmäisessä vertailussa ilman kuormituslaitteistoa oleva moottori on kiihdytetty 10 Hz:iin 2 sekunnissa:



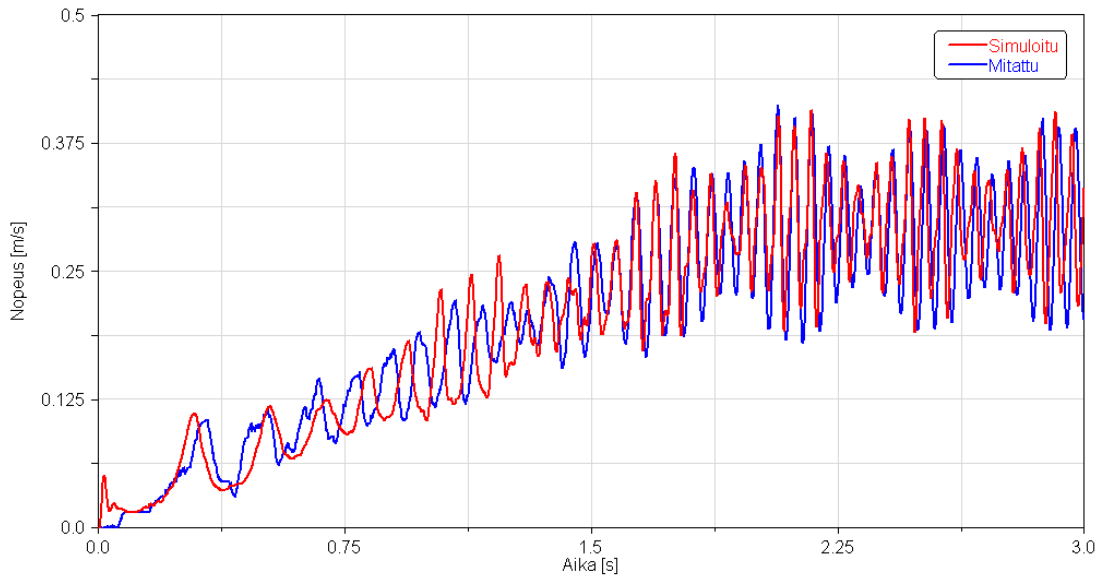
**Kuva 35.** Mitatun ja simuloitun tuloksen vertailu. Kiihtyvyyserampin kesto on 2 s lopputaajuuden ollessa 10 Hz:ä. Moottori on ilman kuormituslaitteistoa.

Seuraavassa kuvaajassa on testattu ohjaimen toimintaa. Taajuuserampin kestonä on 3 sekuntia ja muut parametrit ovat samat kuin edellisessä kohdassa.



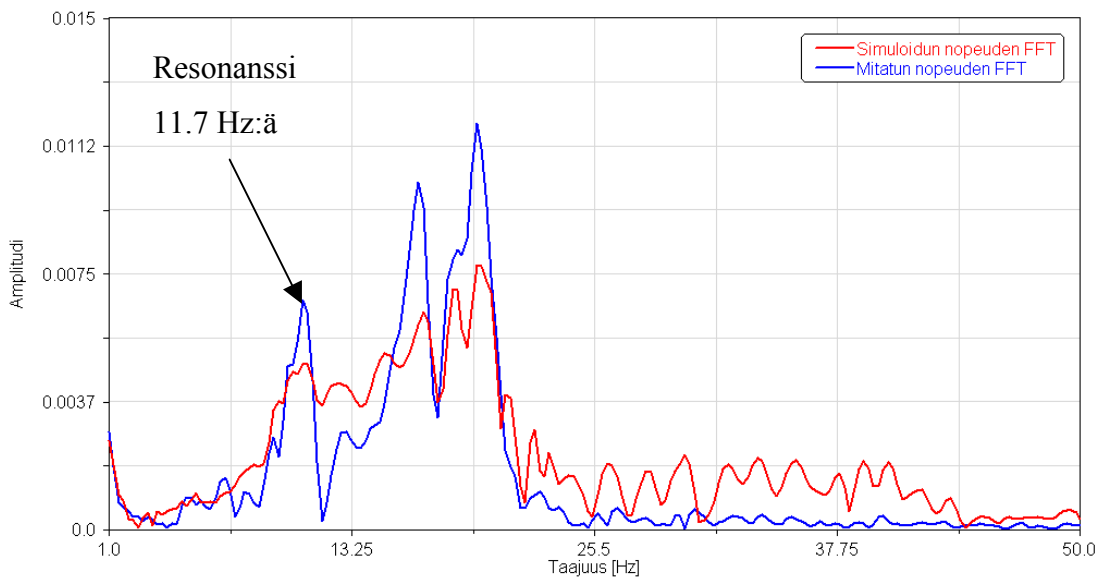
**Kuva 36.** Simuloitun ja mitatun tuloksen vertailu, kun kiihdytysrampin pituus on 3 sekuntia.

