

LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO

Teknillinen tiedekunta

Konetekniikan koulutusohjelma

Teräsrakenteiden laboratorio

BK10A0400 Kandidaatintyö ja seminaari

PIENAHITSIEN STAATTISEN KESTÄVYYDEN MITOITUS PERINTEISESTI JA ERI
REUNAehtoihin perustuvilla parannetuilla mitoitusmalleilla

STATIC STRENGTH DESIGN OF FILLET WELDS WITH CONVENTIONAL
METHODS AND NEW IMPROVED DESIGN METHODS BASED ON DIFFERENT
BOUNDARY CONDITIONS

Lappeenrannassa 10.10.2012

Timo Penttilä

0312072

SISÄLLYSLUETTELO

SYMBOLI- JA LYHENNELUETTELO

1	JOHDANTO	4
2	PIENAHITSI	5
2.1	Käyttö rakenteissa ja tyyppijako toiminnan perusteella	8
2.2	Pienahitsin a-mitan määrittäminen	10
2.3	Pienahitsin laatu ja rajoitukset	12
3	PIENAHITSIN MITOITUS PERINTEISESTI	15
3.1	Kylkipienahitsin mitoittaminen	17
3.2	Otsapienahitsin mitoittaminen	19
4	MITOITUS SUURIMMAN YHDISTETYN JÄNNITYKSEN MUKAAN	23
4.1	Tasakylkinen otsapienahitsi	23
4.2	Erikylkinen otsapienahitsi	25
5	VOIMATASAPAINON HUOMIOON OTTAMINEN MITOITUKSESSA	33
5.1	Tasaiset jännitys jakaumat tasakylkisessä hitsissä	34
5.2	Tasaiset jännitys jakaumat erikylkisessä hitsissä	37
5.3	Kolmiomaiset jännitys jakaumat tasakylkisessä hitsissä	40
5.4	Kolmiomaiset jännitys jakaumat erikylkisessä hitsissä	42
6	ERI MITOITUSMALLIEN VERTAILUA	45
7	ERI LUJUUKSIEN HUOMIOON OTTAMINEN MITOITUKSESSA	50
7.1	Kylkipienahitsit	50
7.2	Otsapienahitsit	52
8	JOHTOPÄÄTÖKSET	57
	LÄHTEET	59
	LIITTEET	

SYMBOLI- JA LYHENNELUETTELO

a	pienahitsin a-mitta [mm]
A_w	pienahitsin laskentapinnan pinta-ala [mm ²]
$A_{w,cs}$	pienahitsin poikkipinta-ala (weld, cross section) [mm ²]
b	vakiotermi suoran yhtälössä
c	kolmion hypotenuusan pituus [mm]
F	liitokseen tai rakenteeseen kohdistuva kokonaisvoima [N]
F_w	yhteen hitsiin kohdistuva voima [N]
F_{\perp}	hitsin laskentapintaan nähden kohtisuora voimakomponentti [N]
F_{\parallel}	hitsin laskentapinnan suuntainen voimakomponentti [N]
F_{pri}	hitsiin kohdistuva primaarinen voima, sama kuin F_w [N]
F_{sek}	hitsin staattisen tasapainon ylläpitävä sekundaarinen voima [N]
f_u	murtolujuus (yleensä liitoksen heikomman perusaineen) [N]
f_{eu}	hitsiaineen murtolujuus [N/mm ²] tai [MPa]
h	erikylkisen pienahitsin kateettimitan ja tasakylkisen pienahitsin kateettimitan erotus [mm]
k	tasakylkisen pienahitsin kateettimita tai suoran kulmakerroin [mm]
k_1 ja k_2	erikylkisen pienahitsin kateettimitat [mm]
l	hitsin pituus (efektiivinen) [mm]
O	pienahitsin juureen asetettu origo
O_1	pienahitsin momenttitasapainon laskennassa käytetty siirretty origo
s	kulmassa α olevan laskentatason pinta-alan A_w toinen sivu [mm]
VMVEH	vakiomuodonvääristymisenergiähypoteesi
x_{pri} ja y_{pri}	hitsin primaarivoiman sijainnin kateetilla osoittavat koordinaatit [mm]
x_{sek} ja y_{sek}	hitsin sekundaarivoima sijainnin kateetilla osoittavat koordinaatit [mm]
α	hitsin laskentapinnan ja perusaineen pinnan välinen kulma [°]
β	apukulma [°]
β_w	korrelaatiokerroin, kuvaa perusaineen ja hitsin murtolujuuksien suhdetta
γ_{M2}	osavarmuusluku
θ	erikylkisen pienahitsin kateetti-poikkeaman määrittävä kulma [°]
σ_{\perp}	hitsin laskentapintaan nähden kohtisuora normaalijännityskomponentti [N/mm ²]
σ_{\parallel}	hitsin pituusakselin suuntainen normaalijännitys [N/mm ²]
τ_{\perp}	hitsin laskentapinnan leikkausjännityskomponentti, poikittaisvoimasta [N/mm ²]
τ_{\parallel}	hitsin laskentapinnan leikkausjännityskomponentti, pitkittäisvoimasta [N/mm ²]

1 JOHDANTO

Pienahitsit ovat yleisimpiä hitsausliitostyyppisiä. Pienahitsien staattisen kestävyysmitoitustuksen perustuu Eurokoodi 3:n ohjeistukseen, joka määrää pienahitsin laskentapinnan a-mitan perusteella. Käytännön kokeissa on kuitenkin havaittu, että poikittain kuormitetuissa pienahitseissa vauriot eivät yleensä muodostu a-mitan määräämälle tasolle vaan loivempaan kulmaan. Voidaan siis päätellä, että oletus a-mitasta vauriokohtana on virheellinen. Yleensä analyytisesti mitoitettujen hitsien kestävyys on kuitenkin varmallalla puolella, joten virheellisestä mitoituseriaatteesta ei ole haittaa. Tosin lujempien terästen ja hitsauslisäaineiden muodonmuutoskyky on heikompi verrattuna perinteisiin rakenneteräksiin, minkä takia marginaalit ovat vähäisempiä. Tämä tuo uusia haasteita mitoituksen suhteen.

Vauriot hitsausliitoksissa voivat myös esiintyä perusaineen puolella tai hitsin ja perusaineen välisellä sularajalla. Asiaa edistää se, että nykyisin rakenneterästä ja hitsauslisäaineita on saatavilla laajemmalla lujuusalueella ja hitsin lujuus voi liitoksessa olla huomattavasti korkeampi kuin heikomman perusaineen. Tällöin mitoituksen tulisi kohdistua vauriokohdan mitoitukseen eikä hitsin mitoitukseen, jotta periaate olisi oikea.

Tämän kandidaatintyön tavoitteena on tarkastella pienahitsien mitoitusta syvällisemmin pohjautuen suurimpaan yhdistettyyn jännitykseen mielivaltaisella laskentatasolla ja selittää tähän pohjautuen käytännössä havaitut loivemmat vauriokulmat. Tarkastelun pohjalta on luotu perinteisestä eroavia mitoitussmalleja, jotka ovat teoreettisesti oikeampia kuin perinteinen. Eri reunaehdoilla johdettuja mitoitussmalleja verrataan perinteiseen ja tuodaan esille niiden hyviä ja huonoja puolia. Mitoitusmallit on johdettu myös erikylkiset hitsit kattaviksi ja tuotu esille kateettipoikkeaman mahdollisia hyötyjä. Lisäksi käsitellään eri lujuuksien huomioon ottamista hitsien mitoitamisessa.

Työ on tehty Lappeenrannan teknillisen yliopiston teräsrakenteiden laboratoriossa ja liittyy osittain suurlujuusterästen hitsauksiin liittyviin tutkimuksiin.

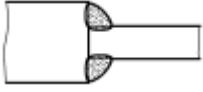
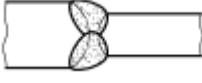

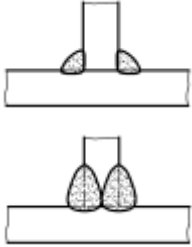
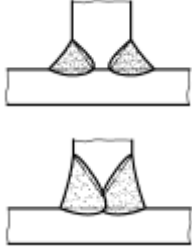

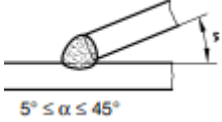
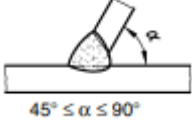
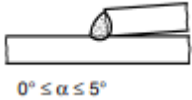
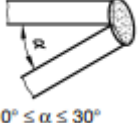
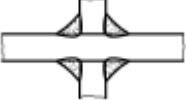

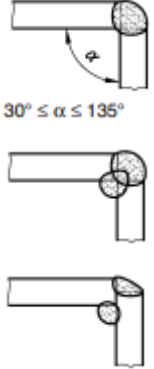
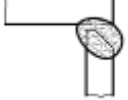
2 PIENAHITSI

Varsinaista tarkkaa määrittelyä pienahitsille ei taida olla esitetty kirjallisuudessa, mutta yleensä pienahitsi mielletään kahden toisiaan kohtisuoraan olevan railopinnan yhdistäväksi hitsausliitokseksi. Railopinnat muodostuvat yhteen liitettävien rakenneosien muodostaman geometrian perusteella ja tätä kutsutaan liitosmuodoksi. On huomattava, että sama liitosmuoto voi olla toteutettavissa erilaisilla hitsausliitostyypeillä, eikä välttämättä aina ole täysin selvää onko hitsausliitos piena- tai esimerkiksi päittäisliitos. Hitsausliitosten monikielinen kuvallinen sanasto on esitetty standardissa SFS-EN ISO 17659, jossa on myös esimerkkitapauksia erilaisista liitosmuodoista ja hitsausliitostyypeistä. Taulukkoon 2.1 on kerätty vertailun vuoksi muutamia erimerkkitapauksia standardin pohjalta.

Taulukossa 2.1 on erilaisia liitosmuotoja ja näiden toteutus erilaisilla hitsausliitostyypeillä. Hitsausliitoksen tyyppi voi liitosmuodosta johtuen olla yhdistelmä erilaisista hitsausliitostyypeistä tai se voi olla näiden välinen rajatapaus, jolle on mahdollisesti oma erikoisnimensä kuten reunaliitos. Reunaliitoksessa oleva hitsi on standardin mukaan nimeltään reunahitsi, mikä on ymmärrettävää, koska se ei varsinaisesti ole pienahitsi eikä päittäishitsi.

Erilaiset esimerkkitapaukset on järjestelty taulukkoon standardissa esiintyvien kuvausten perusteella. Suomenkielisissä kuvauksissa on selkeästi ero pienahitsin ja läpihitsatun tai osittain läpihitsatun liitoksen välillä, mutta englanninkielisissä kuvauksissa käytetään näiden lisäksi myös termiä päittäishitsi (butt weld), tästä johtuen se on tuotu esille taulukon otsikkoalueessa (sarake 3). Suomenkielisessä hitsausterminologiassa päittäishitsi-termiä ei välttämättä käytettäisi samoista liitoksista kuin englanninkielessä. Esimerkiksi taulukossa esitetty läpihitsattu ristiliitos on englanniksi ”Full penetration butt welded from both sides” ja suomeksi vain ”Molemmilta puolin läpihitsattu”. Esimerkin mukaiseen hitsausliitostyyppiin voidaan myös viitata railotyypin perusteella. Tällöin ristiliitoksen hitseistä saataan käyttää nimitystä K-hitsi, mikä viittaa esivalmistettuun K-railoon. Hitsausliitoksiin liittyvä terminologia ei siis ole aivan täysin määrätty ja sekaannuksia saattaa ilmentyä.

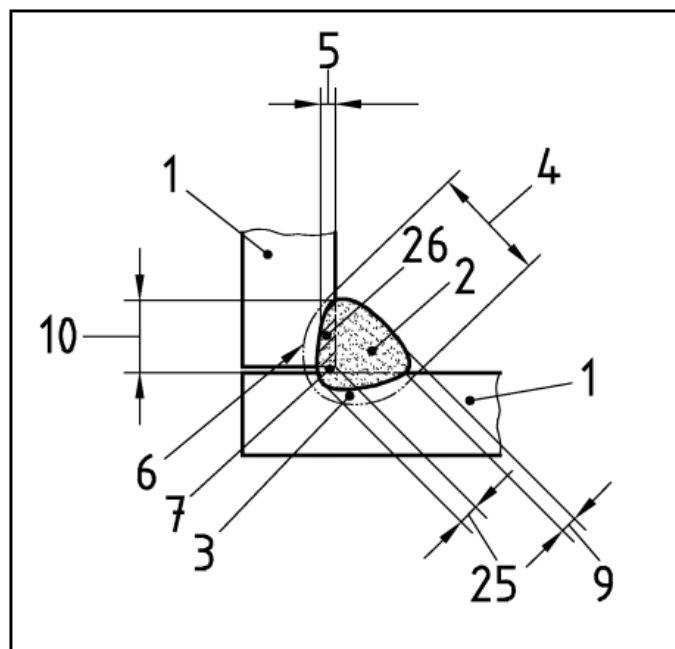
Taulukko 2.1. Erilaisia liitosmuotoja ja hitsilajeja [pohjautuu mukaillen lähteeseen (SFS-EN ISO 17659, 2004, s. 25–29)].

Liitosmuoto	Hitsilaji (hitsausliitostyyppi)		
	Pienahitsi	Osittain tai täysin läpihitsattu ”päittäishitsi”	Yhdistelmähitsi tai epämääräinen hitsilaji
Päittäisliitos			
T-liitos			
Kulmaliitos	 $5^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	 $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	
Päällekkäisliitos	 $0^\circ \leq \alpha \leq 5^\circ$		
Reunaliitos			 $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$
X-liitos			
Nurkkaliitos	 $30^\circ \leq \alpha \leq 135^\circ$		

Standardissa SFS-EN ISO 17659 on esitetty myös seikkaperäinen terminologia pienahit-
sausliitoksen eri osille ja mitoille. Nämä on esitetty seuraavassa luettelossa ja numerointi
viittaa kuvaan 2.1. Listauksesta on jätetty pois alkuperäisessä olleet kohdat 8 ja 11, hitsin
leveys ja juuren kupu, jotka liittyvät päittäishitsin termistöön eivätkä esiinny pienahitsissä.

1. Perusaine
2. Hitsiaine
3. Muutosvyöhyke
4. Hitsausvyöhyke
5. Sulatunkeuma
6. Sularaja
7. Hitsin juuri
9. Kupu
10. Pienahitsin kyljen leveys, kateettimitta
25. Juuritunkeuma (hitsautumissyvyys)
26. Sulamisvyöhyke

(SFS-EN ISO 17659, 2004, s. 18)



Kuva 2.1. Pienahitsin yhteydessä esiintyvät termit ja mitat (SFS-EN ISO 17659, 2004, s. 18).

Tässä työssä tarkastellaan pienahitsattujen liitosten analyttistä lujuuslaskentaa ja on oleellista tuoda esille, että tarkastelussa ei oteta huomioon mahdollista tunkeumaa ollenkaan. Kuvan 2.1 mukainen juuritunkeuma (25) lisää pienahitsin lujuutta ja se voidaan hyödyntää mitoituksessa, mikäli ennakkoon tehtävillä hitsauskokeilla osoitetaan, että tunkeuma on jatkuvasti saavutettavissa (SFS-EN 1993-1-8, 2005, s. 45). Muut olennaisimmat käsitteet pienahitseihin liittyen ovat tämän työn kannalta perusaine (1), hitsiaine (2), kateettimitta (10) ja pienahitsin a-mitta, jota käsitellään tarkemmin kappaleessa 2.2.

2.1 Käyttö rakenteissa ja tyyppijako toiminnan perusteella

Pienahitsin mitoittamisessa ja vaatimuksia määritettäessä on oleellista tietää hitsausliitoksen tyyppi toiminnallisuuden perusteella. Hitsausliitoksia on rakenteissa eri käyttötarkoituksissa, joiden perusteella hitsausliitokset voidaan jaotella neljään eri tyyppiin. Nämä ovat voimaliitos, kiinnitysliitos, sideliitos ja varusteluhitsi. Tämä jaottelutapa perustuu pohjoismaiseen käytäntöön, eikä kansainvälisessä kirjallisuudessa esiinny vastineita näille (Niemi, 2003, s. 62). Kuvassa 2.2 on esitetty eri liitostyypit.

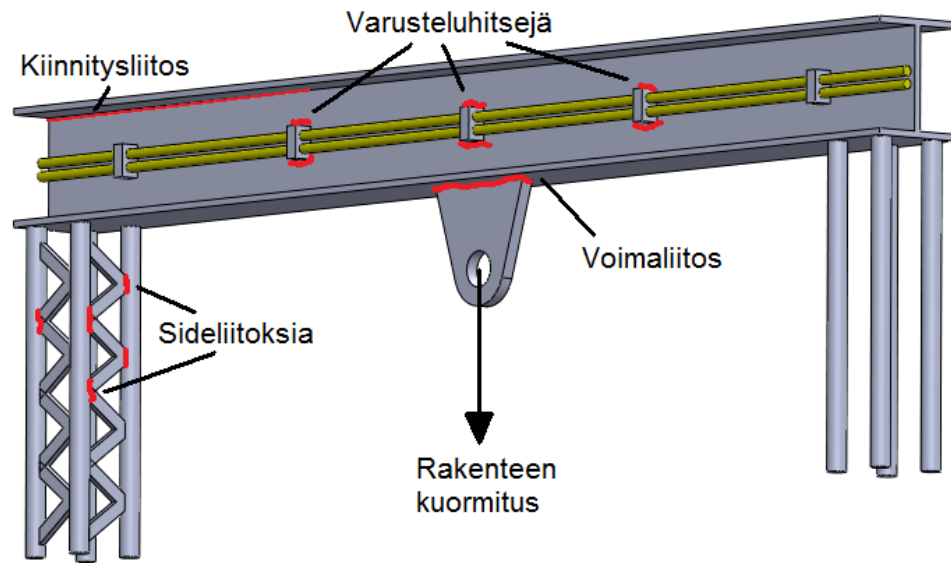
Voimaliitokset, nimensä mukaisesti, välittävät voimasuureita rakenneosasta toiseen. Voimaliitos ikään kuin muodostaa liitettävien osien sarjaankytkennän ja vie rakenteen päävoimat lävitseen. Tästä johtuen voimaliitokset yleensä mitoitetaan tasalujiksi liitettävien rakenneosien kanssa. (Niemi, 2003, s. 62) Pienahitsejä käytetään yleisesti voimaliitoksissa, mutta tapauskohtaisesti voi olla järkevämpää toteuttaa liitos läpihitsattuna kuin pelkillä pienahitseillä, vaikka sama mitoituslujuus saavutetaan molemmilla tavoilla. Läpihitsatuilla liitoksilla on yleensä paremmat väsymiskestävyysominaisuudet ja pienempi lisäainemenekki kuin saman lujuisilla pienahitseillä. Nämä tekijät puoltavat läpihitsattujen liitosten käyttöä.

Kiinnitysliitokset ovat yleensä erilaisten hitsattujen profiilien pituussuuntaisia profiilin koossapitäviä hitsausliitoksia. Kiinnitysliitosten tarkoituksena on saada profiili toimimaan yhtenäisenä ja estää eri osien liukuminen toistensa suhteen. Yleensä kiinnitysliitoksia ei mitoiteta tasalujiksi liitettävien osien kanssa, vaan hitsausliitos mitoitetaan ulkoisesta kuormasta hitsiin aiheutuvan leikkausjännityksen mukaan. Kiinnitysliitoksiin syntyy pituussuuntaisia leikkausjännityksiä liukumien estymisestä ja nämä ovat kiinnitysliitosten primarisia jännityksiä. Pienahitsejä käytetään yleisesti kiinnitysliitoksissa, esimerkiksi

kotelo- ja I-palkkien uuma- ja laippalevyjen liittämiseen. Väsyttävästi kuormitetuissa rakenteissa läpihitsaus molemmilta puolilta voi olla taas välttämätöntä riittävän juuren puolen väsymiskestävyyden saavuttamiseksi. Tällöin rakenteen sisään ei jää alkusäröjä esimerkiksi polttoleikatusta reunasta. Joissain konstruktioissa kiinnityshitsit saattavat toimia myös voimahitseinä, jolloin läpihitsaus on myös perusteltua. Esimerkiksi nosturipalkeissa pituussuuntaiset hitsit voivat välittää nostovaunun pyöräkuormat laipasta uumalevyihin ja näin ollen ovat myös voimahitsejä. (Niemi, 2003, s. 62–64)

Sideliitoksilla tarkoitetaan sellaisia hitsausliitoksia, joilla liitetään profiileihin niiden epästabiiliusilmiöitä ehkäiseviä sideosia. Esimerkiksi kuvan 2.2 mukaisten pilareiden välilevyt sitovat pystysuuntaiset profiilit yhteen ja lyhentävät näin nurjahtavien osien pituutta, jolloin rakenne kestää enemmän puristuskuormitusta nurjahtamatta. Sideliitoksiin ei kohdistu varsinaisia kuormituksia rakenteen päävoimista, mutta rakenteen alkukäyrydestä tai epästabiiliudesta johtuen päävoimat aiheuttavat sekundaarisia kuormituksia, joiden mukaan sideliitokset mitoitetaan. Yleensä tämän sekundaarisen voiman suuruus määritetään päävoimasta tietyn suunnitteluohjeen perusteella ja hyvä lähtökohta on n. 2 % suuruusluokkaa nimellisesti suoralle rakenteelle, jos tarkempia ohjeistuksia ei ole käytettävissä. (Niemi, 2003, s. 64)

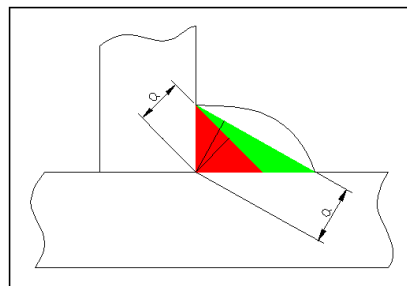
Varusteluhitseillä kiinnitetään varsinaiseen rakenteeseen erilaisia varusteluosia. Näitä ovat esimerkiksi kiinnikkeet kaiteita, tikkaita, putkistoja ja kaapelointeja varten. Varusteluhitsejä ei mitoiteta kuormitusten perusteella, mutta suunnittelussa on otettava huomioon, ettei päärakenteen ominaisuuksia pilata varusteluhitseillä. Esimerkiksi väsymislujuus, hauras-murtumavaara ja muut hitsien tuomat ongelmat on otettava huomioon varusteluhitsien paikkoja ja mitoitusta suunniteltaessa. (Niemi, 2003, s. 64)



Kuva 2.2. Eri hitsausliitostyyppit kuormitetussa rakenteessa.

2.2 Pienahitsin a-mitan määrittäminen

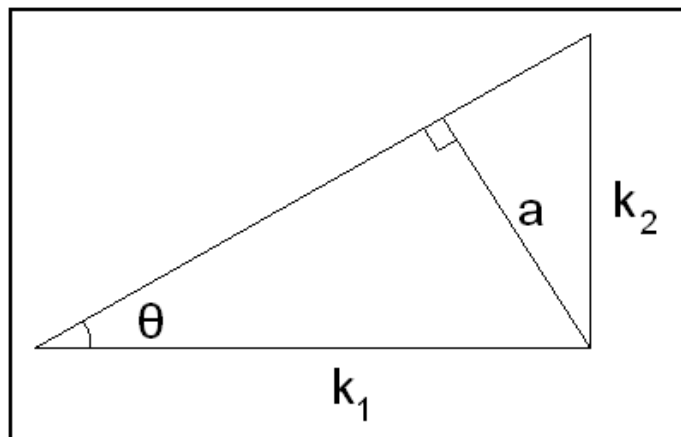
Pienahitsin a-mitta on aikaisemmin määritelty standardin SFS 3052 mukaan hitsin sisään piirretyn tasasivuisen kolmion korkeutena (Niemi & Kemppi, 1993, s. 14). Koska hitsin mitoitus perustuu a-mittaan, tämän määrittelyn perusteella ideaalinen hitsin muoto on tasasivuinen kolmio, ns. tasahitsi. Tällöin hitsin poikkipinta-ala ja näin myös tilavuus ovat pienimmillään a-mitan funktiona. Nykyisten ohjeistuksien mukaan (SFS EN 1993-1-8, 2005, s. 45) hitsin efektiivinen a-mitta määritetään hitsin sisään piirretyn suurimman kolmion korkeutena. Tässä tapauksessa kolmio saa olla tasa- tai erikylkinen. Tämän ansiosta mahdollinen kateettipoikkeama tuo hitsin a-mittaa lisää verrattuna aikaisempaan määrittämistapaan, lisäksi hitsin a-mitan määrittämisen leikkaustason kulma perusaineeseen nähden ei ole enää perinteinen 45° . Kateettipoikkeama on hitsausvirhe, ellei hitsiä ole suunniteltu erikylkiseksi. Kirjallisuudessa ei liiemmin käsitellä erikylkisiä hitsejä, joten voidaan päätellä, että yleisesti pyritään tasakylkisiin hitseihin. Kuvassa 2.3 on vertailtu hitsin a-mitan määrittämisessä.



Kuva 2.3. Pienahitsin a-mitan vertailua eri määrittästavoin.

Kuvassa 2.3 on kupupienahitsi, jonka a-mitta on määritetty kahdella eri tavalla. Punaisella piirretty tasasivuinen kolmio on aikaisemman määrittystavan mukainen ja vihreällä piirretty erisivuinen kolmio nykyisen tavan mukainen. Kolmioiden sisälle on merkitty mustalla viivalla määritetty a-mitta. Aikaisemmalla määrittystavalla hitsin a-mitta jää pienemmäksi, koska hitsin kateettipoikkeamaa ei hyödynnetty a-mitassa.

Käytännössä hitsin a-mitta voidaan määrittää valmiista hitsistä esimerkiksi pienahitsin a-mittan mittaamiseen tarkoitetulla työkalulla. Näitä mittatyökaluja on erilaisia ja niiden käytettävyys vaihtelee liitostyyppin ja hitsin muodon mukaan. Jos pienahitsin a-mitta halutaan määrittää tarkasti, voidaan se tehdä hitsausliitoksen poikkipinnasta otetusta hieestä. Tähän voidaan sovittaa kuvan 2.3 mukaiset kolmiot, jolloin hitsin muoto (kupumainen tai kovera) tulee varmasti otettua huomioon oikein. On olemassa myös erilaisia optisia mittalaitteita, joiden avulla voidaan määrittää hitsin poikkipintaprofiili ainetta rikkomatta ja tähän sovitetaan a-mittan määrittämiseksi käytettävä kolmio. Pienahitsin ollessa tasainen tai kupumainen voidaan a-mitta määrittää laskennallisesti kateettimittojen perusteella. Oletetaan, että kateettimitat k_1 ja k_2 ovat mitattu ja hitsin sisään sovitettavat kolmio muodostuu kuvan 2.4 mukaisesti.



Kuva 2.4. Pienahitsin sisään piirretyn kolmion geometria.

Pienahitsin a-mitta määräytyy hitsin juuresta kolmion hypotenuusalle piirrettynä lyhimpänä etäisyytenä ja on kohtisuorassa hypotenuusaan nähden. Seuraavien yhtälöiden mukaiset geometriset riippuvuudet saadaan kuvan 2.4 pohjalta:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{k_2}{k_1} \quad (2.1)$$

$$a = k_1 \cdot \sin \theta \quad (2.2)$$

Kun yhtälö 2.1 sijoitetaan yhtälöön 2.2, saadaan a esitettyä kateettien k_1 ja k_2 avulla:

$$a = k_1 \cdot \sin \left(\tan^{-1} \frac{k_2}{k_1} \right) \quad (2.3)$$

Yhtälöllä 2.3 saadaan nyt laskettua hitsin a-mitta mitattujen kateettimittojen perusteella. Pienahitsin a-mitta voidaan laskea kateettimitoista myös toisella tavalla. Kuvan 2.4 kolmion pinta-ala on laskettavissa seuraavalla kaavalla:

$$A_{w,cs} = \frac{1}{2} k_1 \cdot k_2 \quad (2.4)$$

Toisaalta kolmion pinta-ala voidaan esittää myös seuraavan kaavan avulla:

$$A_{w,cs} = \frac{1}{2} a \cdot c \quad (2.5)$$

Jossa c on kolmion hypotenuusan pituus. Hypotenuusan pituus saadaan laskettua Pythagoraan lauseella kateettien pituuksien avulla seuraavan kaavan mukaisesti:

$$c = \sqrt{k_1^2 + k_2^2} \quad (2.6)$$

Yhdistämällä yhtälöt 2.4, 2.5 ja 2.6 saadaan a-mitan lauseke:

$$a = \frac{k_1 k_2}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} \quad (2.7)$$

Jos hitsissä ei ole kateetti-poikkeamaan, eli kateettien pituudet ovat yhtä suuret, sievenevät yhtälöt 2.3 ja 2.7 muotoon:

$$a = \frac{k}{\sqrt{2}} \quad (2.8)$$

2.3 Pienahitsin laatu ja rajoitukset

Pienahitseihin liittyy mitoituksellisia ja hitsausteknisiä rajoitteita. Tässä työssä tarkastellaan Eurokoodi 3:n (SFS-EN 1993-1-8, 2005) mukaista hitsien mitoittamista. Eurokoodi 3:ssa on esitetty mm. seuraavat ehdot ja rajoitukset:

- Materiaaleina standardin EN 1993-1-1 mukaiset hitsattavat rakenneteräkset
- Ainepaksuus vähintään 4 mm
- Pienahitsin liitospintojen välinen kulma on $60^\circ \dots 120^\circ$. Alle 60° :en kulmat sallitaan, mutta tarkastelu on suoritettava osittain läpihitsattuna päittäishitsinä. Yli 120° :n kulmassa olevien hitsien kestävyys on määritettävä kokeellisesti.

- Hitsi mitoitetaan tehollisen pituuden perusteella. Esimerkiksi aloitus- ja lopetuskohdat vähennetään pois tehollisesta pituudesta.
- Hitsejä, joiden tehollinen pituus on alle 30 mm tai 6 kertaa a -mitta, ei käsitellä voimaa siirtävinä.
- Efektiivinen a -mitta on vähintään 3 mm ja se määritetään edellisessä kappaleessa esitetyllä tavalla. Tunkeuma voidaan myös lisätä efektiiviseen a -mittaan, jos hitsauskokein pystytään esittämään sen jatkuva saavutettavuus.
- Liitettäessä eri lujuusluokan teräksiä käytetään laskennassa alemman lujuusluokan teräksen arvoja.

(SFS-EN 1993-1-8, 2005, s. 41–46)

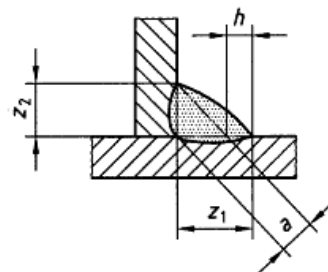
Eurokoodi 3:ssa on lisäksi maininta, että riittävä hitsiluokka on yleensä C standardin SFS-EN ISO 5817 mukaisesti. Hitsiluokan saavuttamiseksi hitsissä esiintyvien virheiden määrän pitää olla sallittujen raja-arvojen sisällä. Tässä työssä käsiteltävä kateettipoikkeama lasketaan myös hitsausvirheeksi, jos pyritään tasakylkiseen hitsiin. Standardi määrittelee kateettipoikkeamalle raja-arvot eri hitsiluokissa D, C ja B, ja ne ovat seuraavien yhtälöiden mukaiset (SFS-EN ISO 5817, 2006, s. 26):

$$D: h \leq 2 \text{ mm} + 0,2a \quad (2.9)$$

$$C: h \leq 2 \text{ mm} + 0,15a \quad (2.10)$$

$$B: h \leq 1,5 \text{ mm} + 0,15a \quad (2.11)$$

Lausekkeissa mitta h on kuvan 2.5 mukainen erikylkisen ja tasakylkisen hitsin kateetin erotus. Taulukkoon 2.2 on laskettu yhtälöillä 2.9–2.11 eri a -mitoilla sallitut kateettipoikkeamakulman θ arvot, siten että $\theta < 45^\circ$. Taulukosta nähdään, että kulman arvot ovat käytännössä välillä 30–40°.



Kuva 2.5. Kateettipoikkeaman määrittämiseen liittyvät mitat. (SFS-EN ISO 5817, 2006, s. 26)

Taulukko 2.2. Sallitut kateettipoikkeaman arvot kulmina eri a-mitoilla ja hitsiluokilla.

Hitsi- luokka	a-mitta [mm]							
	3	4	5	6	7	8	9	10
D	31,8°	33,8°	35,1°	36,0°	36,7°	37,2°	37,6°	37,9°
C	32,4°	34,4°	35,8°	36,7°	37,4°	37,9°	38,4°	38,7°
B	34,4°	36,1°	37,2°	37,9°	38,5°	38,9°	39,3°	39,5°

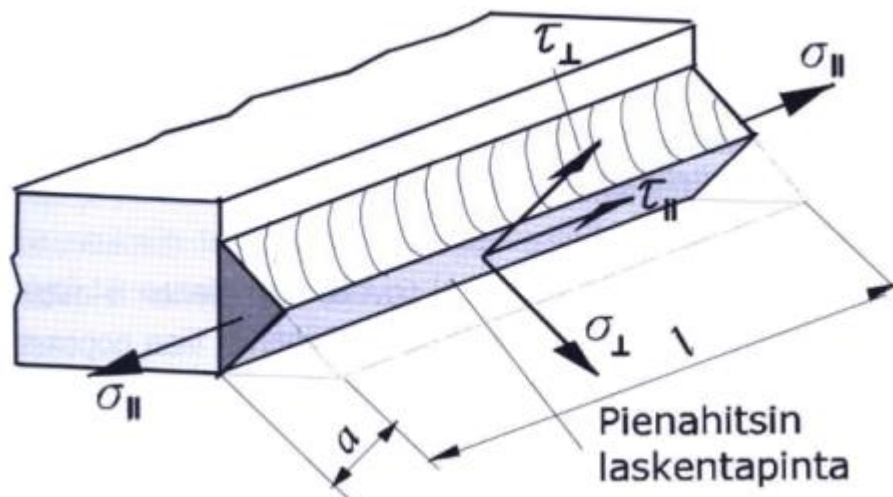
Eurokoodi 3:n mukaisista hitsattavista rakenneteräksistä on esitetty standardissa taulukko, joka kattaa yleisimmät teräset nimelliseen lujuusluokkaan S460 asti. (SFS-EN 1993-1-1, 2005, s. 26) Eurokoodi 3:n osa 12 laajentaa mitoitusstandardien kattavuusaluetta lujuusluokkaan S700 asti tuoden mm. seuraavat lisäehdot hitsausliitoksia koskien:

- Hitsauslisäaineen lujuus voi olla pienempi kuin perusaineen lujuus.
- Alilujia lisäaineita käytettäessä korvataan matalamman perusaineen murtolujuus f_u hitsiaineen murtolujuudella f_{eu} , jonka arvoja ovat esitetty Eurokoodi 3-12:ssa.
- Päällekkäisliitosten pituussuuntaisten pienahitsien pituus saa olla enintään $50a$, ellei jännitysjakautumaa oteta huomioon mitoituksessa. Eurokoodi 3-8:ssa vastaava arvo on $150a$, jonka jälkeen hitsin tehollista pituutta redusoidaan pienennyskerroimella.

(SFS-EN 1993-1-12 + AC, 2007, s. 7-8; SFS-EN 1993-1-8, 2005, s. 51)

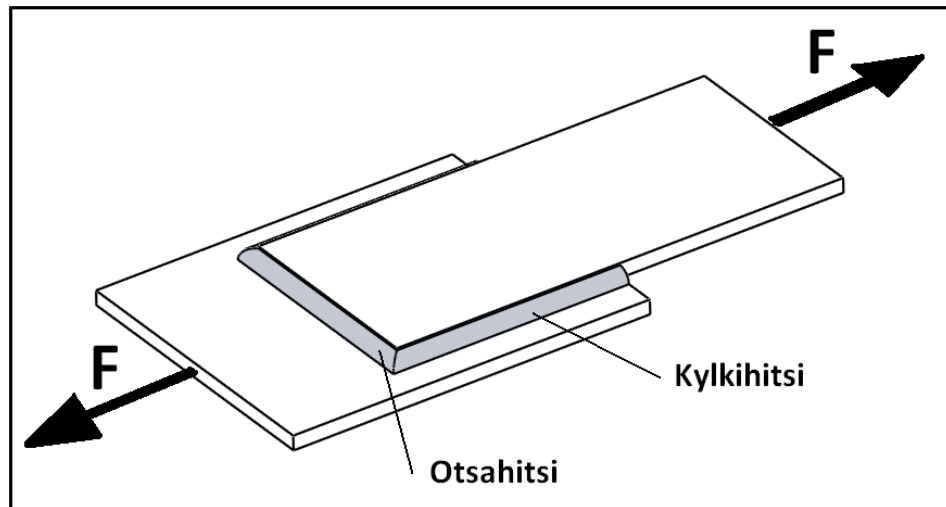
3 PIENAHITSIN MITOITUS PERINTEISESTI

Pienahitsit mitoitetaan yksinkertaista tai tarkempaa mitoitustapaa käyttäen. Yksinkertaisessa mitoituksessa hitsiin kohdistuvan voiman oletetaan aina aiheuttavan leikkausjännitystä a-mitan määräämässä laskentatasossa. Tarkemmassa mitoitustavassa hitsiin kohdistuva voima jaetaan komponentteihin. Voimakomponentit jaetaan a-mitan määräämällä laskentapinta-alalla ja näin saadaan vastaavat jännityskomponentit, jotka yhdistetään vakio muodonvääristymisenergiyahypoteesin (VMVEH), eli von Misesin hypoteesin, avulla vertailujännitykseksi. Kuvassa 3.1 on esitetty pienahitsin jännityskomponentit, joita käytetään tarkemman laskennan yhteydessä. Aksiaalijännitystä σ_{\parallel} ei oteta huomioon, koska sen merkitystä hitsin kestävyuden kannalta pidetään sekundaarisena. (Niemi, 2003, s. 68–69)



Kuva 3.1. Pienahitsin laskentapinta ja siihen vaikuttavat jännityskomponentit. (Niemi, 2003, s. 68)

Pienahitsit jaetaan kuormituksen suunnan mukaan kylki- ja otsahitseihin. Kylkihitsissä kuormittava voima on hitsin pituusakselin suuntainen ja aiheuttaa pääosin leikkausjännitystä. Kylkihitsien mitoituksessa saadaan sama laskennallinen a-mitta käytettäessä yksinkertaista tai tarkempaa mitoitustapaa (Niemi, 2003, s. 69). Otsahitseissä kuormittava voima on kohtisuorassa hitsin pituusakseliin nähden. Otsahitsit voidaan mitoittaa kumpaankin tapaan perustuen, mutta yksinkertainen tapa johtaa ylimitoitukseen. Kuvassa 3.2 on selvitetty otsa- ja kylkihitsien periaatteellinen ero.



Kuva 3.2. Otsahitsi ja kylkihitsi voiman F kuormittamassa levyjen päällekkäisliitoksessa.

Tarkemman mitoitus-tavan mukaan pienahitsin jännityskomponenttien tulee täyttää yhtälöiden 3.1 ja 3.2 mukaiset ehdot. (SFS EN 1993-1-8, 2005, s. 46).

$$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3\tau_{\perp}^2 + 3\tau_{\parallel}^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}} \quad (3.1)$$

$$\sigma_{\perp} \leq 0,9 \frac{f_u}{\gamma_{M2}} \quad (3.2)$$

Joissa σ_{\perp} , τ_{\perp} ja τ_{\parallel} ovat kuvan 3.1 mukaiset hitsin jännityskomponentit, f_u on heikomman liitettävän osan vetomurtolujuuden nimellisarvo, γ_{M2} on osavarmuusluku, jonka suositeltava arvo on 1,25 (SFS-EN 1993-1-8, 2005, s. 25) ja β_w on ns. korrelaatiokerroin mikä kuvaa perusaineen ja hitsiaineen lujuuksien suhdetta. Korrelaatiokertoimen arvoja on esitetty Eurokoodi 3:n taulukossa 4.1 (SFS-EN 1993-1-8, 2005, s. 47).

Yhtälössä 1 juuritermi on von Misesin hypoteesin mukainen vertailujännitys hitsin a-mitan määräämässä laskentatasossa. Tämän jännityksen tulee olla pienempi tai samansuuruinen ns. redusoidun murtolujuuden kanssa. Koska murtolujuuden arvona käytetään mitoitus-säännön mukaan aina heikoimman liitettävän osan murtolujuuden nimellisarvoa laskenta-pinnan ollessa kuitenkin hitsissä, on mitoitus-tapa periaatteen kannalta ristiriitainen. Vaikka kerroin β_w redusoi perusaineen lujuuden hitsiaineen lujuudeksi (Niemi, 2003, s. 68), ei tä-

mä redusointi välttämättä toteudu eripariliitoksessa, jossa hitsiaineen lujuus on valittu lujuusluokan perusaineen mukaisesti. Valitaan esimerkiksi liitettäväksi perusaineiksi rakenneteräkset S235 ja S460. Vastaavat murtolujuudet ovat 360 MPa ja 570 MPa ja β_w -kertoimet 0,8 ja 1,0. (Niemi, 2003, s. 68–69) Tällöin hitsiaineen perusaineesta redusoitu lujuus on kaavan 3.3 mukainen.

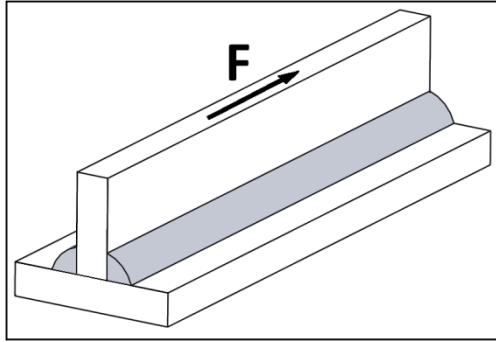
$$f_{u,hitsi} = \frac{f_{u,perusaine}}{\beta_w} = \frac{360 \text{ MPa}}{0,8} = 450 \text{ MPa} \quad (3.3)$$

Jos hitsausliitoksen lisäaine on valittu korkeamman lujuusluokan teräksen mukaan, on sen oltava lujuusarvoiltaan vähintään vastaavaa. Tällöin hitsin lujuus on todellisuudessa suurempi kuin kaavan 3.3 mukainen, jota laskennassa käytetään. Tämä voi johtaa hitsien ylimitoitukseen, kun liitettävillä perusaineilla on eri lujuus ja kuormituksen suunta on suotuisen heikomman perusaineen suhteen.