Seuraavassa kuvassa verrataan kuormituslaitteistolla varustetun lineaarimoottorin nopeuskäyriä. Kuormittavana massana on ollut 2 kg. Tällaisen järjestelmän resonanssitaajuus on 11.7 Hz:ä.



**Kuva 37.** Simuloidun ja mitatun tuloksen vertailu kuormituslaitteiston kanssa.

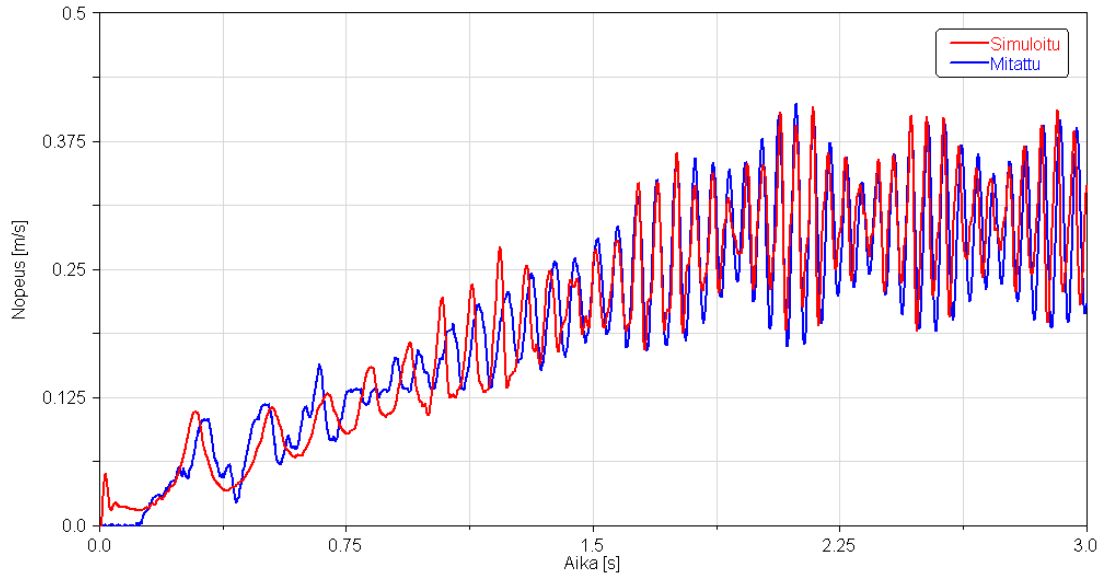
Kuvan 37 nopeuskäyristä tehtiin taajuusanalyysit. Analyysissä käytettiin 4096:n pisteen Hanning –funktiota. Tulokset on esitetty kuvassa 38.