Pienahitsin jännityskomponentit määräytyvät rakenteen kuormituksen ja pienahitsin laskentapinnan kulman mukaan. Perinteiselle tasasivuisen kolmion muotoiselle hitsille laskentapinta on liitettäviin perusaineisiin nähden 45° kulmassa. Kuten aiemmin on tuotu ilmi, sallivat nykyiset mitoitusohjeet myös erikylkisen kolmion käyttämisen hitsin a-mitan määrittämisessä. Tällöin hitsin laskentapinnan kulma perusaineisiin nähden eroaa perinteisestä.

3.1 Kylkipienahitsin mitoittaminen

Kuvassa 3.3 on esitetty T-liitos, jota kuormitetaan voimalla F . Idealisoituna voima aiheuttaa ainoastaan leikkausjännitystä hitsiin. Kuvan 3.3 pienahitsi on aikaisemman määrittelyn (kuva 3.2) mukaan kylkihitsi. Lähtökohtaisena oletuksena on, että kuvan 3.3 alalevy on kiinteä rakenneosana ja pystylevyä kuormitetaan voimalla F siten, että se ei aiheuta taivutusmomenttia rakenteeseen.



Kuva 3.3. Leikkausvoimalla F kuormitettu T-liitos.

Kyseisessä kuormitusilanteessa voima F aiheuttaa kuvan 3.1 mukaisista jännityskomponenteista ainoastaan leikkausjännityksen τ_{\parallel} . Hitsissä esiintyy myös aksiaali-jännitystä σ_{\parallel} , mutta sen vaikutusta ei oteta huomioon. Leikkausjännityksen arvo lasketaan a-mitan laskentapinnan perusteella kaavan 3.4 mukaisesti.

$$\tau_{\parallel} = \frac{F_w}{a \cdot l} \quad (3.4)$$

Jossa F_w on hitsiä kuormittava voima, a on hitsin a-mitta ja l on hitsin pituus. Kuvan 3.3 mukaisessa T-liitoksessa, jossa on kaksi pienahitsiä, oletetaan voiman F jakautuvan tasaisesti molemmille hitseille, jolloin F_w on puolet voiman F arvosta. Hitsin pituuden ja a-mitan tulo on pienahitsin laskentapinnan pinta-ala. Oletuksena on, että leikkausjännitys jakaantuu tasaisesti koko pinta-alalle.

Sijoitetaan leikkausjännityksen arvo hitsin mitoitusyhtälöön 3.1 ja asetetaan muut jännityskomponentit nolliksi. Hitsin mitoitusyhtälö supistuu tällöin muotoon:

$$\sqrt{3} \cdot \frac{F_w}{a \cdot l} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}} \quad (3.5)$$

Yhtälö voidaan saattaa seuraavaan muotoon, jota perinteisesti käytetään:

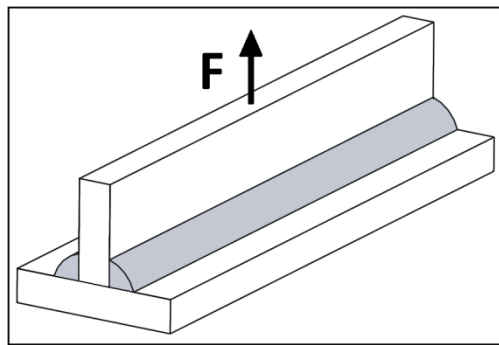
$$a \geq \sqrt{3} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u} \quad (3.6)$$

Kun pienahitsin kuormitus on puhdas leikkausvoima, ei pienahitsin laskentapinnan kulma perusaineeseen nähden vaikuta voimakomponenttien suuruuteen. Jännityskomponenttien suuruus tosin muuttuu laskentapinnan kulman muuttuessa, koska leikkauspinta-ala muuttuu. Pienahitsin a-mitan määrittämisen laskentapinnan pinta-ala on pienin pinta-ala, jolle leikkausvoima kohdistuu ja on tästä syystä mitoittava.

Kateettipoikkeama voidaan ottaa huomioon, mutta sen vaikutus kylkihitseissä on ainoastaan a -mitan muuttuminen. Tästä johtuen sitä ei käsitellä tarkemmin. Otsahitsien mitoittamisessa kateettipoikkeama muuttaa myös laskentapinnalle jaettavien voimakomponenttien suuruuksia ja se on käsitelty seuraavassa kappaleessa tarkemmin.

3.2 Otsapienahitsin mitoittaminen

Kuvassa 3.4 on esitetty T-liitos, jota kuormitetaan voimalla F . Voiman suunnasta johtuen muodostuu hitsin a -mitan määräämään laskentapintaan leikkausjännitystä τ_{\perp} ja kohtisuoraa normaalijännitystä σ_{\perp} (kuva 3.1). Kuvan 3.4 pienahitsi on aikaisemman määrittelyn perusteella otsahitsi (kuva 3.2). Kuvan 3.4 kaltaisessa kuormituksessa voima F ei ensisijaisesti aiheuta hitsin akselin suuntaista normaalijännitystä σ_{\parallel} . Jännityskomponenttia muodostuu kuitenkin rakenteen epäjatkuvuuden aiheuttamasta venymien osittaisesta estymisestä. Aksiaalisuuntaista normaalijännitystä ei oteta huomioon pienahitsin mitoittamisessa.

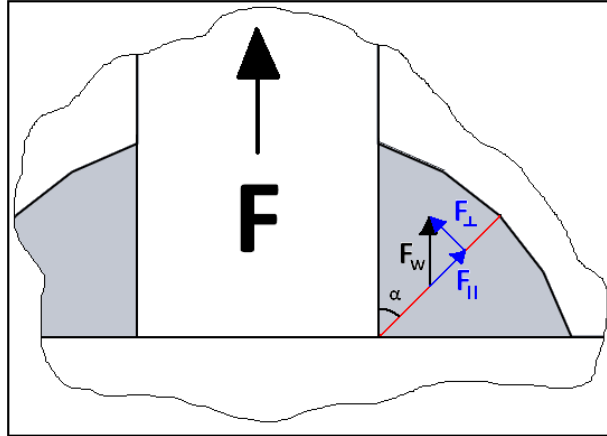


Kuva 3.4. Vetävällä voimalla F kuormitettu T-liitos.

Eurokoodi 3:n mukaan pienahitsit voidaan mitoittaa komponenttimenetelmällä (tarkempi mitoitus tapa) tai yksinkertaistetulla mitoitus tavalla. Yksinkertaistettu mitoitus tapa olettaa voiman F aiheuttavan hitsiin aina leikkausjännitystä voiman suunnasta riippumatta. Tällöin kuvan 3.4 mukaiset pienahitsit voidaan mitoittaa käyttäen aikaisemmin esitettyä yhtälöä 3.6. Tämä johtaa otsahitseissä lievään ylimitoitukseen, mitä ei yleensä koeta suureksi taloudelliseksi menetykseksi (Niemi, 2003, s. 69).

Komponenttimenetelmällä mitoitettaessa hitsiin vaikuttava voima F_w jaetaan hitsin laskentapintaan nähden voimakomponentteihin F_{\perp} ja F_{\parallel} . Voimakomponentti F_{\perp} on hitsin laskentapintaan nähden kohtisuorassa ja F_{\parallel} on laskentapinnan kanssa samansuuntainen. Kuvan

3.4 mukaisessa kuormituksessa voiman F oletetaan jakautuvan tasaisesti molemmille hitsille, joten hitsiä kuormittava voima F_w on puolet voiman F arvosta. Kuvassa 3.5 on esitetty voimakomponenttien muodostuminen.



Kuva 3.5. Voimakomponenttien muodostuminen vetokuormitetussa otsapienahitsissä.

Voimakomponenttien suuruus riippuu pienahitsin laskentapinnan ja perusaineen välisestä kulmasta α . Laskentapintana käytetään yleisesti a-mitan määrittämää pintaa ja tasakylkisen kolmion muotoisessa hitsissä kulmaksi α tulee tällöin 45° . Voimakomponentit määritetään voiman F_w projektioidina:

$$F_{\parallel} = F_w \cos \alpha \quad (3.7)$$

$$F_{\perp} = F_w \sin \alpha \quad (3.8)$$

Voimakomponentit aiheuttavat laskentapinnalle jännitykset:

$$\tau_{\perp} = \frac{F_{\parallel}}{A_w} \quad (3.9)$$

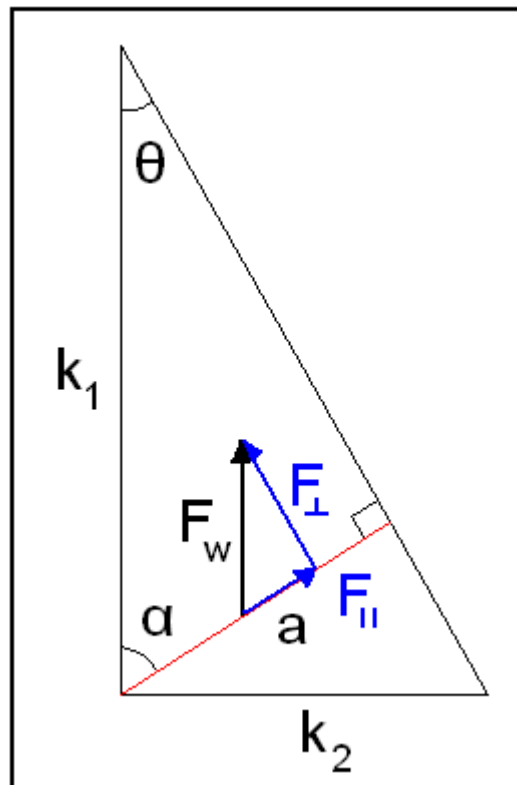
$$\sigma_{\perp} = \frac{F_{\perp}}{A_w} \quad (3.10)$$

Joissa A_w on hitsausliitoksen laskentapinnan pinta-ala. Sijoittamalla voimakomponenttien arvot (yhtälöt 3.7 ja 3.8) yhtälöihin 3.9 ja 3.10 ja nämä edelleen hitsin mitoitusyhtälöön 3.1, sekä asettamalla hitsi tasakylkisen kolmion muotoiseksi, jolloin $\alpha = 45^\circ$ ja $A_w = al$, saadaan perinteinen otsapienahitsin mitoitusyhtälö:

$$a \geq \sqrt{2} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u} \quad (3.11)$$

Kun yhtälöä 3.11 verrataan yhtälöön 3.6, jota voidaan myös käyttää otsapienahitsin mitoitukseen, nähdään yhtälöiden eroavan toisistaan ainoastaan vakiokertoimen kohdalla. Vakio kertoimien suhteesta ($\sqrt{3} / \sqrt{2} \approx 1,225$) nähdään yksinkertaisen mitoitustavan tuottavan n. 23 % isomman a-mitan. Hitsin tilavuudessa tämä tarkoittaa 50 % kasvua.

Kateetti-poikkeama voidaan ottaa huomioon otsahitsin mitoittamisessa komponenttimenetelmällä. Kateetti-poikkeama muuttaa pienahitsin a-mittaa hieman ja laskentapinnan kulma perusaineeseen nähden muuttuu. Kuvassa 3.6 on kuvaan 3.5 verrattavissa oleva kateetti-poikkeaman huomioon ottava geometria ja voimakomponenttien muodostuminen.



Kuva 3.6. Voimakomponenttien muodostuminen vetokuormitetussa otsapienahitsissä, jossa on kateetti-poikkeamaa.

Kappaleessa 2.2 on esitetty kaava 2.2, jolla a-mitta esitetty kateetin k_1 ja kulman θ funktiona. Otetaan huomioon myös, että kulma α on kulman θ komplementti. Kun nämä otetaan huomioon yhtälöissä 3.7–3.10 ja sijoitetaan jännityskomponentit hitsin mitoitusyhtälöön 3.1, saadaan:

$$\sqrt{\left(\frac{F_w \cos \theta}{k_1 l \sin \theta}\right)^2 + 3 \left(\frac{F_w \sin \theta}{k_1 l \sin \theta}\right)^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}} \quad (3.12)$$

Yhtälö 3.12 voitaisiin esittää kateettimitan k_1 suhteen ratkaistuna, jolloin sitä voisi käyttää kateettipoikkeamallisten pienahitsien mitoittamisessa. Kulma θ on tällöin tietysti määrättävä. Yhtälö 3.12 voikin olla järkevämpää esittää voiman F_w suhteen ratkaistuna, jolloin sitä voidaan käyttää geometrialtaan tunnetun pienahitsin kantokyvyn tarkastelemisessa. Näin on tehty yhtälössä 3.13.

$$F_w \leq \frac{\tan \theta}{\sqrt{1 + 3 \tan^2 \theta}} \cdot \frac{f_u k_1 l}{\beta_w \gamma_{M2}} \quad (3.13)$$

Yhtälö 3.13 ottaa huomioon nyt kateettipoikkeamasta aiheutuvan a-mitan laskentataso kulman muuttumisen ja itse a-mitan muuttumisen. Yhtälöä voi käyttää pienahitsien mitoittamiseen, kun kulman θ arvo lukitaan. Tällöin mitoitusyhtälö kateettimitan k_1 suhteen ratkaistuna on:

$$k_1 \geq \frac{\sqrt{1 + 3 \tan^2 \theta}}{\tan \theta} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{f_u \cdot l} \quad (3.14)$$

Mitoitusyhtälö 3.14 on Eurokoodi 3:n mukainen ja soveltuu erikylkisten hitsien mitoittamiseen a-mitalla esiintyvään yhdistettyyn jännitykseen perustuen. Kuten aiemmin on mainittu, yleensä suositaan tasakylkisiä hitsejä. Joissain tilanteissa erikylkisillä hitseillä voidaan saavuttaa parempia ominaisuuksia rakenteissa. Esimerkiksi väsyttävän kuormituksen alaisissa rakenteissa erikylkiset hitsit voivat parantaa väsymiskestävyyttä kriittisellä rajaviivalla, koska niiden geometria aiheuttaa pienemmät jännityshuiput hitsin rajaviivalla verrattuna tasakylkisiin pienahitseihin.

Seuraavaksi tarkastellaan pienahitsin mitoittamista muissa kuin a-mitan määräämässä laskentatasossa. Siirryttäessä pois a-mitalta tarkastelu ei ole enää Eurokoodi 3:n mukainen.

4 MITOITUS SUURIMMAN YHDISTETYN JÄNNITYKSEN MUKAAN

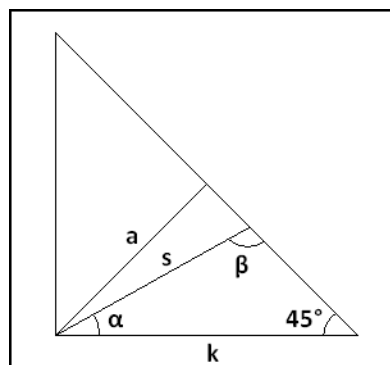
Tasakylkisen otsapienahitsin mitoitusyhtälön 3.11 ja kateetti-poikkeaman huomioon ottavan yhtälön 3.14 johtaminen lähtee siitä oletuksesta, että suurin jännitys muodostuu pienimmälle poikkileikkaukselle, eli a-mitan määrittämälle laskentapinnalle. Leikkausjännityksen ja normaalijännityksen keskinäinen suhde kuitenkin muuttuu, kun ne yhdistetään von Misesin hypoteesilla. Leikkausjännityksen merkitys korostuu ja ei ole enää niin selvää, löytyykö hitsin suurin jännitystila a-mitan määräämältä tasolta. Tarkastellaan seuraavaksi tasakylkisen ja erikylkisen otsapienahitsin mitoitusta mielivaltaisessa kulmassa olevan laskentatason perusteella. Kylkihitsien tarkastelua ei suoriteta, koska jo aiemmin on todettu, että laskentatason kulma ei vaikuta voimakomponenttien muodostumiseen.

4.1 Tasakylkinen otsapienahitsi

Sijoitetaan yhtälöiden 3.9 ja 3.10 mukaisiin jännityskomponenttien yhtälöihin yhtälöiden 3.7 ja 3.8 mukaiset voimakomponentit sekä sijoitetaan jännityskomponentit hitsin mitoitusyhtälöön 3.1. Otetaan myös huomioon, että tarkasteltavan leikkauspinnan pinta-ala on kulman α funktio. Saadaan seuraava yhtälö:

$$\frac{F_w}{A_w(\alpha)} \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}} \quad (4.1)$$

Hitsin leikkauspinnan pinta-ala A_w on hitsin pituuden ja kulman α määräämän mitan s tulo. Kuvassa 4.1 on esitetty geometria, jonka pohjalta voidaan johtaa mitan s riippuvuus kulmasta α ja hitsin a-mitasta.



Kuva 4.1. Geometria, jonka pohjalta mitan s riippuvuus voidaan johtaa a-mitasta ja kulmasta α tasakylkisessä pienahitsissä.

Muodostetaan sinilauseetta käyttäen riippuvuus kolmiosta $(\alpha, \beta, 45^\circ)$ mittojen k ja s sekä kulmien β ja 45° välille. Otetaan huomioon, että kateettimitan k voi esittää a -mitan avulla ja kulman β kulman α avulla. Tällöin saadaan ratkaistua mitta s :

$$s = \frac{a}{\sin(135^\circ - \alpha)} \quad (4.2)$$

Esitetään hitsin leikkauspinnan pinta-ala A_w mitan s ja hitsin pituuden l tulona ja sijoitetaan tämä yhtälöön 4.1. Viemällä mitassa s esiintyvä sini-funktio neliöjuuren alle ja sieventämällä erinäisiä kulmafunktioiden yhteyksiä käyttäen saadaan seuraava yhtälö:

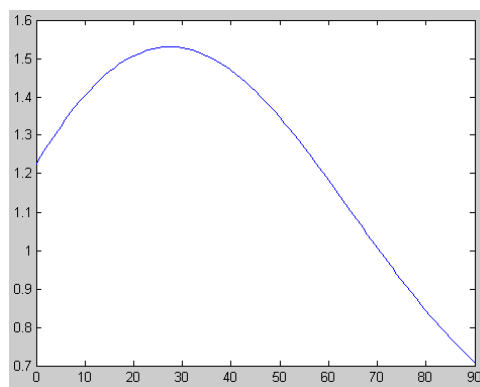
$$\frac{F_w}{a \cdot l} \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}} \quad (4.3)$$

Yhtälö 4.3 voidaan esittää a -mitan suhteen ratkaistuna:

$$a \geq \frac{F_w \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)} \quad (4.4)$$

Yhtälö 4.4 mitoittaa hitsin a -mitan kulmassa α olevan laskentatason mukaan. Sijoittamalla yhtälöön esimerkiksi kulman 45° päädyimme aikaisemmin esitettyyn yhtälöön 3.11. Kiinnostavin asia yhtälössä 4.4 on neliöjuurilauseke, minkä suuruus vaikuttaa suoraan kertomana a -mitan suuruuteen.

Etsitään seuraavaksi millä kulman α arvolla juurilauseke saa suurimman arvonsa. Esittämällä juurilauseke kulman α funktiona välillä $0^\circ \dots 90^\circ$ saadaan kuvan 4.2 mukainen kuvaaja:



Kuva 4.2. Yhtälön 4.4 juurilausekkeen arvot välillä $0^\circ \dots 90^\circ$.

Kuvasta 4.2 nähdään, että juurilausekkeella on lokali maksimi tarkasteluvälillä ja se ei ole 45° :en kohdalla. Eli suurin hitsissä esiintyvä jännitystila ei ole a -mitan määräämässä tasossa kyseisellä kuormituksella. Kulma α , jossa suurin jännitys esiintyy, voidaan ratkaista

juurilausekkeen derivaatan nollakohtan perusteella. Derivoidaan juurilauseke kulman α suhteen:

$$\frac{d}{d\alpha} \left(\sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)} \right) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{d\alpha} [(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)]}{2\sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)}} \quad (4.5)$$

Etsittäessä derivoidun lausekkeen nollakohtia määrää osamäärälausekkeen osoittaja ne, voidaan siis kirjoittaa:

$$\frac{d}{d\alpha} [(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)] = 0 \quad (4.6)$$

Suorittamalla derivointi yhtälölle 4.6 ja sieventämällä käyttäen kulmafunktioiden yhteyksiä, saadaan:

$$2\cos 2\alpha - \sin 2\alpha + \cos 4\alpha = 0 \quad (4.7)$$

Yhtälöä 4.7 ei välttämättä pysty ratkaisemaan suljetussa muodossa (analyttisesti), joten tyydytään numeeriseen ratkaisuun. Numeerisesti yhtälön ratkaisuksi saadaan $\alpha = 27,4019^\circ$.

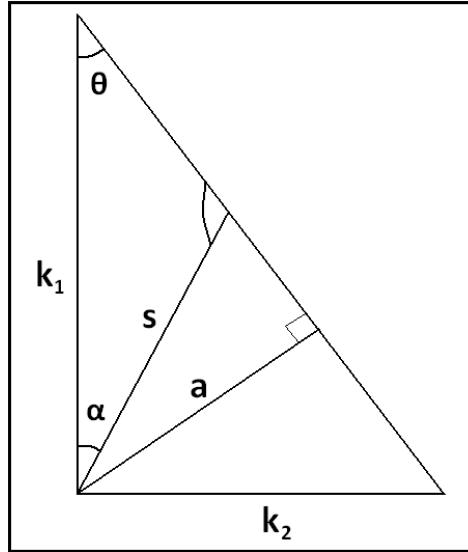
Perinteiseen laskentaan pohjautuen a-mitan määräämä laskentataso ei ole sama kuin taso, jossa suurimmat jännitykset esiintyvät. Tämä johtaa siis hitsien alimitoitukseen, jos ne lasketaan yhtälön 3.11 mukaisesti. Sijoitetaan ratkaistu kulman α arvo tasakylkisen otsapienahitsin mitoitusyhtälön yleiseen muotoon 4.4. Sijoituksen jälkeen saadaan otsapienahitsin mitoitusyhtälö:

$$a \geq 1,53 \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u} \quad (4.8)$$

Vertaamalla tätä yhtälöön 3.11, nähdään että uusi mitoitusyhtälö tuottaa n. 8,2 % suuremman a-mitan ($1,53 / \sqrt{2} \approx 1,0819$).

4.2 Erikyllinen otsapienahitsi

Aikaisemmin esitetty yhtälö 4.1 pätee myös erikylkiselle pienahitsille. Kateettipoikkeama tuo tosin enemmän vapausasteita ja pienahitsin laskentapinta-ala A_w on tällöin muuttujien α ja θ funktio. Kuvassa 4.3 on esitetty erikylkisen pienahitsin geometria, jonka pohjalta laskentatason määräävä mitta s voidaan esittää kateettimitan k_I sekä kulmien α ja θ avulla.



Kuva 4.3. Geometria, jonka pohjalta mitan s riippuvuus voidaan johtaa kateettimitasta k_1 sekä kulmista α ja θ erikylkisessä pienenahitsissä.

Kateettimitan k_1 sekä kulmien α ja θ määäämästä kolmiosta saadaan sinilauseella mitan s lauseke:

$$s = \frac{k_1 \cdot \sin \theta}{\sin(180^\circ - \theta - \alpha)} \quad (4.9)$$

Otetaan huomioon, että $A_w = sl$ ja sijoitetaan tämä yhtälöön 4.1. Tästä saadaan kateettimitan k_1 suhteen ratkaistuna seuraava yhtälö:

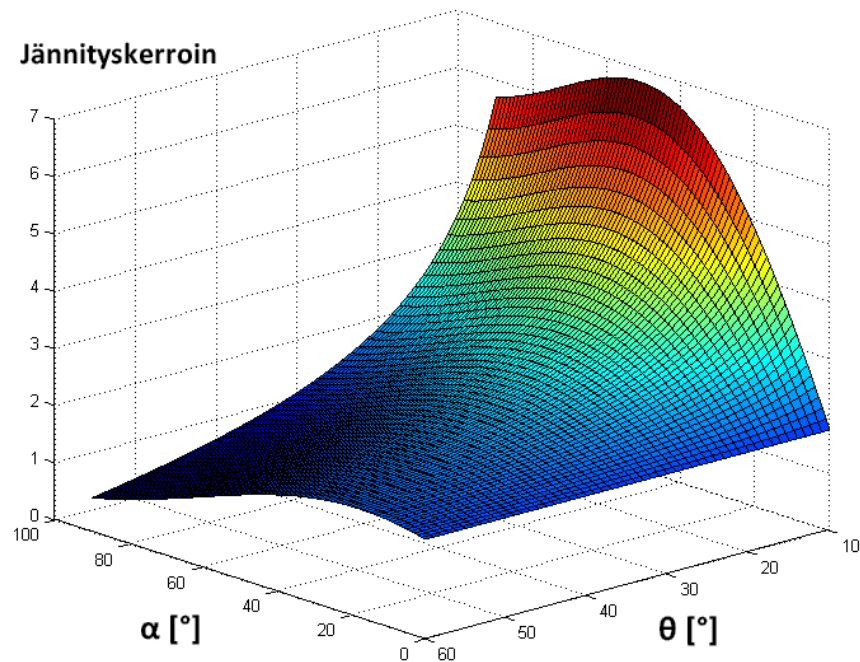
$$k_1 \geq \frac{\sin(180^\circ - \theta - \alpha) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha}}{\sin \theta} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u} \quad (4.10)$$

Tämä sievenee kulmafunktioiden välisiä yhteyksiä käyttäen seuraavaan muotoon:

$$k_1 \geq \left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u} \quad (4.11)$$

Kiinnostavin osa yhtälössä 4.11 on kulmien α ja θ muodostama lauseke, tämä kuvaa laskeentatasossa esiintyvän jännityksen suuruutta. Tarkastellaan ainoastaan tätä jännityskerrointa jatkossa.

Kuvassa 4.4 esitetään jännityskertoimen arvot kulmien α ja θ funktiona. Kuvaaja on piirretty kulman α arvoilla $0 \dots 90^\circ$ ja kulman θ arvoilla $10 \dots 60^\circ$. Tarkasteluvälillä nähdään, että jännityskerroin näyttää saavan maksimiarvon kulman α suhteen jokaisessa kulman θ määäämässä tasossa. Eli voidaan päätellä, että kateettipoikkeaman määäävän kulman θ avulla voidaan esittää kulma α arvo, jolla hitsin suurimmat jännitykset esiintyvät.



Kuva 4.4. Erikylkisen pienahitsin jännityskertoimen arvot kulmien α ja θ funktiona.

Otetaan jännityskertoimen osittaisderivaatta kulman α suhteen ja asetetaan sen arvo nollassi:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \right] = 0 \quad (4.12)$$

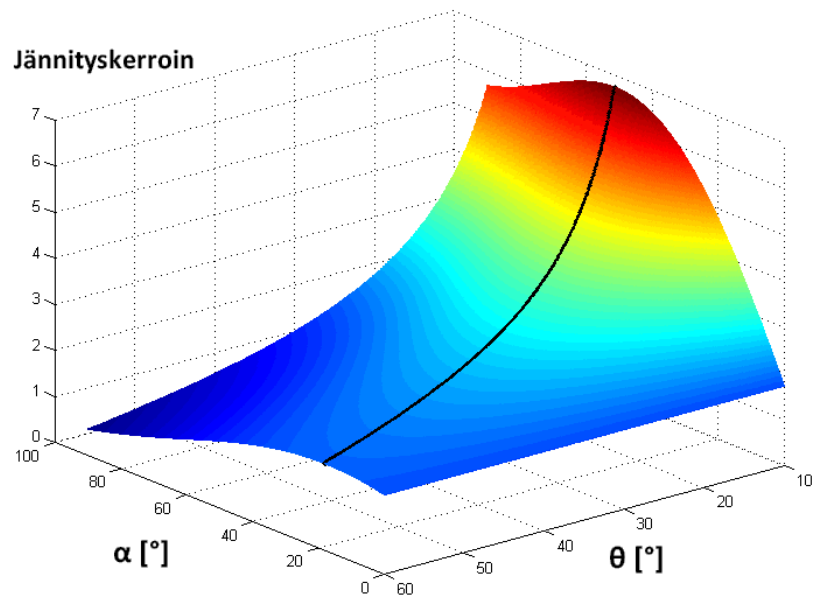
Derivoinnin ja sieventämisen jälkeen yhtälö saadaan seuraavaan muotoon:

$$\tan \theta \cdot \tan^3 \alpha + \tan^2 \alpha + 5 \tan \theta \cdot \tan \alpha - 3 = 0 \quad (4.13)$$

Yhtälö 4.13 on kolmannen asteen yhtälö kulman α suhteen ja sen ratkaiseminen analyytisesti on erittäin työlästä ja ratkaisu on todennäköisesti niin monimutkainen, että se ei ole hyödynnettävissä jatkossa. Ratkaisu kulman α suhteen olisi tilannetta paremmin kuvaava, koska sen avulla voidaan määrittää suurimman jännitystason sijainti erikylkisessä hitsissä, kun hitsin geometria on tunnettu. Yhtälö 4.13 voidaan ratkaista kulman θ suhteen:

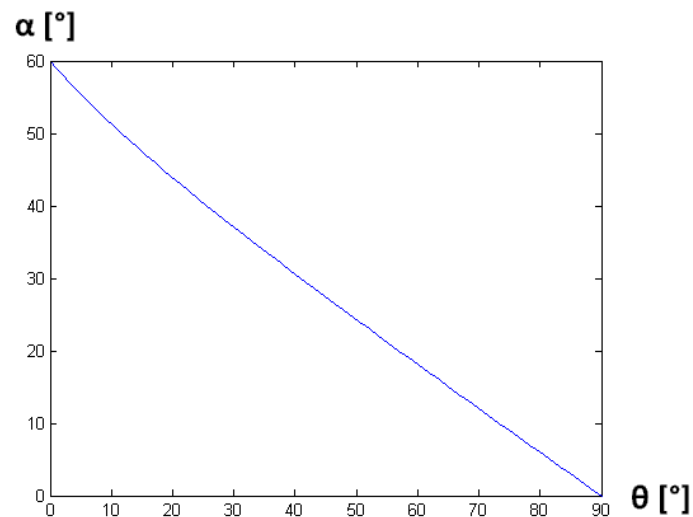
$$\tan \theta = -\frac{\tan^2 \alpha - 3}{\tan^2 \alpha + 5} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} \quad (4.14)$$

Yhtälö 4.14 määrää käyrän kuvan 4.4 mukaiselle pinnalle. Tämä käyrä kulkee jännityskertoimen huippuarvojen kautta ja on esitetty kuvassa 4.5.



Kuva 4.5. Yhtälön 4.14 mukainen jännityskertoimien maksimiarvojen kautta kulkeva käyrä piirrettynä jännityskerrointa kuvaavalle pinnalle.

Kulmien α ja θ välinen riippuvuus voidaan esittää myös kaksiulotteisena käyränä. Lasketaan kulman θ arvot kulman α funktiona yhtälöllä 4.14, mutta esitetään käyrä koordinaatistossa siten, että kulma α on kulman θ funktio (kuva 4.6).



Kuva 4.6. Kulmien α ja θ välinen yhteys, kun jännityskerroin saa suurimmat arvonsa.

Nähdään, että käyrä käyttäytyy tarkasteluvälillä suoran lailla ja kulmien α ja θ välille voidaan määrittää lineaarinen riippuvuus. Määritetään kuvan 4.6 pohjalta käyrän ääripisteiden väliset muutokset: $\Delta\alpha = -60^\circ$ ja $\Delta\theta = 90^\circ$. Suoran kulmakerroin on:

$$k = \frac{\Delta\alpha}{\Delta\theta} = \frac{-60^\circ}{90^\circ} = -\frac{2}{3} \quad (4.15)$$

Suora on muotoa:

$$\alpha = k \cdot \theta + b \quad (4.16)$$

Jossa b on vakiotermi, jonka arvo on pysty akselin ja suoran leikkauspisteen pystysuuntainen arvo. Tässä tapauksessa siis 60° . Kulmien α ja θ välinen yhteys voidaan siis esittää seuraavan yhtälön avulla:

$$\alpha = -\frac{2}{3} \cdot \theta + 60^\circ \quad (4.17)$$

On muistettava, että suora ainoastaan kuvaa alkuperäisen käyttäytymistä tietyllä tarkasteluvälillä. Kun kulman θ arvoksi annetaan 45° , saadaan yhtälöllä 5.17 kulman α arvoksi 30° . Aikaisemmassa kappaleessa todettiin, että tasakylkisellä hitsillä suurin jännitys löytyy kulman α arvolla $27,4^\circ$, joten nähdään että käyrän lineaarisointi tuottaa jonkun verran virhettä.

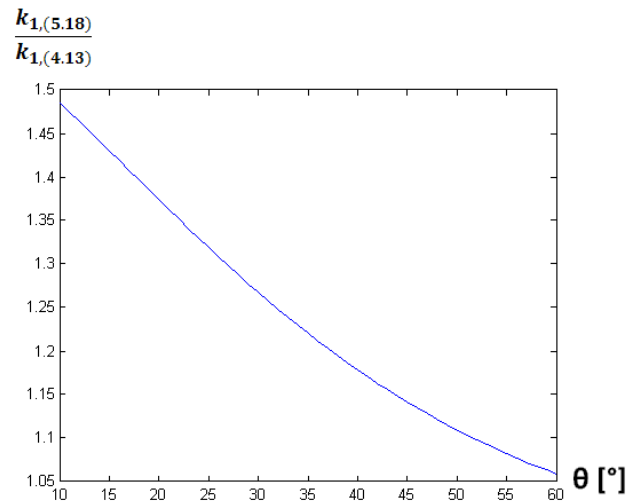
Hitsi voidaan mitoittaa yhtälöllä 4.11. Kun yhtälöön sijoitetaan yhtälön 4.14 mukainen lauseke, voidaan mitoitusyhtälö esittää ainoastaan kulman α funktiona:

$$k_1 \geq \frac{(\cos 2\alpha + 2)^{\frac{3}{2}}}{\cos 3\alpha + 2 \cos \alpha} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u} \quad (4.18)$$

Nyt voidaan mitoittaa erikylkinen pienahitsi ratkaisemalla ensin oletetun vauriotason kulma α approksimoivalla yhtälöllä 4.17 ja sijoittamalla tämä yhtälöön 4.18. Yhtälön 4.17 voisi myös sijoittaa yhtälöön 4.18, mutta saatu yhtälö ei sievene kovinkaan siistiksi. Kun verrataan mitoitusyhtälöä 4.18 perinteiseen a-mittaan perustuvaan mitoitusyhtälöön 3.14, kateettimittojen k_1 suhteeksi saadaan:

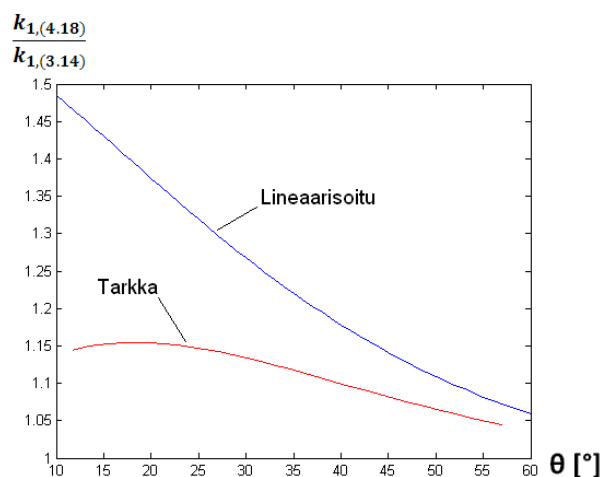
$$\frac{k_{1,(4.18)}}{k_{1,(3.14)}} = \frac{(\cos 2\alpha + 2)^{\frac{3}{2}}}{\cos 3\alpha + 2 \cos \alpha} \cdot \frac{\tan \theta}{\sqrt{1 + 3 \tan^2 \theta}} \quad (4.19)$$

Yhtälön 5.17 avulla voidaan esittää graafisesti kateettimittojen suhde kulman θ funktiona (kuva 4.7).



Kuva 4.7. Perinteisen α -mittaan pohjautuvan mitoitussyhtälön ja suurimpaan yhdistettyyn jännitykseen pohjautuvan mitoitussyhtälön kateettimittojen suhde kulman θ funktiona. Kulman α arvo on ratkaisu käyttäen yhtälön 4.17 mukaista lineaarisointia.

Kuvasta 4.7 nähdään, että tarkempi suurimpaan yhdistettyyn jännitykseen perustuva mitoitussyhtälö tuottaa tarkasteluvälillä $10^\circ \dots 60^\circ$ n. 6 %...48 % suurempia hitsin mittoja. Kulmien α ja θ välinen lineaarisointi tuottaa virhettä, esimerkiksi kulman θ arvolla 45° mitoitussyhtälöiden eroavaisuuden pitäisi olla edellisessä kappaleessa laskettu 8,2 %, mutta kuvasta 4.7 nähdään sen olevan ennemminkin 14–15%. Mitoitussyhtälöiden tuottamien kateettimittojen suhde voidaan myös esittää ilman kulmien välisen yhteyden lineaarisointia (kuva 4.8), jolloin nähdään, että eroavaisuus ei ole tosiaan niin suuri kuin kuvassa 4.7 esitetty.



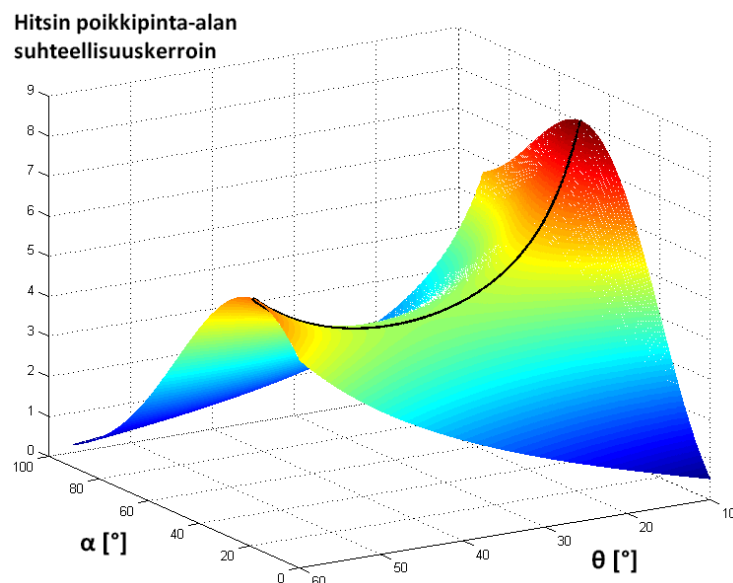
Kuva 4.8. Punaisella piirretty mitoitussyhtälöiden tuottaminen kateettimittojen suhde tarkkaan laskettuna ja sinisellä kulmien välisen lineaarisoinnin avulla laskettuna.

Kuvan 4.8 punainen käyrä on todellisuudessa piirretty kulman α funktiona arvoilla $20^\circ \dots 50^\circ$ käyttäen yhtälöä 4.19, jossa $\tan(\theta)$ on ratkaistu yhtälöllä 4.14. Tämän vuoksi käyrät eivät ole kokonaan samalla alueella kulman θ funktiona. Kulmien välisen lineaarisoinnin lähtökohtana oli pyrkiä yksinkertaistamaan mitoitusmallin käytettävyyttä, mutta tästä aiheutuva virhe näyttää huomattavan suurelta ja yksinkertaistuksen käyttöä on harkittava. Numeerisen ratkaisijan muodostaminen ei kuitenkaan ole ongelma ja sen avulla päästään virheestä eroon.

Kuvassa 4.5 esitettiin suurimpien jännitysten esiintyminen kulmien α ja θ funktiona muodostuvalla jännityspinnalla. Nähdään, että kulman θ pienentyessä jännitykset kasvavat ja suurentuessa taas pienentyvät. Pienahitsin poikkipinta-ala, joka korreloi hitsin tilavuuteen, käyttäytyy taas toisinpäin. Tämän perusteella voidaan olettaa, että jollakin tietyllä kulman θ arvolla saadaan optimaalisin mitoitus erikylkiselle pienahitsille. Määritetään pienahitsin poikkipinta-ala mitoitusyhtälön 4.11, erikylkisen hitsin poikkipinta-alan yhtälön 2.4 ja kaiteettien välisen yhteyden $k_2 = k_1 \tan(\theta)$ avulla:

$$A_{w,cs} = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u} \right)^2 \left[\left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \right]^2 \tan \theta \quad (4.20)$$

Erotetaan tästä kulmien α ja θ funktiona oleva kerroin ja tarkastellaan sen käyttäytymistä. Esitetään kyseinen pinta graafisesti ja viedään yhtälön 4.14 määräämä käyrä tälle pinnalle (kuva 4.9).



Kuva 4.9. Hitsin poikkipinta-alan suhteellisuuskerroin kulmien α ja θ funktiona ja suurimpien jännityskertoimien sijainnit pinnalla yhtälön 4.14 mukaisesti.

Muodostetaan poikki-pinta-alan kertoimen osittaisderivaatta kulman θ suhteen ja asetetaan se nolllaksi:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \right]^2 \tan \theta = 0 \quad (4.21)$$

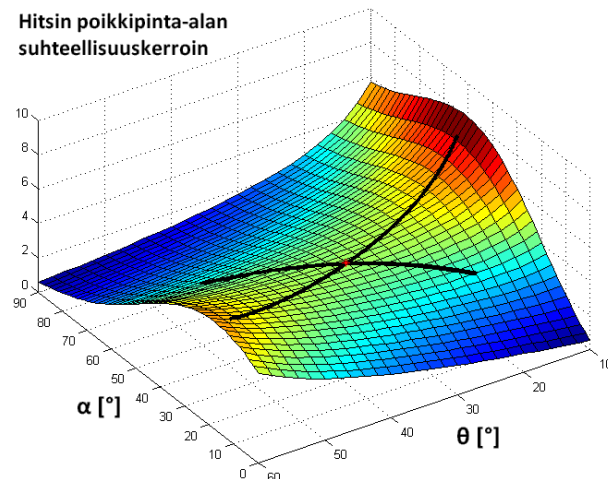
Derivoinnin ja sieventämisen jälkeen yhtälö 4.21 sievenee muotoon:

$$\tan \theta = \tan \alpha \quad (4.22)$$

Eli hitsin poikki-pinta-ala saa pienimmät arvonsa kun kulmat ovat samat. Sijoitetaan $\theta = \alpha$ yhtälöön 4.13, joka määrittää yhteyden kulmien α ja θ välille yhteyden suurimpiin jännityksiin perustuen. Muodostuneesta yhtälöstä saadaan kulman α arvoksi ratkaistua:

$$\alpha = \tan^{-1} \sqrt{2\sqrt{3} - 3} \approx 34,3^\circ \quad (4.23)$$

Selvennyksen vuoksi kuvassa 4.10 on esitetty pinta-alaa kuvaavalle pinnalle piirretyt käyrät yhtälöiden 4.14 ja 4.22 ($\theta = \alpha$) mukaisesti. Ratkaisu $\theta = \alpha = 34,3^\circ$ saadaan käyrien leikkauspisteestä ja on merkitty kuvaan 4.10 punaisella pisteellä.