**Kuva 38.** Nopeuskäyrien taajuusanalyysit.

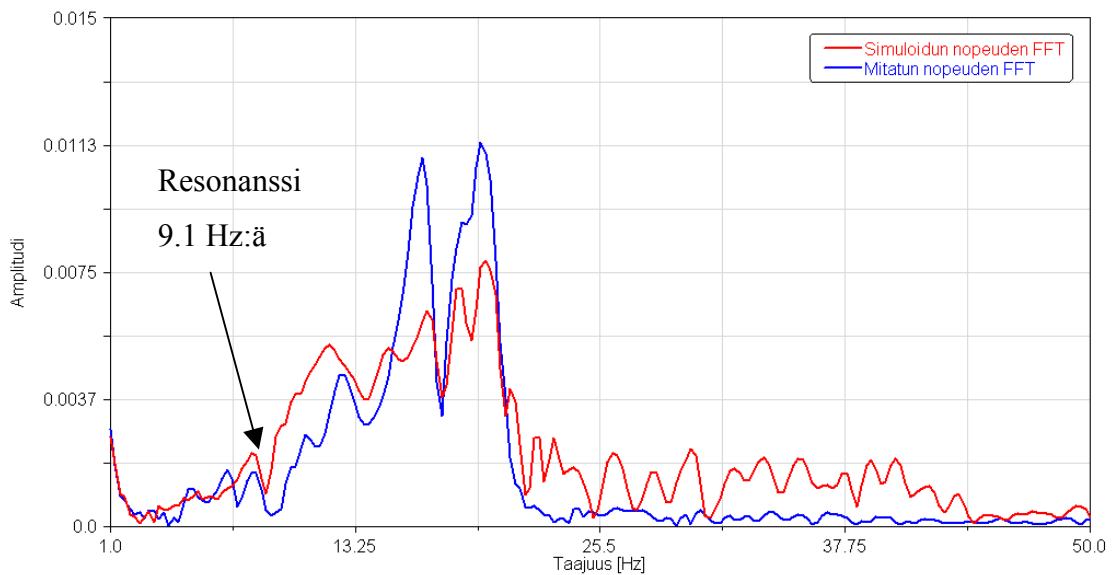


Seuraavassa kuvaajassa kuormituslaitteiston massa on 4 kilogrammaa, jolloin kuormituslaitteiston ominaistajuudeksi tulee 9.1 Hz:ä.



**Kuva 39.** Simuloidun ja mitatun nopeuden vertailu, kun kuormituslaitteiston massa on 4 kilogrammaa.

Kuvan 39 käyristä tehtiin jälleen taajuusanalyysit. Tulokset ovat kuvassa 40.



**Kuva 40.** Nopeuskäyrien taajuusanalyysit, kun kuormituslaitteiston massa on 4 kilo.

## 6 TULOSTEN TARKASTELU

Moottorimallin parametreina käytettiin moottorivalmistajan antamia arvoja (Liite 4). Malliin lisättiin vaimennus vaimennuskäämittöman mallin osoittautuessa liian epästabiiliksi. Todellisessa moottorissa vaimennusta aiheuttavat ilmaväli sekä pyörrevirrat. Virtuaalisen vaimennuskäämin parametrit, joita ei pystytä mittaamaan, määriteltiin kokeilemalla. Vaimennuskäämin parametrit vaikuttivat suoraan simulointimallin nopeuskäyrän värähtelyn amplitudiin.

Vakio-tilassa mitatut ja simuloitut nopeuskäyrät vastaavat hyvin toisiaan. Transientti-tilassa 1. kiihdytysvaiheessa, simuloitut nopeuskäyrät poikkeavat taajuukseltaan hieman mitatuista. Tämä johtuu todellisen skalaariohjaimen epälineaarisuudesta käynnistyshetkellä, jolloin ohjain ei pysty seuraamaan annettua taajuusohjetta kunnolla.

Nopeuskäyristä tehdyt taajuusanalyysit vastaavat muodoiltaan toisiaan. Kuvan 38 taajuusanalyysistä voidaan havaita kolme selvästi erottuvaa piikkiä. Ensimmäisen piikki aiheutuu kuormituslaitteiston resonanssitilasta. Piikin jälkeisen montun kohdalla jousimassa on vastakkaisessa vaiheessa moottorilta tulevien herätteiden kanssa, jolloin kuormituslaitteisto vaimentaa värähtelyä. Kuvan 40 ajoissa ei ole syntynyt kunnollista resonanssitilaa mekanismin alhaisen ominaistaajuuden ja nopean kiihdytysrampin (2 s.) takia. Liitteessä 1 on vertailtu taajuusanalyysijä mitatuista ja simuloituista nopeuskäyristä, joissa on käytetty hitaampaa kiihdytysrampia (3 s.), jolloin resonanssitilat erottuvat selvemmin.

Simulointimallilla testattiin myös johteiden kitkan vaikutusta järjestelmän dynaamiseen käyttäytymiseen. Liitteessä 2 on vertailtu simulointiajoja, joista toisessa ei ole mallinnettu kitkaa ollenkaan. Kitkan vaikutuksen havaittiin olevan suhteellisen merkityksetön verrattuna moottorin muihin epäideaalisuuksiin. Ainoastaan alkuhetkellä kitkattoman ja kitkallisen mallin välille tulee pientä vaihesiirtoa.