Kuva 4.10. Hitsin pinta-alaa kuvaava pinta ja sille sovitetut käyrät, joiden leikkauspisteessä saadaan mitoitusmallin mukainen optimaalinen arvo kateettipoikkeamalle.

Sijoittamalla mitoitusyhtälöön 4.18 optimaalinen kulman α arvo, saadaan mitoitusyhtälö optimaaliselle kateettipoikkeamalle kulmassa $34,3^\circ$:

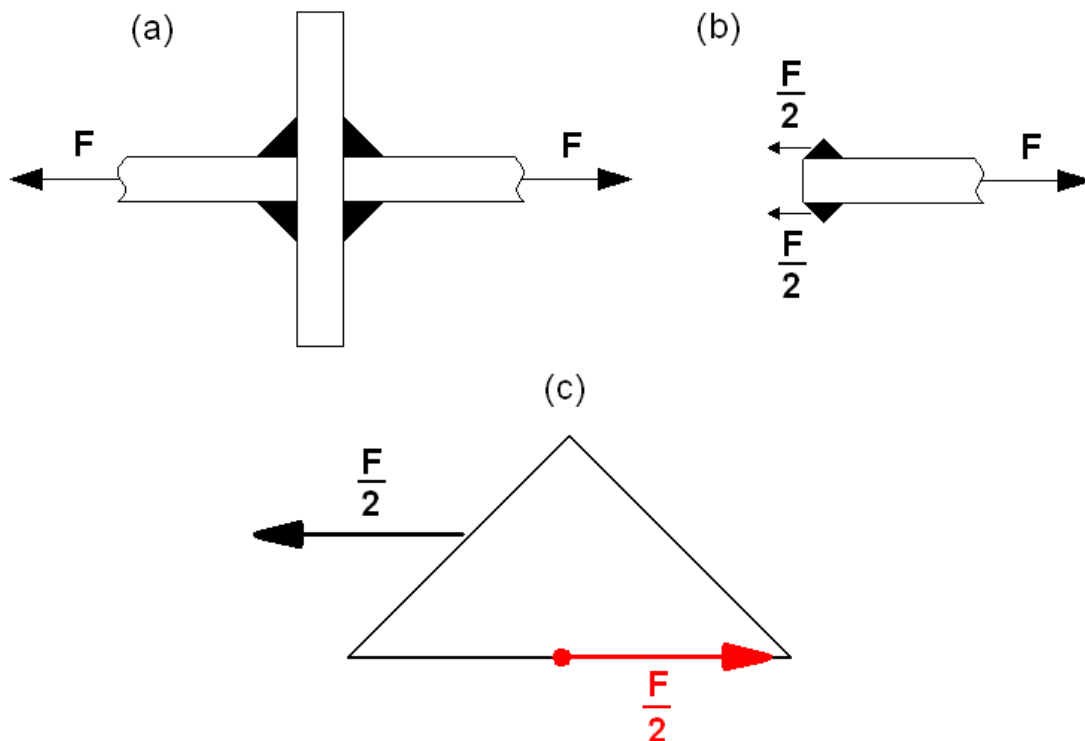
$$k_1 \geq 2,5425 \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u} \quad (4.24)$$

Sijoitettaessa optimaalinen kulma $\alpha = \theta = 34,3^\circ$ yhtälöön 4.19, joka vertaa perinteisen a-mittaan pohjautuvan mitoitusyhtälön ja tarkemman suurimpaan yhdistettyyn jännitykseen pohjautuvan mitoitusyhtälön kateettimittoja, nähdään, että tarkempi mitoitus tuottaa n. 12 % suuremman kateettimitan.

5 VOIMATASAPAINON HUOMIOON OTTAMINEN MITOITUKSESSA

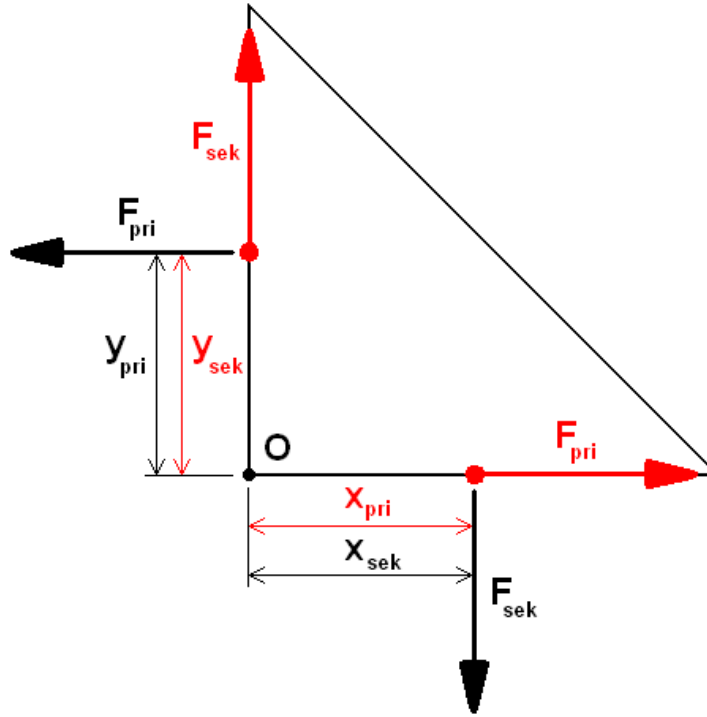
Kappaleessa 3 on esitetty pienahitsien perinteinen mitoitus tapa a-mitan ollessa laskentapintana. Kappaleessa 4 mitoitusmallia vietiin pidemmälle ja pienahitsin mitoitus pohjautui laskentatasoon, jossa suurin yhdistetty jännitys esiintyy. Molemmissa tarkastelutavoissa on huomattava yksinkertaistus voimien jakaantumisen ja voimatasapainon kannalta.

Tarkastellaan pienahitsattua X-liitosta (kuva 5.1a). Liitosta kuormittava voima F kulkee voimavuona hitsien läpi. Perinteisesti voima jaetaan pienahitseille kuvan 5.1b mukaisesti ja samalla tavalla on menetelty mitoitusyhtälöiden johtamisessa kappaleissa 3 ja 4. Hitsi voidaan edelleen leikata irti rakenteesta (kuva 5.1c) ja asettaa voima $F/2$ kulkemaan leikkausvoimana toisen kateetin kautta (punaisella merkitty kuvassa 5.1c). Nähdään, että kuvan 5.1c vapaakappalekuva ei ole enää staattisesti tasapainossa. Tasapainon säilyttämiseksi hitsissä on siis oltava tasapainottava momentti, joka voidaan esittää tuomalla uusi voimapari liitokseen.



Kuva 5.1. Yksinkertaistettu voimien jakaminen pienahitsissä ja tästä johtuva staattinen epätasapaino.

Merkitään hitsin primaarivoimaa F_{pri} :lla ja tasapainottavaa sekundaarista voimaparia F_{sek} :lla, ja asetetaan nämä kokonaisen irtileikatun hitsin kateeteille. Merkitään voimaresultanttien sijainnit x - ja y -koordinaateilla pisteen O suhteen kuvan 5.2 mukaisesti.



Kuva 5.2. Kokonainen irtileikattu tasakylkinen hitsi ja sen kateeteilla vaikuttavat voimat.

Jotta analyttisen laskennan keinoin päästään eteenpäin, on voimaresultanttien sijainnit selvitettävä. Todellisuudessa nämä saataisiin muodostuvien jännitysjakaumien painopisteen sijainneista, mutta analyttisen laskennan keinoin on erittäin vähän lähtökohtia jakaumamuotojen ratkaisemiksi. Tästä syystä tehdään oletus jakaumien muodosta.

5.1 Tasaiset jännitysjaumat tasakylkisessä hitsissä

Oletetaan, että jännitykset ovat tasaisesti jakautuneet. Tällöin voimaresultantit sijoittuvat jakaumien keskelle joten:

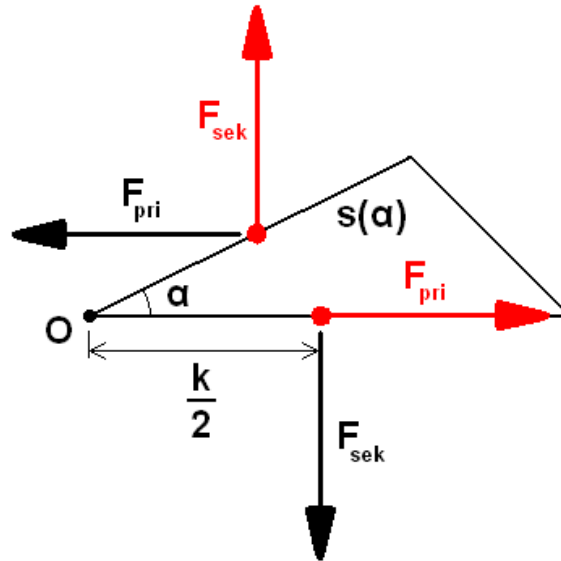
$$x_{pri} = x_{sek} = y_{pri} = y_{sek} = \frac{k}{2} \quad (5.1)$$

Koska kappaleen oletetaan olevan tasapainossa, saadaan momenteista pisteen O suhteen:

$$F_{sek} = \frac{y_{pri}}{x_{sek}} F_{pri} = F_{pri} \quad (5.2)$$

Eli tasapainottava sekundaarinen voima on samansuuruinen primaarisen voiman kanssa.

Viedään seuraavaksi voimat vaikuttamaan mielivaltaisessa kulmassa α olevalle leikkaustasolle kuvan 5.3 mukaisesti. Komponentit asetetaan tason keskipisteeseen $[s(\alpha)/2]$. X- ja Y-suuntaisen voimatasapainon on täyttyvä, joten leikkaustasolla vaikuttavien voimien suuruudet ovat samat kuin kateeteilla vaikuttavien. Momenttitasapaino voidaan johtaa elementille kulman α funktiona ja osoittaa sen toteutuvan edellä mainittujen reunaehtojen alaisuudessa kaikilla kulman α arvoilla.



Kuva 5.3. Voimien asettaminen kulman α määräämälle leikkaustasolle.

Leikkaustasolla vaikuttavat voimat jaetaan tason suuntaisiin ja tasoa kohtisuoraan oleviin komponentteihin (ks. kuva 3.5):

$$F_{\parallel} = F_{pri} \cos \alpha - F_{sek} \sin \alpha \quad (5.3)$$

$$F_{\perp} = F_{pri} \sin \alpha + F_{sek} \cos \alpha \quad (5.4)$$

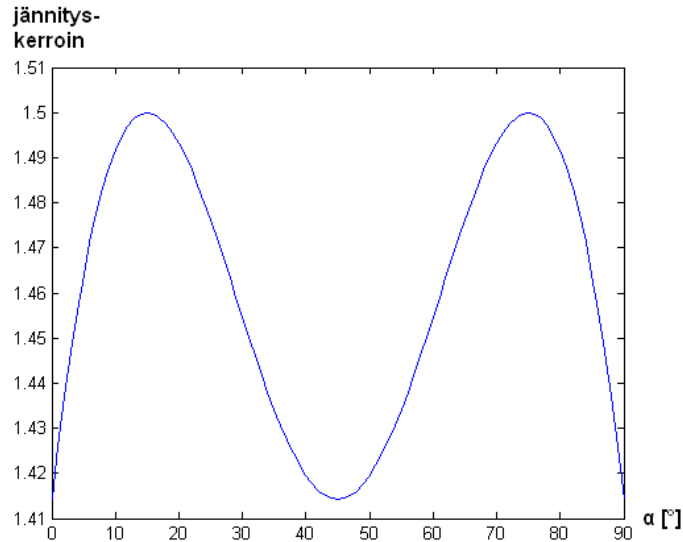
Muodostetaan leikkaustasossa vaikuttavat jännityskomponentit yhtälöiden 3.9 ja 3.10 mukaisesti ottaen huomioon, että voimat ovat samat (yhtälö 5.2), leikkaustason pituus $s(\alpha)$ on kaavan 4.2 mukainen. Jännityskomponentit sijoitetaan hitsin mitoitusyhtälöön 3.1 ja sieventämisen jälkeen saadaan:

$$\frac{2F_{pri}}{\sqrt{2} \cdot a \cdot l} (\sin \alpha + \cos \alpha) \sqrt{1 - \sin \alpha \cos \alpha} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}} \quad (5.5)$$

Yhtälö 5.5 voidaan esittää a-mitan suhteen ratkaistuna:

$$a \geq \sqrt{2}(\sin \alpha + \cos \alpha) \sqrt{1 - \sin \alpha \cos \alpha} \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \quad (5.6)$$

Erotetaan yhtälöstä ns. jännityskerroin ja esitetään tämän kuvaaja kulman α funktiona tarkasteluvälillä $0 \dots 90^\circ$ (kuva 5.4).



Kuva 5.4. Kulman α määräämässä leikkaustasossa esiintyvän jännityksen suhteellinen suuruus.

Kuvasta 5.4 nähdään, että kyseisen mitoitusmallin mukaan hitsissä esiintyvät jännitykset ovat symmetriset a-mitan suhteen ja suurimmat jännitykset esiintyvät kahdessa eri leikkauksessa. Analyttisesti voidaan ratkaista, että kulman α arvot ovat maksimijännitysten kohdalla 15° ja 75° .

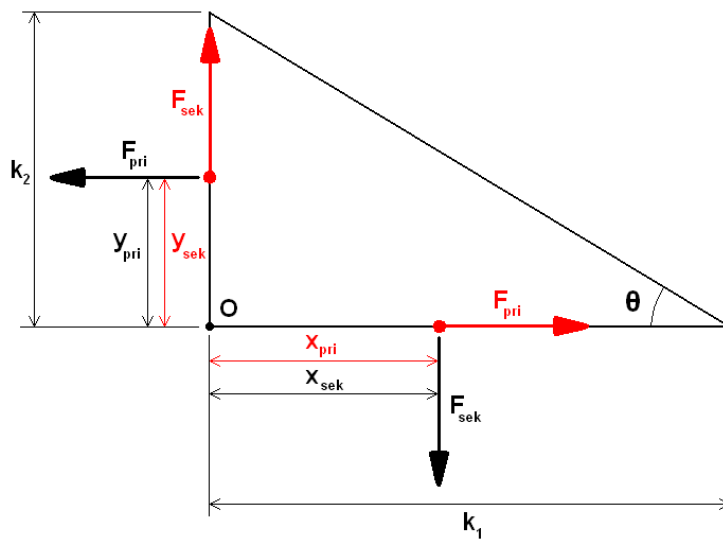
Sijoittamalla jompikumpi kulmista mitoitusyhtälöön 5.6 saadaan:

$$a \geq 1.5 \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \quad (5.7)$$

Perinteiseen mitoitustapaan (yhtälö 3.11) nähden yhtälö 5.7 tuottaa n. 6,1 % suuremman a-mitan, mutta sen ennustamat symmetriset vauriotasot ovat ristiriidassa käytännössä havaittujen vaurioiden kanssa.

5.2 Tasaiset jännitysjaakaumat erikylkisessä hitsissä

Erikylkiseen pienahitsiin voidaan asettaa tasaiset jännitysjaakaumat kateeteille vastaavalla tavalla kuin kuvassa 5.2 tehtiin tasakylkiselle hitsille. Tämän jälkeen tarkasteltaessa mielivaltaisessa kulmassa α olevaa leikkaustasoa, ja asetettaessa vastaavat voimakomponentit leikkaustason keskipisteeseen $s(\alpha)/2$, saadaan tasapainoyhtälöiden perusteella voimatasa-painon toteutuvan jokaisessa kulman α määräämässä leikkauksessa. Hitsin primaarivoiman ja sekundaarivoiman välille saadaan tasaisilla jännitysjaakaumilla kuvan 5.5 geometrian perusteella kaavan 5.8 mukainen yhteys.



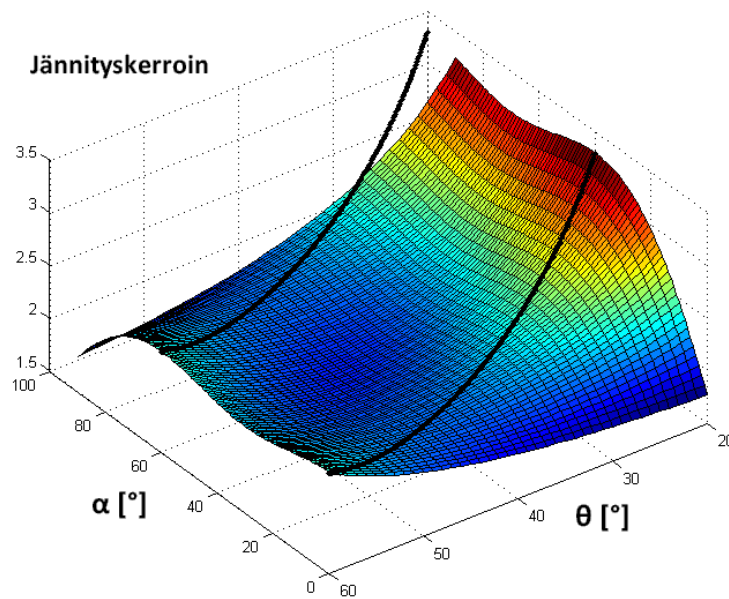
Kuva 5.5. Erikylkisen hitsin kateeteilla vaikuttavat voimat ja niiden etäisyydet pisteestä O .

$$F_{sek} = \frac{y_{pri}}{x_{sek}} F_{pri} = \frac{\frac{k_2}{2}}{\frac{k_1}{2}} F_{pri} = \frac{k_2}{k_1} F_{pri} = F_{pri} \tan \theta \quad (5.8)$$

Sijoitetaan yhtälö 5.8 yhtälöihin 5.3 ja 5.4, jolloin saadaan leikkaustasossa vaikuttavat voimakomponentit. Muodostetaan voimakomponenteista jännityskomponentit yhtälöiden 3.9 ja 3.10 avulla ja sijoitetaan ne hitsin mitoitusyhtälöön 3.1. Saadaan kateettimitan k_I suhteen ratkaistuna seuraava yhtälö:

$$k_1 \geq \left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{(\sin \alpha + \cos \alpha \tan \theta)^2 + 3(\cos \alpha - \sin \alpha \tan \theta)^2} \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \quad (5.9)$$

Erotetaan yhtälöstä jännityskerroin, mikä on kulmien α ja θ funktio ja tarkastellaan sen käyttäytymistä alueella $\alpha = 0^\circ \dots 90^\circ$ ja $\theta = 20^\circ \dots 60^\circ$ (kuva 5.6). Kuvaan 5.6 on myös piirretty käyrät, joilla suurimmat lokaalit jännitykset esiintyvät.



Kuva 5.6. Jännityskerroin kulmien α ja θ funktiona sekä käyrät joilla suurimmat lokaalit jännitykset esiintyvät.

Kuvasta 5.6 nähdään, että jännitysmaksimit esiintyvät kahdessa eri α kulmassa kuten aikaisemmassa kappaleessa esitetyn tasakylkisen hitsin tapauksessa. Nähdään myös, että toinen käyrä ei ole kokonaan tarkastelualueella. Tämä tarkoittaa sitä, että toinen vauriotaso kääntyy tietyillä kateettipoikkeaman kulmilla hitsistä kateetin ohi ulos perusaineeseen, eli käytännössä olisi toinen lyhyempi kateetti. Kuvassa 5.6 esitetyt maksimijännitysten käyrät saadaan ottamalla jännityskertoimen osittaisderivaatta kulman α suhteen ja asettamalla se nolllaksi.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{(\sin \alpha + \cos \alpha \tan \theta)^2 + 3(\cos \alpha - \sin \alpha \tan \theta)^2} = 0 \quad (5.10)$$

Derivoinnin ja sieventämisen jälkeen saadaan kolme ratkaisua, joista kaksi (yhtälöt 5.11 ja 5.12) edustavat kuvassa 5.6 esitettyjä käyriä ja kolmas (yhtälö 5.13) käyrien välissä esiintyvää lokaalia minimiä. Ratkaisut ovat:

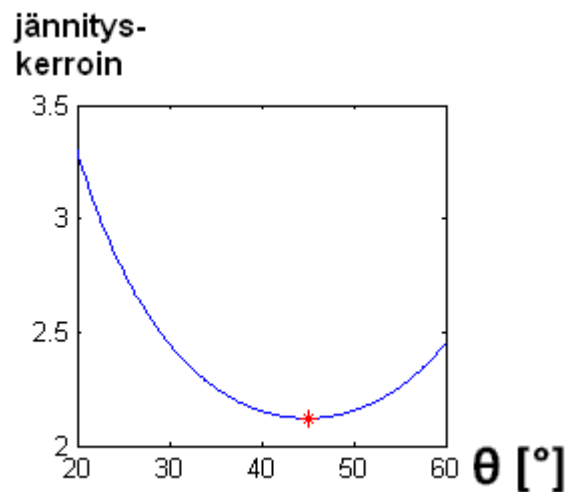
$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3} - \tan \theta}{1 + \sqrt{3} \tan \theta} \quad (5.11)$$

$$\tan \alpha = -\frac{\sqrt{3} + \tan \theta}{1 - \sqrt{3} \tan \theta} \quad (5.12)$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\tan \theta} \quad (5.13)$$

Kuvasta 5.6 nähdään myös, että kulman θ suhteen esiintyy yhtälöiden 5.11 ja 5.12 mukaisilla käyrillä minimi. Tämä kuvastaa mitoitusmallin jännityskertoimen mukaista optimaalista kateetti-poikkeamaa ja optimaalinen kulman θ arvo voitaisiin ratkaista muodostamalla osittaisderivaatta jännityskertoimesta kulman θ suhteen ja asettamalla se nolllaksi. Tämän jälkeen saadaan muodostettua kulmien α ja θ välinen yhteys, johon voidaan sijoittaa yhtälö 5.11 tai 5.12 ja kulman θ arvo saadaan ratkaistua. Osittaisderivaatan yhtälö menee melko monimutkaiseksi ja on helpompaa hakea ratkaisu toisella tavalla.