Päätyilmiö on toinen lineaarimoottoreissa epätarkkuutta aiheuttava voimavärekomponentti. Päätyilmiön analysoimiseksi moottorista pitää tehdä FE –malli, jolloin moottorin sisäinen rakenne pitäisi tietää. Lineaarimoottorin sähkömagneettisten ilmiöiden tutkimiseen käytettävää FEM –mallia ei pystytty toteuttamaan, koska moottorivalmistaja ei halunnut paljastaa moottorin rakennetta, eikä moottorin purkamien ollut mahdollista. Mutta kuten tuloksista selviää, ilman päätyilmiön mallintamistakin simulointimallista saadut tulokset vastaavat hyvin testiajoja.

## 7 JOHTOPÄÄTÖKSET

Työssä tehty simulointimalli on yksinkertaistettu malli todellisesta sähkömekaanisesta järjestelmästä. Mallissa ei ole voitu ottaa huomioon kaikkia fyysisiä epäideaalisuuksia niiden vaikean mitattavuuden takia tai niitä ei ole haluttu mallintaa niiden vähäisen vaikutuksen takia. Näitä simulointimallista poisjätettyjä epäideaalisuuksia ovat:

- Päätyilmiö,
- kuormituslaitteiston kitka,
- rakenteen joustot,
- invertteristä tulevat harmoniset värähtelyt,
- johteista aiheutuvat epälineaarisuudet ja värähtelyt.

Näiden lisäksi epäideaalisuutta aiheuttavat moottorin geometriset virheet, jotka syntyvät asennus- ja valmistustoleransseista ja –virheistä. Näitä tekijöitä on mahdoton ennustaa.

Tässä työssä työkalumekanismia kuvaa jousi-massamekanismi, jonka ominaistajuutta voidaan muuttaa massaa vaihtamalla. Todellisuudessa työkalumekanismilla on monimutkaisemman rakenteen ja materiaalin joustavuuden takia useita ominaistajuuksia, jotka ovat taajuudeltaan huomattavasti kuormituslaitteistoamme korkeampia. Tällaisen monimutkaisen rakenteen tarkka mallintaminen vaatisi joustavaa FEM –mallia, joka puolestaan kasvattaa simulointiaikaa huomattavasti.

Kuormituslaitteiston yksinkertaisuuden vuoksi mekaniikka olisi voitu mallintaa myös moottorimallin kanssa samassa ympäristössä. Mekaanisen järjestelmän monimutkaistuesssa dynamiikkaa esittävien matemaattisten kaavojen käsin johtaminen vaikeutuu kuitenkin huomattavasti, jolloin mekaniikan dynamiikan tutkimiseen tarkoitettun ohjelmiston käyttöönotto on perusteltua.

Simulointiajoissa käytetyt nopeudet ja kiihtyvyydet ovat alhaisia. Tarkoituksena olikin tutkia moottorin epäideaalisuuksien vaikutuksia lineaarimoottorin dynamiikkaan. Nämä epäideaalisuudet ovat merkittäviä alhaisilla nopeuksilla ja suurilla nopeuksilla järjestelmän kiihtyvyyksillä ja hidastuvuuksilla on suurempi merkitys.

## ***7.1 JATKOKEHITYS***

Lineaarimoottorin tarkka mallintaminen vaatisi FEM –mallin tekoa sähkömagneettisten ilmiöiden mallintamiseksi, jolloin mallista voitaisiin analysoida tarkemmin epäideaalisuudet sekä simuloinnissa käytettävät sähköiset parametrit. Myös työkalumekanismien mallia voitaisiin kehittää akateemisesta mallista lähemmäksi reaali maailman sovellusta. Moottorin transienttitilan epämääräisyyksiä on vaikea ennustaa, mutta simulointimallin toteuttaminen erillisillä transienttitilan ja jatkuvan tilan mallilla tarkentaisi kokonaismallin tulosta.

## LÄHDELUETTELO

- [1] Teppo, J. Sähkökäyttöisen konejärjestelmän vuorovaikutteinen simulointi. Diplomityö. Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu, 2000. 65 s.
  