Esitetään graafisesti jännityskertoimen arvot tasossa yhtälöiden 5.11 ja 5.12 määräämillä käyrillä ja tämän pohjalta voidaan päätellä, että jännityskertoimen arvot ovat molemmilla käyrillä samat (kuva 5.7). Mallin ennustamilla maksimijännitystasoilla on siis samansuuruinen yhdistetty jännitystila ja voidaan tarkastella pelkästään toista käyriä.



Kuva 5.7. Jännityskertoimen arvot yhtälöiden 5.11 ja 5.12 määräämillä käyrillä kateetti-poikkeamakulman θ funktiona.

Ratkaisemalla yhtälöstä 5.11 $\cos(\alpha)$ ja sijoittamalla tämä mitoitusyhtälöön 5.10, saadaan:

$$k_1 \geq \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{\tan \theta} + \frac{1 + \sqrt{3} \tan \theta}{\sqrt{3} - \tan \theta} \right) \sqrt{\left(1 + \frac{1 + \sqrt{3} \tan \theta}{\sqrt{3} - \tan \theta} \tan \theta \right)^2 + 3 \left(\frac{1 + \sqrt{3} \tan \theta}{\sqrt{3} - \tan \theta} - \tan \theta \right)^2} \cdot \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \quad (5.14)$$

Sijoittamalla tähän kaavan 5.15 mukainen kulmafunktioiden välinen yhteys ja korvaamalla edelleen $\tan(\alpha)$ kaavan 5.11 mukaisesti, saadaan mitoitusyhtälö sievennettyä yhtälön 5.16 muotoon.

$$\sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} \quad (5.15)$$

$$k_1 \geq \frac{3\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan \theta} \cdot \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \quad (5.16)$$

Mitoitusyhtälön 5.16 derivaatan nollakohdasta saadaan ratkaistua kulman θ arvoksi 45° , mikä kuvaa optimaalista hitsin muotoa jännityskertoimen suhteen ja on esitetty aikaisemmin kuvassa 5.7.

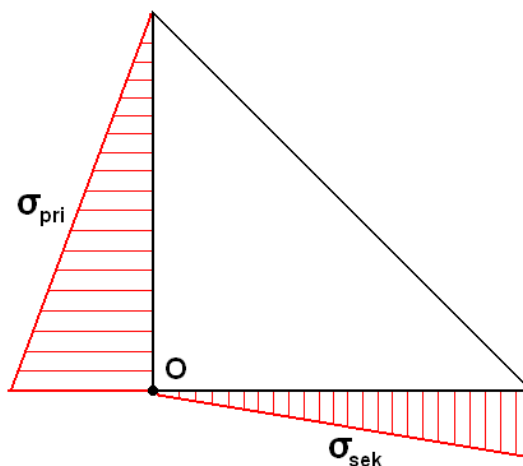
Yhtälön 5.16 mukaisen pienahitsin poikkipinta-ala voidaan laskea kaavalla 2.4. Sijoittamalla tähän kateettimittojen välinen yhteys $k_2 = k_1 \tan(\theta)$, saadaan poikkipinta-alan lausekkeeksi:

$$A_{w,cs} = \frac{9}{8} \cdot \frac{(\tan^2 \theta + 1)^2}{\tan^2 \theta} \cdot \left(\frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \right)^2 \quad (5.17)$$

Poikkipinta-alan derivaatan nollakohdasta saadaan ratkaistua kulman θ arvo 30° , mikä kuvaa pinta-alan suhteen optimaalista hitsin muotoa.

5.3 Kolmiomaiset jännitysjaakaumat tasakylkisessä hitsissä

Oletetaan primaarisen voiman ja sekundaarisen voiman jakaantuvan kimmoisasti kolmionmuotoisiksi normaalijännitysjaakaumiksi kateeteille kuvan 5.8 mukaisesti. Kuvassa 5.8 ei ole esitetty kateeteilla esiintyviä leikkausvoimia, koska ne eivät aiheuta momenttia pisteen O suhteen.



Kuva 5.8. Kolmionmuotoiset primaari- ja sekundaarivoimien normaalijännitysjaakaumat.

Kolmionmuotoisissa jakaumissa voimaresultantin sijainnit ovat kaavojen 5.18 ja 5.19 mukaiset käytettäessä kuvan 5.2 mukaisia merkintöjä.

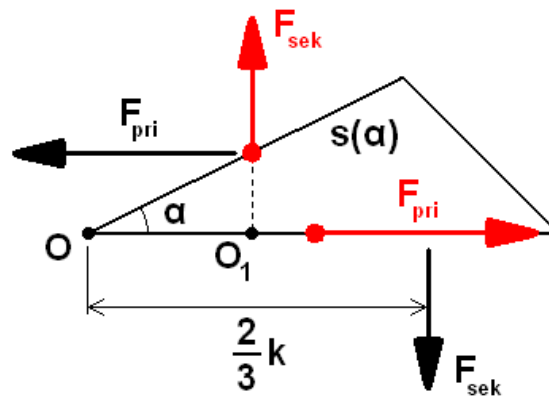
$$y_{pri} = \frac{1}{3}k \quad (5.18)$$

$$x_{sek} = \frac{2}{3}k \quad (5.19)$$

Momenttitasapainosta pisteen O suhteen saadaan tällöin primaari- ja sekundaarivoimien välinen yhteys:

$$F_{sek} = \frac{y_{pri}}{x_{sek}} F_{pri} = \frac{\frac{1}{3}k}{\frac{2}{3}k} F_{pri} = \frac{1}{2} F_{pri} \quad (5.20)$$

Leikataan hitsi kulman α määräämässä tasossa ja asetetaan voimat F_{pri} ja F_{sek} leikkauspinnalle. Tehdään oletus, että tasolla, jossa vaurio tapahtuu, jännitykset ovat tasan jakautuneet. Tällöin voimakomponentit asetetaan leikkaustason keskipisteeseen $s(\alpha)/2$. Muodostetaan nyt momenttitasapaino kuvan 5.9 mukaisesti pisteen O_1 suhteen.



Kuva 5.9. Geometria, jonka pohjalta muodostetaan kulmassa α leikatun elementin tasapainoyhtälöt.

Saadaan seuraava tasapainoyhtälö:

$$\frac{1}{2} F_{pri} s(\alpha) \sin \alpha = F_{sek} \left(\frac{2}{3} k - \frac{1}{2} s(\alpha) \cos \alpha \right) \quad (5.21)$$

Kun yhtälöön 5.21 sijoitetaan yhtälön 5.20 mukainen F_{sek} :n arvo, leikkaustason $s(\alpha)$ pituus (kaava 4.2) ja yhtälöä sievennetään, päädytään seuraavaan yhtälöön:

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \quad (5.22)$$

Josta saadaan tangentin arkusfunktiolla kulman α arvoksi n. $26,6^\circ$. Muodostetaan leikkaustasossa vaikuttavat jännityskomponentit yhtälöiden 3.9 ja 3.10 mukaisesti ottaen huomioon, että voimien välillä on yhtälön 5.20 mukainen yhteys, leikkaustason pituus $s(\alpha)$ on kaavan 4.2 mukainen. Jännityskomponentit sijoitetaan hitsin mitoitusyhtälöön 3.1 ja sieventämisen jälkeen saadaan:

$$\frac{F_{pri}}{\sqrt{2}al} (\sin \alpha + \cos \alpha) \sqrt{\frac{7}{4} \sin^2 \alpha + \frac{13}{4} \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}} \quad (5.23)$$

Sijoittamalla aikaisemmin ratkaistu kulman α arvo tai yhtälöstä 5.22 saatava yhteys $\cos(\alpha) = 2\sin(\alpha)$ mitoitusyhtälöön 5.23, sekä käyttämällä kulmafunktioiden välisiä yhteyksiä saadaan mitoitusyhtälö a-mitan suhteen ratkaistuna seuraavaan muotoon:

$$a \geq \frac{3}{10} \sqrt{\frac{43}{2}} \cdot \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \approx 1,391 \cdot \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \quad (5.24)$$

Perinteiseen mitoitustapaan (yhtälö 3.11) nähden yhtälö 5.24 tuottaa n. 1,6 % pienemmän a-mitan ja voimatasapainon perusteella ratkaistu vauriotason kulma α on hyvin lähellä kappaleessa 4.1 esitetyn mitoitusmallin vauriotason kulmaa ja käytännön havaintoja.

5.4 Kolmiomaiset jännitys jakaumat erikylkisessä hitsissä

Tässä menetellään jakaumien asettamisessa samalla tavalla kuin edellisessä kappaleessa tehtiin tasakylkiselle hitsille. Kun käytetään erikylkisellä hitsillä kuvan 5.5 mukaisia merkintöjä, saadaan momenttitasapainosta kateeteilla primaari- ja sekundaarivoimien välinen yhteys:

$$F_{sek} = \frac{y_{pri}}{x_{sek}} F_{pri} = \frac{\frac{1}{3} k_2}{\frac{2}{3} k_1} F_{pri} = \frac{1}{2} \frac{k_2}{k_1} F_{pri} = \frac{1}{2} F_{pri} \tan \theta \quad (5.25)$$

Muodostamalla tasapainoyhtälöt hitsille, joka on leikattu kulmassa α ja jonka leikkaustason $s(\alpha)$ keskipisteeseen on asetettu voimat F_{pri} ja F_{sek} kuvaan 5.9 verrattavissa olevalla tavalla, saadaan momenttitasapainosta:

$$\frac{1}{2} F_{pri} s(\alpha) \sin \alpha = F_{sek} \left(\frac{2}{3} k_1 - \frac{1}{2} s(\alpha) \cos \alpha \right) \quad (5.26)$$

Sijoittamalla kaavan 5.25 mukainen F_{sek} :n arvo ja kaavan 4.9 mukainen $s(\alpha)$:n arvo yhtälöön 5.26 saadaan sieventämisen jälkeen:

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \tan \theta \quad (5.27)$$

Yhtälöstä 5.27 voidaan ratkaista kulman α arvo, jolla tasapaino toteutuu, kun voimat ovat asetettu leikkaustason keskipisteeseen, eli niiden on ajateltu olevan tasan jakautuneita. Tämä taso on myös oletettu vauriotaso. Jaetaan $s(\alpha)$ tasolla vaikuttavat voimakomponentit tason suuntaiseen ja tason normaalin suuntaiseen komponenttiin ja lasketaan näistä aiheutuvat jännitykset tasossa $s(\alpha)$. Kun jännityskomponentit sijoitetaan hitsin mitoitusyhtälöön 3.1 ja sievennetään, saadaan:

$$k_1 \geq \left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\left(\sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha \tan \theta \right)^2 + 3 \left(\cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \tan \theta \right)^2} \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u} \quad (5.28)$$

Yhtälö 5.27 voidaan esittää seuraavassa muodossa:

$$\cos \alpha = \frac{2 \sin \alpha}{\tan \theta} \quad (5.29)$$

Kun yhtälö 5.29 sijoitetaan yhtälöön 5.28, saadaan sievennyksen jälkeen:

$$k_1 \geq \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{\tan \theta} + \frac{2}{\tan \theta} \right) \sqrt{\frac{3}{4} \tan^2 \theta + \frac{12}{\tan^2 \theta} - 2 \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u}} \quad (5.30)$$

Sijoittamalla tähän kaavan 5.31 mukainen kulmafunktioiden välinen yhteys saadaan yhtälö 5.30 yhtälön 5.32 mukaiseen muotoon.

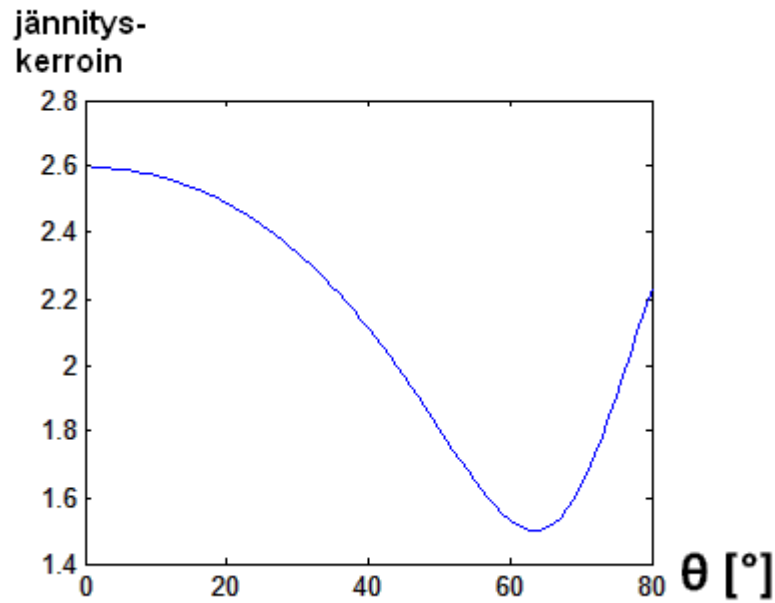
$$\sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} \quad (5.31)$$

$$k_1 \geq \frac{\tan^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} \cdot \frac{3}{\tan \theta} \sqrt{\frac{3}{4} \tan^2 \theta + \frac{12}{\tan^2 \theta} - 2 \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u}} \quad (5.32)$$

Yhtälöön 5.32 voidaan sijoittaa yhtälön 5.27 mukainen $\tan(\alpha)$:n arvo, jolloin mitoitusyhtälö saadaan esitettyä ainoastaan kulman θ funktiona.

$$k_1 \geq \frac{3 \tan \theta}{\tan^2 \theta + 4} \sqrt{\frac{3}{4} \tan^2 \theta + \frac{12}{\tan^2 \theta} - 2 \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u}} \quad (5.33)$$

Erotetaan yhtälöstä 5.23 jännityskerroin kulman θ funktiona ja esitetään tämä tarkasteluvälillä $0^\circ \dots 80^\circ$ (kuva 5.10).



Kuva 5.10. Jännityskertoimen arvot kulman θ funktiona erikylkisellä hitsillä, jonka primaari- ja sekundaarivoiman jakaumat ovat oletettu kolmiomaisiksi ja vauriokulma α on oletettu tasapainotilan perusteella.

Kuvasta 5.10 nähdään, että jännityskertoimella on minimi kulman θ arvolla $60^\circ \dots 70^\circ$, mikä on kyseenalainen optimi kateetipoikkeaman kulmalle. Nähdään myös, että malli on ristiriitainen ääritilanteissa. Kun θ lähenee arvoa 0° , lähenee jännityskertoimen arvo reaalista raja-arvoa, eikä ääretöntä, kuten muilla malleilla tarkasteltaessa (vertaa kuvat 5.6 ja 4.4).

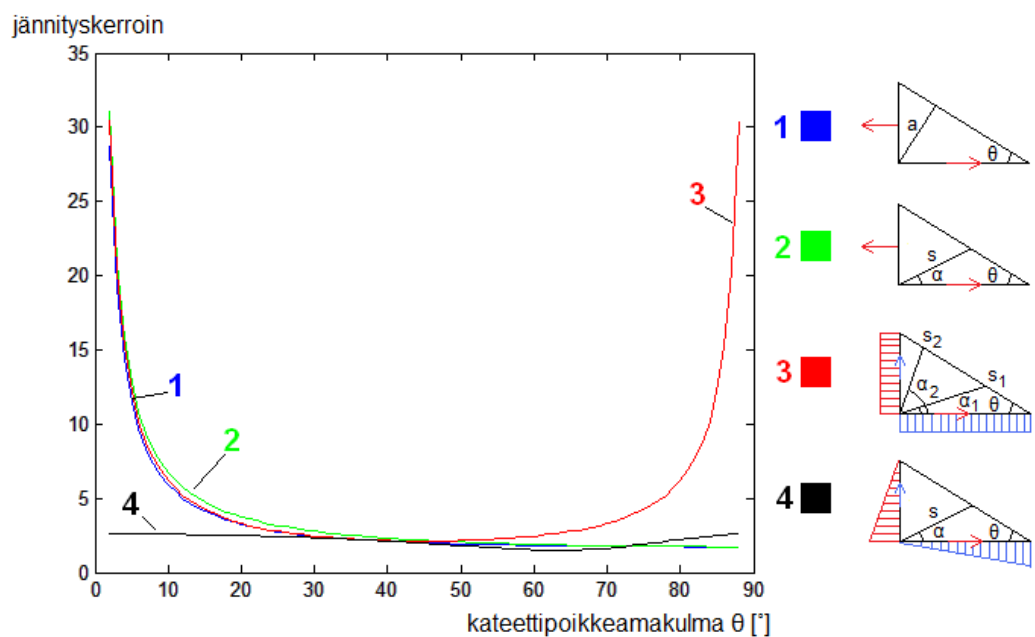
Derivoimalla mitoitussyhtälö 5.33 ja asettamalla saadun yhtälön arvo nolllaksi, saadaan ratkaistua kulman θ arvo, jolla kuvassa 5.10 esiintyvä jännityskerroin saa minimiarvonsa. Derivoinnin ja sieventämisen jälkeen päädytään yhtälöön:

$$\tan \theta (\tan^2 \theta - 4) = 0 \quad (5.34)$$

Joka toteutuu, kun $\tan(\theta) = 0$ tai $\tan^2(\theta) = 4$. Tästä saadaan tarkastelualueelle sopivat ratkaisut $\theta = 0^\circ$, mikä kuvaa lokaalia maksimia ja $\theta \approx 63,4^\circ$, mikä taas on minimi. Hitsin poikkipinta-alan suhteen minimointia ei suoriteta tässä, koska se tulee esiin seuraavassa kappaleessa.

6 ERI MITOITUSMALLIEN VERTAILUA

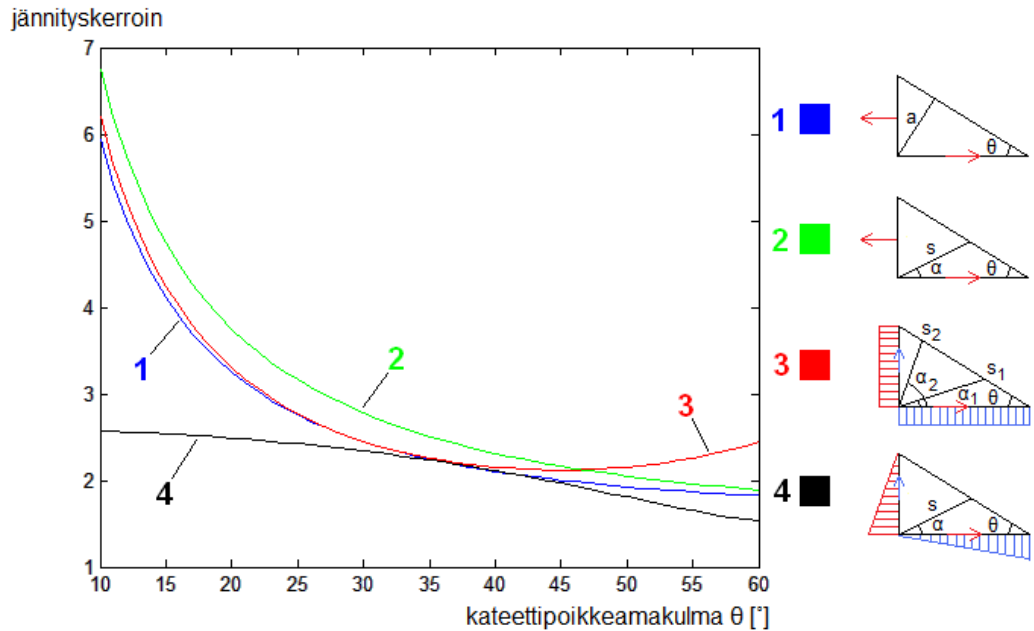
Mitoitusmallien vertailua on suoritettu jo niiden johtamisen yhteydessä, mutta tässä kappaleessa tehdään syvempää ja laajempaa vertailua niiden kesken. Ensin tarkastellaan kateetti-poikkeaman mitoittamiseen käytettävien mallien toimivuutta. Kuvassa 6.1 on esitetty neljän eri mitoitusmallin tuottamien jännityskertoimien arvot kulman θ funktiona välillä $2^\circ \dots 88^\circ$.



Kuva 6.1. Kateetti-poikkeaman mitoittamiseen käytettyjen mallien vertailua kulman θ arvoilla $2^\circ \dots 88^\circ$.

Kuvasta 6.1 nähdään, että kulman θ arvon lähentyessä nollaa, jännityskertoimen arvo lähennee kolmella ensimmäisellä mallilla ääretöntä. Näin kuuluukin tapahtua, koska tällöin hitsi ”kutistuu olemattomiin” ja sen kompensoimiseksi mittojen on kasvettava rajusti. Mitoitusmalli, jossa käytettiin kolmiomaisia jakaumia, ei käyttäydy samoin ja sen toimivuus on kyseenalainen. Toisessa ääripäässä, kun kulman θ arvo lähenee 90° :tta, kahden ensimmäisen mitoitusmallin jännityskertoimet lähenevät raja-arvoa $\sqrt{3}$, mikä viittaa toisen kateetin puhtaaseen leikkautumiseen. Malli, joka olettaa tasaiset jännitysjaakaumat, lähenee ääretöntä, mikä kyseenalaistaa sen toiminnallisuutta. Mallilla, joka olettaa kolmiomaiset jakaumat

on raja-arvo $(3\sqrt{3})/2$, eli 1,5-kertainen arvo kahteen ensimmäiseen nähden. Kuvassa 6.2 on esitetty mitoitusmallit tarkasteluvälillä $10^\circ \dots 60^\circ$.