- [2] Gieras, J. F., Piech, Z. J. Linear Synchronous Motors: Transportation and Automation Systems. Boca Raton, USA: CRC Press LLC, 2000. 327 s. ISBN 0-8493-1859-9
  
- [3] Hyun, D.-S., Jung, I.-S., Shim, J.-H., Yoon, S.-B. Analysis of Forces in a Short Primary Type Permanent Magnet Linear Synchronous Motor. IEEE Trans. Energy Conversion, Vol. 14, No. 4, December 1999, pp. 1265-1270.
  
- [4] Eastham, J. F., Moghani, J., S. The Dynamic Response of a Linear Brushless D.C. Motor. Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1996. Proceedings of the 1996 International Conference on , Vol. 1 , 1995, pp. 599-602. ISBN 0-7803-2795-0
  
- [5] Heikkilä, R., Karjalainen, I., Tuokko, R. Kevyeen kokoonpanoon soveltuvat lineaarimoottorit (TTKK raportti 49/00). Tampere: TTKK, 2000. 25 s. ISBN 951-15-0372-6

- [6] Hor, P.J., Howe, D., Rees-Jones, D., Zhu, Z.Q. Minimization of Cogging Force in a Linear Permanent Magnet Motor. IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 34. No. 5. September 1998, pp. 3544-3547.
- [7] Niiranen, Jouko. Sähkömoottorikäytön digitaalinen ohjaus. Hakapaino Oy, Helsinki, 1999. 379 s. ISBN 951-672-270-9
- [8] Pyrhönen, J. Pyörivän sähkökoneen suunnitleminen. Opetusmoniste. Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu, 1995. 279 s. ISBN 951-763-868-X
- [9] Seppä, M. Kestomagneettitahtikoneiden rakennevaihtoehdot hitaisiin käyttöihin. Diplomityö. Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu, 1998. 78 s.
- [10] Cruise, R.J., Hansa, A., Jeans, C.G., Landy, C.F. Comparison Between Surface Mounted and Buried Permanent Magnets in Linear Synchronous Motors. The Second International Symposium on Linear Drives for Industry Applications. Tokyo, April 1998.
- [11] Cruise, R.J., Jeans, C.G., Landy, C.F. Improved performance of a linear synchronous motor by the inclusion of an aluminium sheet. The Second International Symposium on Linear Drives for Industry Applications. Tokyo, April 1998.

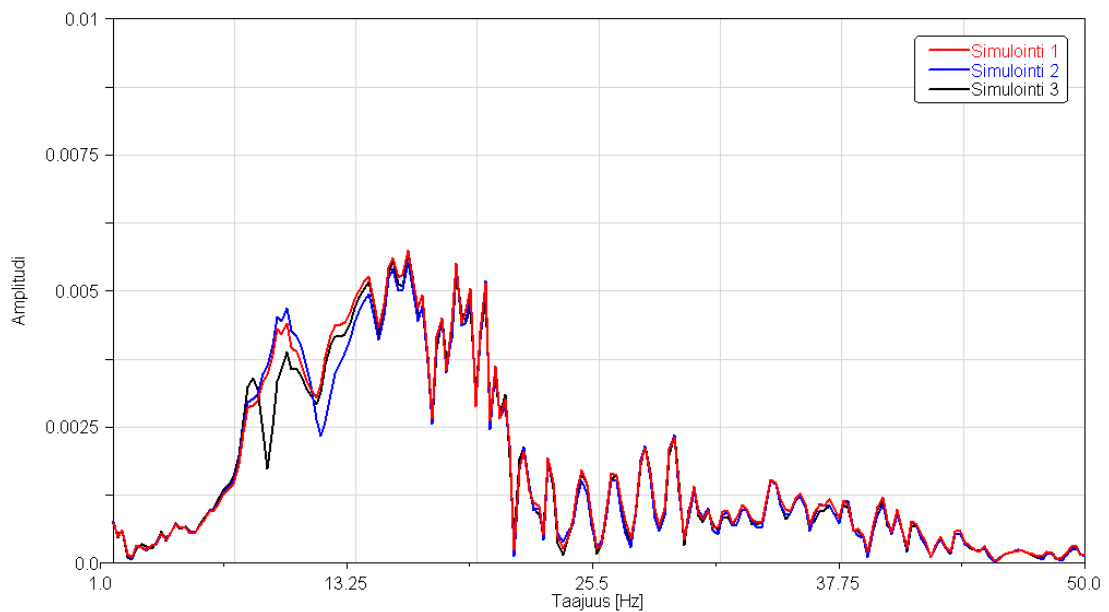
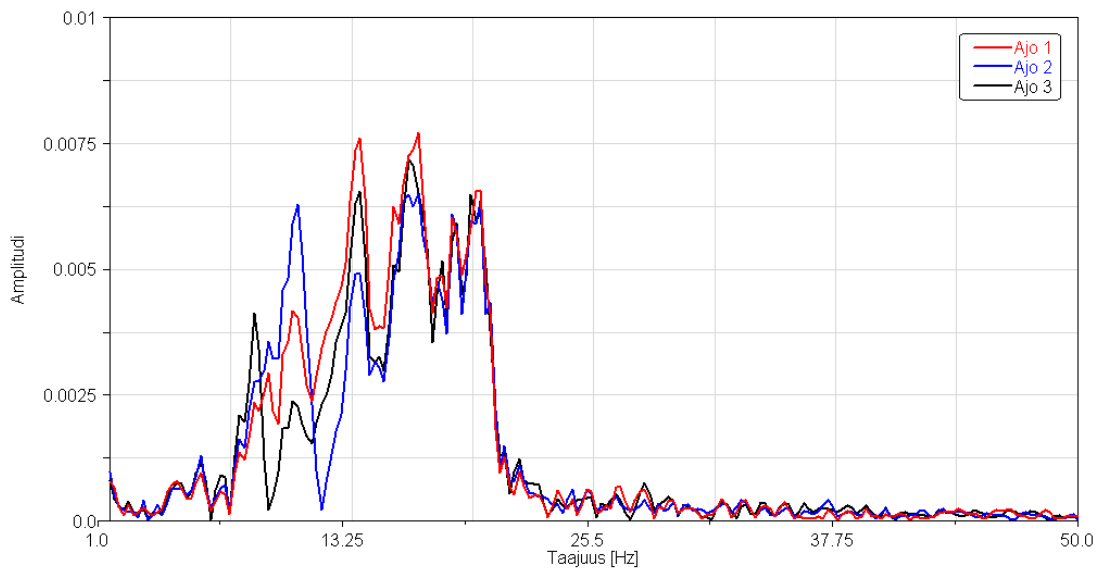
- [12] van Amorengen, J., Gaal, E.W. et al. Linear Motor Motion Control Using a Learning Feedforward Controller. IEEE/ASME Trans. on Mechatronics. Vol. 2, no. 3. September 1997. pp. 179-187.
- [13] Boldea, I., Nasar, S.A. Linear Motion Electromagnetic Systems. New York, USA: John Wiley & Sons, 1985. 482 s. ISBN 0-471-87451-5
- [14] Chun, J-S., Jung, H-K., Jung J-S. Analysis of the End-Effect of Permanent Magnet Linear Synchronous Motor Energized by Partially Exited Primary. International Conference on Electrical Machines. Espoo, 2000. Vol. 1, pp 333-337.
- [15] Gross, C.A., Shaffer, E.C. Methods for Determining Linear Synchronous Machine Parameters. System Theory. Proceedings of the 26th Southeastern Symposium on , 1994. Pp. 411 -415.
- [16] Nieznanzki, J., Ronkowski, M. Electrical Machines Modelling-Teaching Aspects. International Conference on Electrical Machines. Espoo, 2000. Vol. 3, pp. 1256-1260.
- [17] Luukko, Julius. Direct Torque Control of Permanent Magnet Synchronous Machines- Analysis and Implementation. Väitöskirjatyö. LTKK, 2000. 172 s. ISBN 951-764-438-8