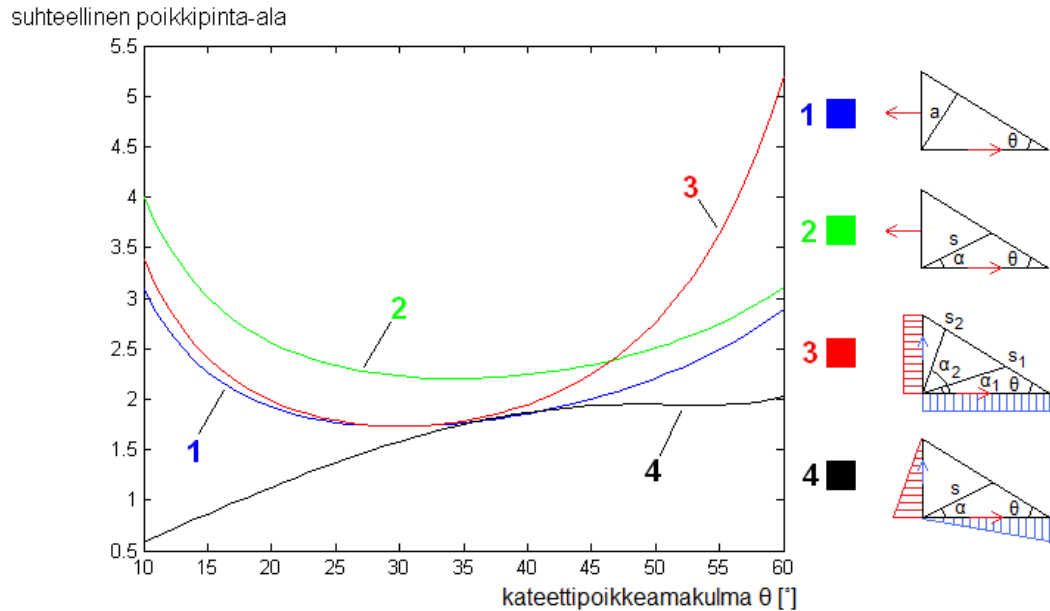


Kuva 6.2. Kateetti-poikkeaman mitoittamiseen käytettyjen mallien vertailua kulman θ arvoilla $10^\circ \dots 60^\circ$.

Kuvasta 6.2 nähdään, että eri mitoitusmallit antavat hyvin samoja jännityskertoimen arvoja kulman θ arvoilla $30^\circ \dots 40^\circ$, mikä olisi käytännössä realistinen kateetti-poikkeaman arvo. Mielenkiintoista on myös, että kulman θ arvolla n. 36° , kolme eri mitoitusmallia näyttää tuottavan täysin saman mitoitusarvon. Kuvassa 6.3 on esitetty eri mitoitusmallien suhteellinen hitsin poikkipinta-ala kulman θ funktiona.

Kuvasta 6.3 nähdään, että perinteisellä mitoitusmallilla (sininen) näyttää olevan myös hitsin poikkipinta-alan suhteen minimi 30° :en kohdalla. Tämän voi ratkaista poikkipinta-alan yhtälön derivaatan nollakohtien perusteella. Tasaiset tasapainottavat jännitysjaakaumat oletettava malli (punainen) saa pinta-ala miniminsä 30° :en kohdalla, mikä ratkaistiin kappaleessa 5.1. Nähdään myös, että 30° :en kateetti-poikkeaman arvolla mitoitusyhtälöt tuottavat samansuuruiset hitsit. Vihreällä piirretyllä mallilla minimi löytyy aikaisemmin lasketun n. $34,3^\circ$:n kohdalta. Mallilla, jossa käytettiin kolmiomaisia jakaumia tasapainottavalle voimalle, minimi näyttää löytyvän n. 54° asteen kohdalta, mikä korreloi aikaisemmin lasketuun jännityskertoimen lokaaliin minimiin $63,4^\circ$:tta. Muiden mallien optimeihin tässä on

huomattava ero ja sen optimaalisuus kyseenalaistetaan, eikä kulman tarkan arvon ratkaisemista käsitellä tässä.

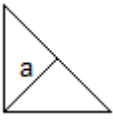
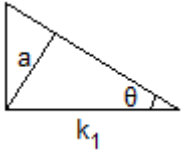
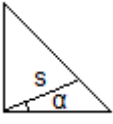
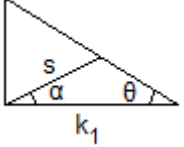
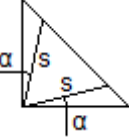
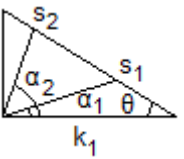
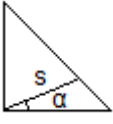
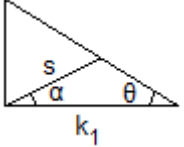


Kuva 6.3. Eri mitoitusmallien tuottamien hitsien poikkipinta-alojen vertailua kulman θ funktiona välillä $10^\circ \dots 60^\circ$.

Toinen erittäin huomionarvoinen asia on se, että kuvan 6.3 perusteella optimaalisimmat hitsit saavutetaan erikylkisillä hitseillä, ei tasakylkisillä, joita yleensä hitsauksessa tavoitellaan. On otettava huomioon, että vertailu koskee ainoastaan otsapienahitsejä, eli kuormituksen suunta on hitsiin nähden kohtisuorassa. Taulukossa 6.1 on esitetty eri mitoitusmalleilla laskettujen saman lujuisten pienahitsien poikkipinta-alojen vertailua perinteisellä tavalla mitoitettuun pienahitsiin. Erikylkisiä hitsejä on laskettu kolmella eri kulman θ arvolla.

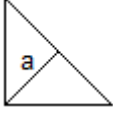
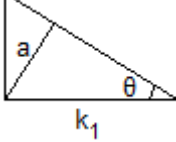
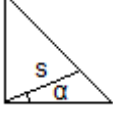
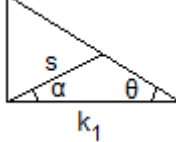
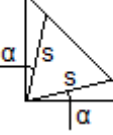
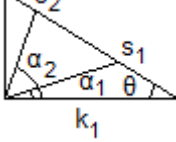
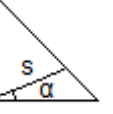
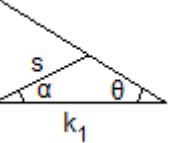
Taulukosta 6.1 nähdään, että kolmiomaiset tasapainottavat jakaumat oletettava malli tuottaa pienimmät hitsit vertailuun valituilla kulmilla $\theta = 30^\circ$ ja $\theta = 34,4^\circ$. Kulman θ arvolla 40° perinteinen a-mitan suhteen mitoittava kateetti-poikkeaman huomioon ottava malli on taas optimaalisin.

Taulukko 6.1. Eri mitoitusmalleilla laskettujen saman lujuisten otsapienahitsien poikkipinta-alojen vertailua perinteisellä tavalla mitoitetun hitsin poikkipinta-alaan.

Perinteinen a-mitan suhteen mitoittava (1)		Vertailukohde		$\theta = 30,0^\circ$: -13,4 % $\theta = 34,4^\circ$: -12,1 % $\theta = 40,0^\circ$: -7,27 %
Suurimman yhdistetyn jännityksen suhteen mitoittava (2)		+17,0 %		$\theta = 30,0^\circ$: +11,3 % $\theta = 34,4^\circ$: +10,1 % $\theta = 40,0^\circ$: +12,1 %
Suurin yhdistetty jännitys. Sekundaarivoima tasaisilla jännitys-jakaumilla. (3)		+12,5 %		$\theta = 30,0^\circ$: -13,4 % $\theta = 34,4^\circ$: -11,4 % $\theta = 40,0^\circ$: -2,67 %
Tasapainotilan toteutuminen. Sekundaari-voima kolmiomaisilla jännitys-jakaumilla. (4)		-3,26 %		$\theta = 30,0^\circ$: -21,0 % $\theta = 34,4^\circ$: -13,4 % $\theta = 40,0^\circ$: -6,46 %

Erikyllisen hitsin mitoittamismalleista kolme (1, 3 ja 4) tuottaa tasakylkiseen vertailuhitsiin nähden optimaalisemmat mitoitukset. Perinteisessä a-mitan suhteen mitoittavassa mallissa a-mitan laskentakulman muutos korostaa voimien jakaantumisessa tasoa kohtisuoraan olevaa komponenttia ja pienentää tason suuntaista, leikkausjännitystä aiheuttavaa komponenttia, mikä von Misesin lujuushypoteesissa pienentää yhdistettyä jännitystä merkittävästi. Kuitenkin vetokokeissa on havaittu vauriotason kääntyvän enemmän leikkauskuormituksen suuntaiseksi ja oletus a-mittaa pitkin etenevästä vauriosta on kyseenalainen. Suurimpaan yhdistettyyn jännitykseen perustuva malli ottaa tämän huomioon ja sen mukaan suurimmat jännitystasot löytyvät loivemmista kulmista. Koska tasapainottavia voimia ei ole otettu huomioon, tuottaa tämä malli suurempia hitsejä. Kun tasapainottavat voimat otetaan huomioon mitoituksessa oletettujen jakaumamuotojen perusteella, pienenee laskentatasossa esiintyvä leikkausjännitys uuden voimakomponentin ansiosta. Vaikka normaalijännitys kasvaa, korostuu leikkausjännityksen pienentyminen von Misesissä. Yllämainituista asioista johtuvat eroavaisuudet ja samankaltaisuudet eri mitoitusmallien välillä. Taulukon 6.2 on koottu tässä työssä esiteltyt mitoitusmallit ja niiden ennustamat vauriotasot.

Taulukko 6.2. Mitoitusmallit ja niiden oletamat vauriotasot.

MITOITUS- MALLI	TASAKYLKINEN	ERIKYLKINEN
Perinteinen a- mitan suhteen mitoitettava	 $a \geq \sqrt{2} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$ <p>Vauriotaso: a-mitta</p>	 $k_1 \geq \frac{\sqrt{1 + 3 \tan^2 \theta}}{\tan \theta} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$ <p>Vauriotaso: a-mitta</p> <p>Pinta-ala-minimin perusteella optimi $\theta = 30,0^\circ$:</p> $k_1 \geq \sqrt{6} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$
Suurimman yhdistetyn jännityksen suhteen mi- toitettava	 $a \geq 1,53 \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$ <p>Vauriotaso: $\alpha = 27,4^\circ$</p>	 $k_1 \geq \frac{(\cos 2\alpha + 2)^{\frac{3}{2}}}{\cos 3\alpha + 2 \cos \alpha} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$ <p>Vauriotason kulma α ratkaistava numeerisesti tai käytettävä lineaarisointia: $\alpha = -\frac{2}{3} \cdot \theta + 60^\circ$</p> <p>Pinta-ala-minimin perusteella optimi $\theta = 34,3^\circ$:</p> $k_1 \geq 2,5425 \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$
Suurin yhdis- tetty jännitys. Sekundaari- voima tasaisil- la jännitys- jakaumilla.	 $a \geq 1,5 \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$ <p>Vauriotaso: $\alpha = 15^\circ$ (symmetriset vauriotasot)</p>	 $k_1 \geq \frac{3\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan \theta} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$ <p>Vauriotasot:</p> $\alpha_1 = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3} - \tan \theta}{1 + \sqrt{3} \tan \theta} \right)$ $\alpha_2 = \tan^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3} + \tan \theta}{1 - \sqrt{3} \tan \theta} \right)$ <p>Pinta-ala-minimin perusteella optimi $\theta = 30,0^\circ$:</p> $k_1 \geq \sqrt{6} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$
Tasapainotilan toteutuminen. Sekundaari- voima kolmio- maisilla jänni- tys- jakaumilla.	 $a \geq 1,39 \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$ <p>Vauriotaso: $\alpha = 26,6^\circ$</p>	 $k_1 \geq \frac{3 \tan \theta}{\tan^2 \theta + 4} \sqrt{\frac{3}{4} \tan^2 \theta + \frac{12}{\tan^2 \theta} - 2} \frac{F_{pri} \beta_w \gamma_{M2}}{l \cdot f_u}$ <p>Vauriotaso: $\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \tan \theta \right)$</p>

7 ERI LUJUUKSIEN HUOMIOON OTTAMINEN MITOITUKSESSA

Tässä työssä on esitetty erilaisia mitoitusmalleja, joiden oletuksena on ollut hitsin vaurioituminen. Mallien yhteydessä ei otettu kantaa perusaineiden lujuuksiin tai Eurokoodi 3:n mukaisiin redusointikertoimiin, vaan pelkästään hitsausliitoksen geometriaan, voimien jakaantumiseen ja hitsin tasapainotilaan. Nykyisin hitsattavaksi tarkoitettua rakenneterästä on saatavilla huomattavasti laajemmalla lujuusalueella kuin aikaisemmin. Sama koskee hitsauslisäaineita. Tästä johtuen hitsatussa liitoksessa voi esiintyä esimerkiksi kolmen eri lujuusluokan materiaalia. Lisäksi kuormituksen suunnasta ja hitsausliitoksen geometriasta määräytyen, hitsiaineen ja perusaineiden rajapinnat voivat olla erilaisten jännitystilojen alaisina, mikä taas voi johtaa hitsien yli- tai alimitoitukseen, jos tarkastelu suoritetaan väärän vauriokohteen perusteella. Alimitoitusvaaran ei pitäisi olla ongelma, jos seurataan Eurokoodi 3:n ohjeistuksia. Ylimitoitusta saattaa esiintyä, koska jo korrelaatiokertoimen β_w käyttö hitsiaineen lujuuden redusoinnissa saattaa kappaleessa 4 esitetyn esimerkin perusteella muuttaa huomattavasti pienahitsin laskennassa käytettävää lujuusarvoa. Eurokoodin laajennus lujuusluokkaan S700 asti antaa hieman enemmän vapautta, koska sen mukaan laskennassa käytetään hitsauslisäaineen lujuutta, mutta tämä koskee ainoastaan alilujien lisäaineiden käyttöä. Seuraavissa kappaleissa tarkastellaan mitoitusta, kun liitoksessa on eri lujuisia materiaaleja.

7.1 Kylkiapienahitsit

Jos liitettävien perusaineiden lujuuksissa on eroa ja hitsauslisäaine on valittu lujemman mukaan, voi heikomman perusaineen leikkautuminen pienahitsin kateettia tai sularajaa pitkin olla liitoksessa esiintyvä vauriomuoto. Tällöin hitsi ei muodostu kriittiseksi ja on yhtälön 3.6 mukaan mitoitetuna yliluja ympäröivään rakenteeseen nähden kyseisessä kuormitustilanteessa. Oletetaan, että leikkautuminen tapahtuu hitsin kateettia pitkin ja merkitään kateetin pituutta k :lla. Tasakylkisen kolmion muotoisessa hitsissä kateetin pituus on a -mitan avulla esitettynä:

$$k = \sqrt{2} \cdot a \approx 1,41 \cdot a \quad (7.1)$$

Kateettipinnalla esiintyvä leikkausjännitys on:

$$\tau_{\parallel,k} = \frac{F_w}{k \cdot l} = \frac{F_w}{\sqrt{2} \cdot a \cdot l} \quad (7.2)$$

Sijoittamalla tämä pienahitsin mitoitusyhtälöön 3.1 ja ottamalla huomioon, että mitoitus ei varsinaisesti kohdistu hitsiin vaan heikompaan perusaineeseen saadaan:

$$a \geq \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_{u,perusaine,mat.}} \quad (7.3)$$

Alun perin tehtiin oletus, että hitsiaineen korkeammasta lujuudesta johtuen vaurio tapahtuu heikommassa perusaineessa. Yhtälö 7.3 mitoittaa pienahitsin heikomman kateetin leikkauskestävyyden pohjalta vaadittavan a-mitan. Luonnollisesti a-mitta on lyhyempi kuin kateettimitta, jolloin mitoitusääntöjä käyttäen yhtälöllä 3.6 saadaan ristiriitainen tulos yhtälön 7.3 kanssa. Tästä johtuen on poikettava mitoitusäännöistä ja käytettävä yhtälössä 3.6 hitsiaineen tai lujemman perusaineen murtolujuutta. Saadaan yhtälön 7.3 lisäksi toinen ehto a-mitalle:

$$a \geq \sqrt{3} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_{u,perusaine,kork.}} \quad (7.4)$$

Haluttaessa tasaluja optimaalinen mitoitus asetetaan yhtälöillä 7.3 ja 7.4 saatavat hitsin a-mitat yhtä suuriksi:

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_{u,perusaine,mat.}} = \sqrt{3} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_{u,perusaine,kork.}} \quad (7.5)$$

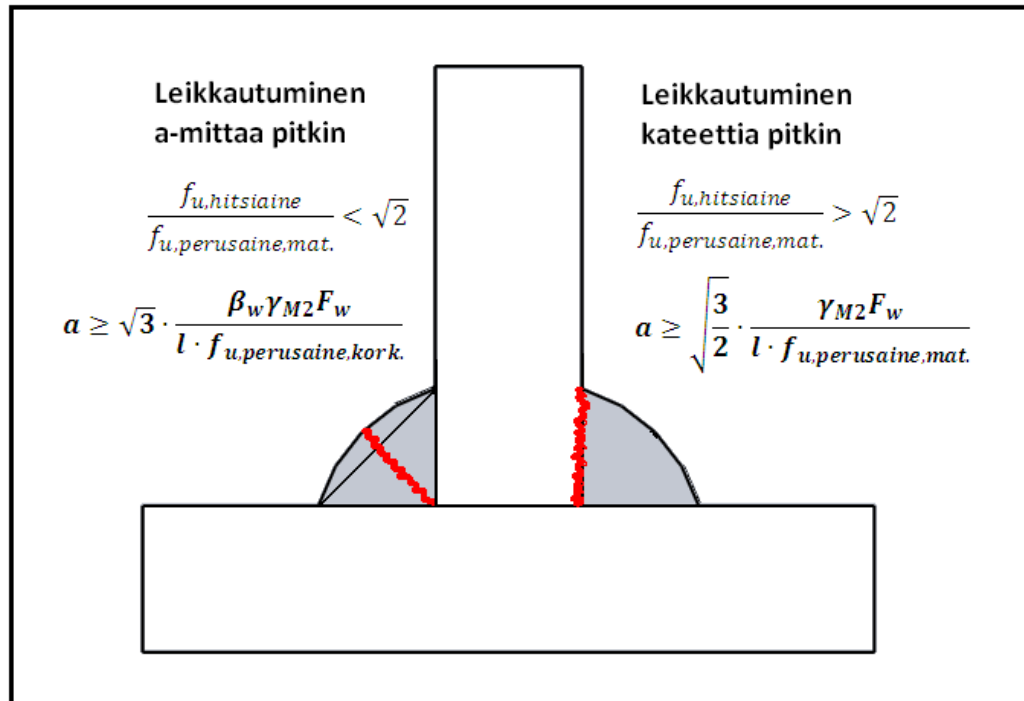
Yhtälö 7.5 voidaan esittää myös muodossa:

$$\frac{f_{u,perusaine,kork.}}{f_{u,perusaine,mat.}} = \sqrt{2} \cdot \beta_w \quad (7.6)$$

Koska korrelaatiokerroin β_w kuvaa tässä korkeamman lujuusluokan perusaineen lujuuden ja hitsiaineen lujuuden suhdetta voidaan yhtälö esittää hitsiaineen lujuuden avulla:

$$\frac{f_{u,hitsiaine}}{f_{u,perusaine,mat.}} = \sqrt{2} \quad (7.7)$$

Lopputulos on siis sama kuin hitsin a-mitan määräämässä tasossa ja kateettitasossa esiintyvien jännitysten suhde, joka määräytyy pelkästään leikkauspinta-alojen perusteella. Yhtälön 7.7 antama lujuuksien suhde kuvaa rajapistettä, jossa oletettu vauriomuoto muuttuu leikkautumisesta hitsin a-mittaa pitkin leikkautumiseen kateettia pitkin. Kuvaan 7.1 on muodostettu teoreettinen mitoitus tapa aikaisemman tarkastelun perusteella.

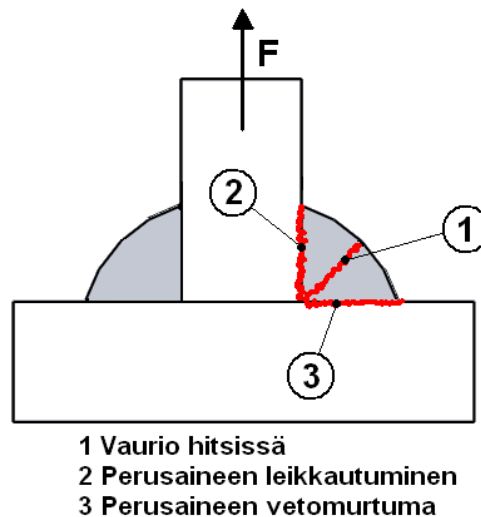


Kuva 7.1. Teoreettinen mitoitusstapa leikkausvoimalla kuormitetulle pienahitsille, jossa liitettävien perusaineiden lujuudet eroavat toisistaan.

Kateetin leikkautumista voidaan ehkäistä myös lisäämällä hitsin kateettipoikkeamaa. Tällöin on syytä tarkastella mahdolliset vauriokohtat erikseen tapauskohtaisesti. Yleispätevän säännön luominen eri lujuuksien ja hitsien geometrioiden huomioon ottamiseksi on hankalaa, mikä puoltaa tapauskohtaista tarkastelua.