- [18] Morimoto, S., Sanada, M., Takeda, Y. Interior Permanent Magnet Synchronous Motor for High Performance Drives. *Industry Applications, IEEE Transactions on* , Vol. 33, Issue 4 , July-Aug. 1997, pp. 966 –972.
- [19] Shabana, A. *Dynamics of Multibody Systems, Second Edition*. New York, USA: Cambridge University Press, 1998. 372 s. ISBN 0-521-59446-4
- [20] Mikkola, A. *Studies on Fatigue Damage in a Hydraulically Driven Boom System Using Virtual Prototype Simulations*. Väitöskirjatyö. LTKK, 1997. 80 s. ISBN 951-764-173-7
- [21] Mikkola, A. *Koneen simuloinnin työkurssi*. Luentomoniste. Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu, 1999.
- [22] Rouvinen, Asko. *Use of Neural Networks in Robot Positioning of Large Flexible Redundant Manipulators*. Väitöskirjatyö. LTKK, 1999. 71 s. ISBN 951-764-368-3
- [23] Suomen Sähkö- ja teleurakoitsijaliitto ry. *Taajuusmuuttajat: Käyttö, Asennus, Häiriöt*. Tammer-Paino Oy, Tampere 1997. 180 s. ISBN 952-9756-37-2
- [24] *Using ADAMS/Controls. Version 10.0. Part Number PDFUGC-01*. August 15, 1999.

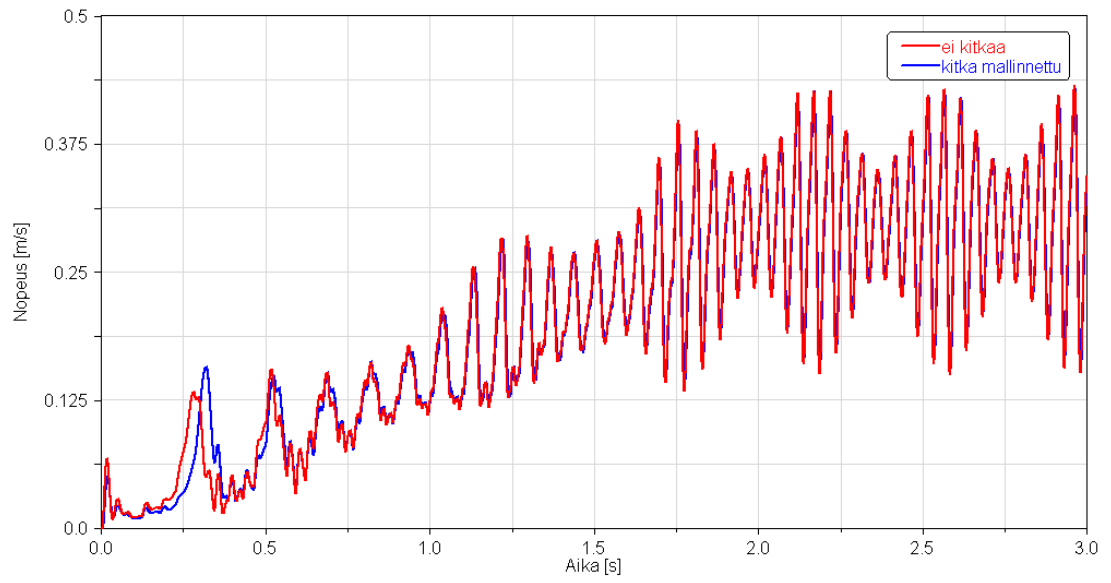


## LIITE 1. Eri mittauksista saatujen taajuusanalyysien vertailu.

Kolmesta eri mittauksesta ja simuloinnista saadut taajuusanalyysien vertailut. 1. ajossa ei ole kuormituslaitteistoa, 2. ajossa on kuormituslaitteiston massana 2 kg ja 3. ajossa kuormituslaitteiston massana on 4 kg. Kiihdytysrampissa lopputaajuutena on 10 Hz:ä ja kesto on 3 sekuntia. Ylemmässä kuvassa on todellisesta moottorista mitatut tulokset ja alla olevassa kuvassa simulointiajojen tulokset.



## LIITE 2. Kitkan vaikutus simulointimalliin.



### LIITE 3. Työssä käytetty laitteisto ja ohjelmisto

Lineaarimoottori:	Siemens 1FN3 150-2W.
Skalaariohjain:	ABB ACS 300.
Lineaarianturi:	Renishaw RGH22B optinen inkrementtianturi (tarkkuus 20 µm).
Kiihtyvyyssanturi:	Vaisala SCA15.
Mittauskortti:	dSpace DS1103 (mittausohjelmistona ControlDesk 1.1).
Säätäjä:	Siemens Simodrive 611U (parametrisointiohjelmanä SimoCom U).
Simuloinneissa	
käytetty tietokone:	PentiumII 450 Hz, 256 Mb RAM.
Käytetyt ohjelmat:	ADAMS 10.0, MatLab <sup>®</sup> 6.0 R12/Simulink <sup>®</sup> , Mechanical Desktop <sup>®</sup> 2.0 ja Paint Shop Pro 5.

#### LIITE 4. Simuloinnissa käytetyt parametrit.

##### *Yleisiä simulointiparametreja:*

askel	= 1e-4	aika-askel Simulinkille [s]
aika	= 3	Simuloinnin kesto [s]
kerroin	= -0.2	Hammasvoiman muuntokerroin

##### *Taajuusrampin parametrit:*

$f_a$	= 0	Lähtötaajuus [Hz]
$f_l$	= 10	Lopputaajuus [Hz]
$T_k$	= 2	Rampin kesto [s]

##### *Jänniterampin parametrit:*

$K_k$	= $(400/(f_n/f_l))/T_k$	Kulmakerroin [V/s]
-------	-------------------------	--------------------

##### *Virtuaalisella vaimennuskäämillä varustetun lineaarisen synkronimoottorin parametrit:*

$f_n$	= 50	Laitteen asetustaajuus [Hz]
$\psi_f$	= 0.8	Kestomagnetoinnin aiheuttama käämivuo [Wb]
kulma	= pi	Staattorin ja Roottorin välinen ”kulma” käynnistyshetkellä
$u_s$	= $400*\sqrt{2/3}$	Syöttöjännite [V]

$L_{ad}$	= 30e-3	Ankkuri-induktanssin pitkittäiskomponentti [H]
$L_{aq}$	= 40e-3	Ankkuri-induktanssin poikittaisinduktanssi [H]
$L_{md}$	= 20e-3	Pitkittäinen magnetoimisinduktanssi [H]
$L_{mq}$	= 20e-3	Poikittainen magnetoimisinduktanssi [H]
$L_D$	= 30e-3	Vaimennuskäämin induktanssin pitkittäiskomponentti [H]
$L_Q$	= 40e-3	Vaimennuskäämin induktanssin poikittaiskomponentti [H]

R	= 4.8	Staattoresistanssi [ $\Omega$ ]
R <sub>D</sub>	= 2.4	Vaimennuskäämin pitkittäinen resistanssi [ $\Omega$ ]
R <sub>Q</sub>	= 2.4	Vaimennuskäämin poikittainen resistanssi [ $\Omega$ ]
p	= 4	Napapariluku
$\tau$	= 0.015	Napajako [m]

*Vaimennuskäämillä varustetun koneen tarvitsemat kertoimet:*

$$\begin{aligned}
 A &= L_{ad} * L_D * (L_{aq} * L_Q - L_{mq}^2) - L_{md}^2 * (L_{aq} * L_Q - L_{mq}^2) \\
 B &= L_D * (L_{aq} * L_Q - L_{mq}^2) \\
 C &= L_{md} * (L_{mq}^2 - L_{aq} * L_Q) \\
 D &= L_Q * (L_{ad} * L_D - L_{md}^2) \\
 E &= L_{mq} * (L_{md}^2 - L_{ad} * L_D) \\
 F &= L_{ad} * (L_{aq} * L_Q - L_{mq}^2) \\
 G &= L_{aq} * (L_{ad} * L_D - L_{md}^2)
 \end{aligned}$$

Liite 5. Koelaitteiston ominaisuuksia (valmistajan antamia).

<b>Nimellisvirta</b>	7.2 A
<b>Maksimivirta</b>	19.1 A
<b>Resistanssi (liittymäpisteessä)</b>	4.8 $\Omega$
<b>Induktanssi (liittymäpisteessä)</b>	20 mH
<b>Nopeus (maks.)</b>	4.7 m/s
<b>Napajako (<math>\tau</math>)</b>	15 mm
<b>Ominaisvoima</b>	675 N
<b>Maksimivoima</b>	1650 N
<b>Pysyvä vetovoima (magneettien ja roottorin välillä)</b>	3980 N
<b>Huipputeho</b>	8690 W
<b>Ominaisteho</b>	3910 W