7.2 Otsapienahitsit

Otsapienahitseissä eri lujuuksien huomioon ottaminen ei ole yhtä yksinkertaista kuin edellisessä kappaleessa lasketulle kylkipienahitsille. Jos pienahitsin tasapainottavan sekundaarivoiman jännitys jakaumia ei oteta huomioon, on toinen kateeteista puhtaan leikkausjännityksen ja toinen taas normaalijännityksen kuormittama. Itse hitsissä taas esiintyy näiden yhdistelmä laskettaessa komponenttimenetelmällä. Kun tähän lisätään vielä eri lujuuden perusaineet, hitsiaine sekä mahdollinen kateettipoikkeama, tulee yleispätevän säännön muodostamisesta monimutkaista. Tästä syystä tehdään muutamia esimerkkilaskelmia, joiden pohjalta saadaan asiaan näkemystä. Muodostetaan ensin a-mitan mitoittavat yhtälöt eri vaurioiden perusteella. Kuvassa 7.2 on esitetty otsapienahitsi ja sen mahdolliset vauriot eri lujuuksista johtuen.



Kuva 7.2. Otsapienahitsin mahdolliset vauriomuodot eri lujuuksien perusteella.

Tarkastellaan ensimmäiseksi hitsiä. Kuvassa 7.2 esitetty hitsin vaurio tapahtuu vetokokeiden perusteella yleensä loivemmassa kulmassa, mutta käytetään mitoitusarkastelussa a-
mitan suhteen mitoittavaa yhtälöä 3.11. Poiketaan Eurokoodi 3:n ohjeistuksesta ja esitetään mitoitusyhtälössä hitsin murtolujuus, jota merkitään tässä $f_{u,(1)}$:llä kuvan 7.2 merkintöihin pohjautuen. Mitoitusyhtälö on tällöin:

$$a_1 \geq \sqrt{2} \cdot \frac{\gamma_{M2} F_w}{f_{u,(1)} \cdot l} \quad (7.8)$$

Leikkauskuormituksen alaiseen kateettiin pohjautuva mitoitusyhtälö on vastaava kuin aikaisemmassa kappaleessa esitetty yhtälö 7.3. Merkintöjen yhdenmukaistamiseksi esitetään murtolujuus kuvan 7.2 merkintöihin pohjautuen ja mitoitusyhtälö on tällöin:

$$a_2 \geq \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\gamma_{M2} F_w}{f_{u,(2)} \cdot l} \quad (7.9)$$

Vetokuormituksen alainen kateetti voidaan mitoittaa samaa periaatetta käyttäen, mutta Eurokoodi 3:ssa on lisäsääntö normaalijännityksen suuruudelle ja se esitettiin kappaleessa 3 yhtälöllä 3.2. Koska tasapainottavaa voimaparia ei oteta huomioon tarkastelussa, on vetokuormituksen alaisen kateetin jännitystila ainoastaan normaalijännitystä ja yhtälöstä 3.2 saadaan tällöin mitoitusyhtälö:

$$a_3 \geq \frac{\gamma_{M2} F_w}{0,9\sqrt{2} \cdot f_{u,(3)} \cdot l} \quad (7.10)$$

Valitaan tarkasteluun Eurokoodi 3-1:n mukaiset rakenneteräkset S235 ja S355, Eurokoodi 3-12:n mukainen rakenneteräs S690Q ja Rautaruukin uusi S960QC-teräs. Rakenneterästen

S235, S355 ja S690QL murtolujuudet on esitetty Eurokoodi 3:ssa ja S960QC:n mekaaniset ominaisuudet löytyvät Ruukin www-sivuilta (Optim QC rakenneteräkset). Eri hitsauslisäaineiksi valitaan Eurokoodi 3-12:n mukaiset lujuusluokkien 35 ja 69 lisäaineet ja S960QC-teräksen suositeltava hitsauslisäaine X96, jonka mekaaniset ominaisuudet ovat esitetty valmistajan verkkodokumentissa (Union X 96). Eri teräslaatuojen laskennassa käytettävät murtolujuudet on esitetty taulukossa 7.1 ja hitsauslisäaineiden murtolujuudet taulukossa 7.2.

Taulukko 7.1. Eri teräslaatuojen murtolujuuksia.

TERÄSLAATU	Murtolujuus f_u [N/mm ²]
S235	360
S355	510
S690Q	770
S960QC	1000

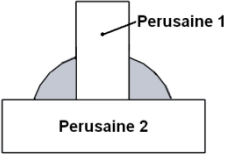
Taulukko 7.2. Eri lujuusluokan hitsauslisäaineiden murtolujuuksia.

HITSAUSLISÄAINE / LUJUUSLUOKKA	Murtolujuus f_u [N/mm ²]
35	440
69	770
X96	980

Valituilla materiaaleilla saadaan kuvan 7.2 mukaisia liitoksia kaikkiaan 48 erilaista yhdistelmää. Osa tapauksista on lähes tasalujia ja vaurio hitsissä on ilmeinen mitoitusyhtälöiden 7.8–7.10 vakioehtoimien perusteella. Osa tapauksista on taas käytännön kannalta irrelevantteja, kuten reilusti ylilujalla lisäaineella hitsatut liitokset, joissa molemmilla perusaineilla on matala lujuus.

Taulukkoon 7.3 on laskettu kaikille liitosyhdistelmille yhtälöiden 7.8–7.10 mukaiset a-mitat, kun mitoitusvoima $F_w = 100$ kN, $\gamma_{M2} = 1,25$, hitsin pituus $l = 50$ mm ja murtolujuudet ovat taulukoiden 7.1 ja 7.2 mukaiset. Taulukossa 7.3 on korostettu suurin saatu a-mitta punaisella tai vihreällä värillä. Vihreä väri osoittaa ne tapaukset, joissa vaurio esiintyy hitsissä. Lisäksi tapaukset, jotka voisivat olla käytännössä mahdollisia ja joissa vaurio tapahtuu muualla kuin hitsissä, on esitetty paksunnetulla fontilla.

Taulukko 7.3. Mitoitusyhtälöillä 7.8–7.10 lasketut a -mitat pienahitsatulle liitokselle eri lujuisilla materiaaleilla. Määrävä a -mitta korostettu värillä ja käytännön kannalta mahdolliset tapaukset korostettu paksummalla fontilla.

					
Perusaine 2		Perusaine 1			
Hitsiaine 35	S235	S355	S690	S960	
S235	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 5,5$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 5,5$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 5,5$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 5,5$ mm	
S355	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 3,9$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 3,9$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 3,9$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 3,9$ mm	
S690	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 2,6$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 2,6$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 2,6$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 2,6$ mm	
S960	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 2,0$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 2,0$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 2,0$ mm	$a_1 = 8,0$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 2,0$ mm	
Hitsiaine 69	S235	S355	S690	S960	
S235	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 5,5$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 5,5$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 5,5$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 5,5$ mm	
S355	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 3,9$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 3,9$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 3,9$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 3,9$ mm	
S690	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 2,6$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 2,6$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 2,6$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 2,6$ mm	
S960	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 2,0$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 2,0$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 2,0$ mm	$a_1 = 4,6$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 2,0$ mm	
Hitsiaine X96	S235	S355	S690	S960	
S235	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 5,5$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 5,5$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 5,5$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 5,5$ mm	
S355	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 3,9$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 3,9$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 3,9$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 3,9$ mm	
S690	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 2,6$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 2,6$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 2,6$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 2,6$ mm	
S960	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 8,5$ mm $a_3 = 2,0$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 6,0$ mm $a_3 = 2,0$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 4,0$ mm $a_3 = 2,0$ mm	$a_1 = 3,6$ mm $a_2 = 3,1$ mm $a_3 = 2,0$ mm	

Taulukosta 7.3 nähdään, että lujuusluokan 35 hitsiaineella vaurio hitsissä on yleisin vauriomuoto. Perusaineen leikkautuminen tulee esille ainoastaan S235 lujuusluokan teräksellä ja olennaisimmat tapaukset lienevät S235-S235- ja S235-S355-liitokset. Korkeamman lujuusluokan terästen kanssa näin matalan lujuusluokan terästä tuskin käytettäisiin. Eurokoodi 3-8:n mukaan mitoitettaessa käytettäisiin hitsin lujuuden redusoinnissa perusaineesta β_w -kerrointa, jonka arvo S235-teräkselle on 0,8 (SFS-EN 1993-1-8, 2005, s. 47). Pienahitsin a-mitaksi saadaan yhtälön 7.11 mukaisesti 7,9 mm. Korrelaatiokertoimesta johtuen hitsi on alimitoitettu verrattuna taulukon 7.3 arvoihin.

$$a \geq \sqrt{2} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{f_u \cdot l} = \sqrt{2} \cdot \frac{0,8 \cdot 1,25 \cdot 100 \cdot 10^3 N}{360 \frac{N}{mm^2} \cdot 50 mm} \approx 7,9 mm \quad (7.11)$$

Lujuusluokan 69 hitsiaineella enää hieman alle puolet vaurioista muodostuisi hitsiaineeseen. Yleisesti ei kuitenkaan tehdä liitoksia, joissa lisäaine olisi tarkoituksella reilusti ylliluja, joten osa tapauksista ei ole olennaisia. Tärkein tapaus lienee S690:n ja S355:n liitos, jossa leikkautuminen heikompaa perusainetta pitkin näyttäisi olevan melko kriittinen ja a-mitta tämän perusteella n. 30 % (6,0 / 4,6) suurempi kuin itse hitsiä mitoitettaessa. Eurokoodi 3-8:n mukaan mitoitettaessa hitsin a-mitaksi saadaan S355-teräksellä ja β_w :n arvolla 0,9 yhtälön 7.12 mukaisesti 6,2 mm, mikä on varmallalla puolella. Koska korrelaatiokerroin eroaa hieman S235:n vastaavasta, ei aikaisemmin esitettyä alimitoitusta pääse tapahtumaan S355-teräksellä.

$$a \geq \sqrt{2} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{f_u \cdot l} = \sqrt{2} \cdot \frac{0,9 \cdot 1,25 \cdot 100 \cdot 10^3 N}{510 \frac{N}{mm^2} \cdot 50 mm} \approx 6,2 mm \quad (7.12)$$

Hitsauslisäaineella X96 enää ainoastaan kahdessa tapauksessa vaurio esiintyisi hitsissä. Tarkastelun kannalta olennaisimmat tapaukset ovat S960- ja S355-teräksen liitokset, joissa molemmissa kuormitustapauksissa vaurion oletettu paikka muodostuisi heikompaan perusaineeseen, joko leikkaus- tai vetomurtumana. Tämä on tärkeä havainto, koska suurlujuusteräksistä valmistetuissa rakenteissa on monesti heikomman lujuusluokan materiaaleja esimerkiksi paksuina korvakkeina (joita ei ole saatavissa tasalujina) ja näiden mitoittamisen pitäisi pohjautua edellä mainitun perusteella perusaineen vaurioon. Mitoitettaessa Eurokoodi 3-8:n mukaisesti ollaan varmallalla puolella aikaisemman esimerkkilaskelman perusteella, mutta ylimitoitusta saattaa muodostua.

8 JOHTOPÄÄTÖKSET

Työn tavoitteena oli tarkastella analyyttisen lujuuslaskennan keinoin pienahitsien mitoittamista ja selittää käytännön kokein havaitut a-mitasta poikkeavat vauriotasot. Käyttämällä perinteistä yksinkertaistettua voimien jakamisen periaatetta saatiin aikaan mitoitusmalli, jonka perusteella vauriotaso on n. 27,4°:en kulmassa. Tällä mallilla mitoittaessa tasakylkisistä pienahitseistä tulee a-mitaltaan n. 8,2 % suurempia perinteiseen malliin verrattaessa.

Kun mitoituksessa otettiin huomioon tasapainottavat voimat, saatiin kaksi eri mallia. Toinen näistä ennustaa kaksi vauriotasoa, joiden kulmat perusaineisiin nähden ovat 15° ja hitsin a-mitta perinteiseen verrattuna on n. 6,1 % suurempi. Toisessa mallissa ei voitu käyttää suurimman yhdistetyn jännityksen periaatetta samalla tavalla, vaan tukeuduttiin kriittisen tason etsimiseen tasapainotilan avulla. Tämän perusteella vauriotaso löytyy n. 26,6°:en kulmasta ja mitoitetun hitsin a-mitta on perinteiseen nähden n. 1,6 % pienempi.

Tasakylkisten hitsien kesken eivät mitoitusmallien tuottamat erot ole kovinkaan suuria. Verrattaessa taas erikylkisiä hitsejä tasakylkiseen nähdään, että kuormituksesta riippuen erikylkisillä hitseillä saavutetaan suurempia kestävyyskertoimia pienemmällä hitsiaineen määrällä. Tämä asia tulee ilmi jo perinteisellä mitoitusmallilla, mikä on tämänhetkisen mitoitusstandardin mukainen. Perinteinen mitoitusmalli erikylkisellä hitsillä ennustaa mahdollisesti väärän vauriokohdan, mutta verrattaessa parannettuihin malleihin saadaan eri malleilla lähes samansuuruiset mitoitukset. Poikkeuksena tähän on tosin malli, jossa käytetään yksinkertaistettua voimien jakamista, mikä tuottaa suuremmat hitsit verrattuna perinteiseen malliin nähden.

Erikylkisten hitsien käytöllä voidaan saavuttaa taloudellisia etuja, kun tarvitaan suuria a-mittoja. Tällöin määrätty erikylkisyys on varmemmin saavutettavissa monipalkkohitsauksella. Esimerkiksi nostokorvakkeisiin ja muihin vastaaviin rakenteisiin, joissa kuormituksen suunta on suurella varmuudella tunnettu, voi olla perusteltua suunnitella hitsit erikylkisiksi. Erikylkisten hitsien käyttöä kannattaa harkita varsinkin jos kuorma on väsyttävää ja vain loivempi rajaviiva on kriittinen. Käytännön kokeilla olisi tosin hyvä osoittaa ensin, että erikylkiset hitsit toimivat oletettujen mitoitusmallien mukaisesti.

Eri lujuudet voidaan ottaa huomioon mitoituksessa, mutta tarkastelu ei tämän jälkeen ole enää Eurokoodi 3:n mukainen. Työssä käsiteltiin yksinkertainen tapa ottaa eri lujuudet huomioon kylki- ja otsapienahitsien mitoittamisessa. Kylkihitseillä saatiin hitsiaineen ja perusaineen lujuuksien suhteen raja-arvo, jonka perusteella pystytään päättelemään vaurion sijainti. Otsapienahitsien mitoittamisessa kannattaa laskea hitsin a-mitta kolmella eri mitoitussyhtälöllä ja valita näistä suurin, jos on syytä epäillä muuta kuin vauriota hitsissä. Erikylkisten hitsien käytöllä voidaan vaikuttaa myös vaikuttaa mitoituksen optimointiin, kun liitoksessa esiintyy eri lujuisia materiaaleja. Erikylkisyydellä saadaan pidennettyä esimerkiksi kriittistä leikkauksen alaista kateettimittaa, pienemmällä hitsin tilavuuden kasvattamisella.

Erikylkisten hitsien käyttöä ei kielletä Eurokoodi 3:ssa, eikä hitsausluokat määrittävässä standardissa. On tosin otettava huomioon, että erikylkisiä hitsejä ei yleisesti käytetä ja niiden merkitsemisestä valmistuspiirustuksiin ei välttämättä ole voimassa olevia ohjeistuksia tai käytäntöjä. Lisäksi valmistavilla konepajoilla ei välttämättä ole riittävää ymmärrystä lujusteknisistä asioista ja piirustuksiin merkityt erikylkiset hitsit saattaisivat aiheuttaa suurta hämmennystä ja mahdollisuus vääränsuuntaiseen erikylkisyyteen on olemassa.

LÄHTEET

Niemi, E. & Kemppi, J. 1993. Hitsatun rakenteen suunnittelun perusteet. Helsinki, Painatuskeskus Oy. 337 s.

Niemi, E. 2003. Levyrakenteiden suunnittelu. Tekninen tiedostus 2/2003. Helsinki, Teknologiainfo Teknova Oy. 136 s.

Optim QC rakenneteräkset. [verkkodokumentti]. Rautaruukki Oyj:n www-sivuilla. Päivitetty 7.6.2012. [Viitattu 24.7.2012]. Saatavissa: <http://www.ruukki.fi/Tuotteet-ja-ratkaisut/Terastuotteet/Kuumavalssatut-terakset/Rakenneterakset/Optim-QC-rakenneterakset#tab3>

SFS-EN 1993-1-1. 2005. Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. Suomen standardoimisliitto SFS. 100 s.

SFS-EN 1993-1-8. 2005. Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-8: Liitosten suunnittelu. Suomen standardoimisliitto SFS. 149 s.

SFS-EN 1993-1-12 + AC. 2007. Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-12: EN 1993 laajennus teräslajeihin S700 asti. 12 s.

SFS-EN ISO 5817. 2006. Hitsaus. Teräksen, nikkelin, titaanin ja niiden seosten sulahitsaus (paitsi sädehitsaus). Hitsiluokat. Suomen standardoimisliitto SFS. 64 s.

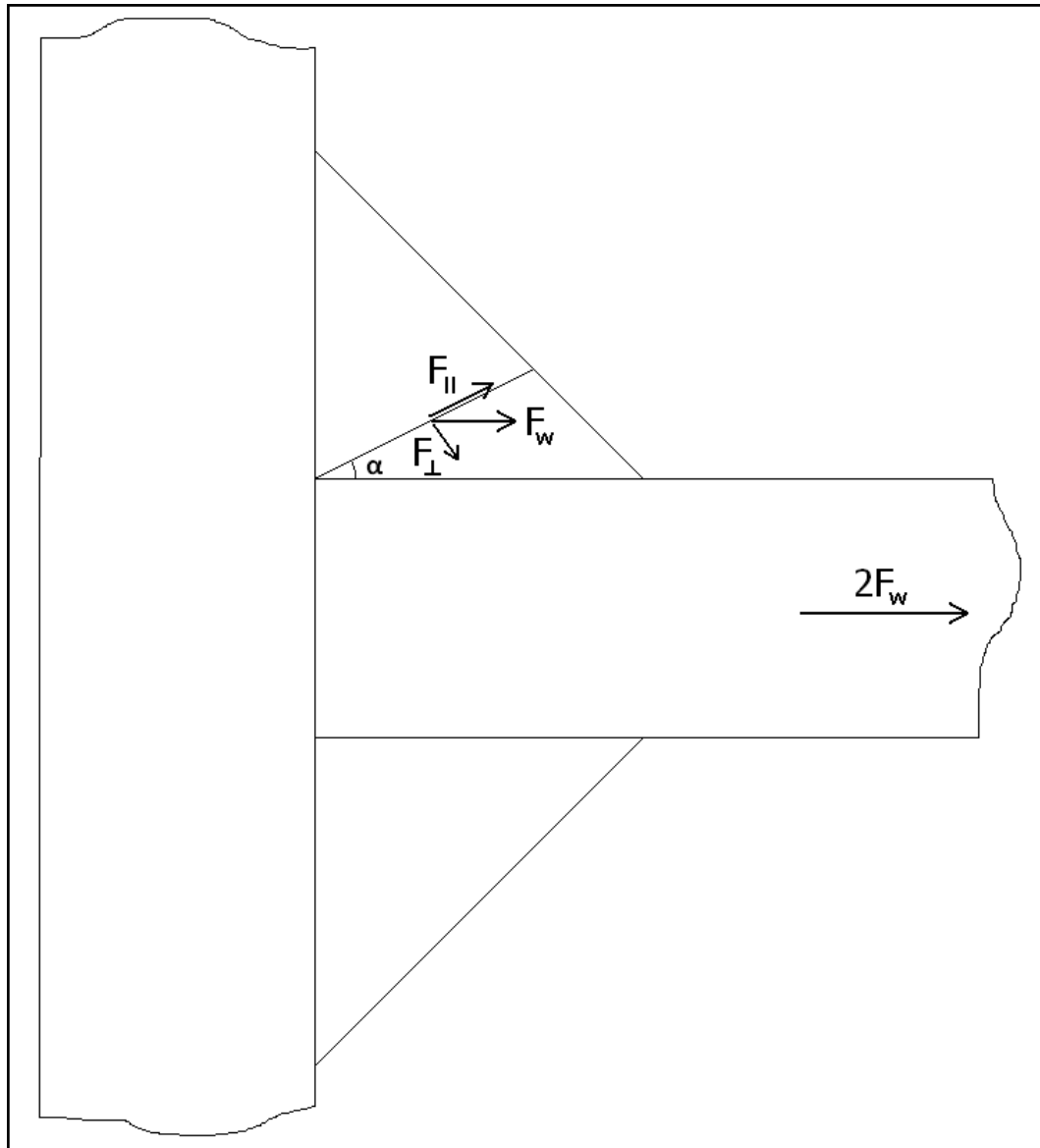
SFS-EN ISO 17659. 2004. Hitsaus. Hitsausliitosten monikielinen kuvallinen sanasto. Suomen standardoimisliitto SFS. 48 s.

Union X 96. 2005. [pdf-verkkodokumentti]. Böhler Schweißtechnik Deutschland GmbH. [Viitattu 24.7.2012]. Saatavissa: http://www.bw-group-china.com/attach/products/Union%20X%2096%20_GMAW.pdf

LIITTEET

LIITE 1. Tasakylkisen otsapienahitsin mitoitus mielivaltaisessa kulmassa olevan laskentatason yhdistetyn jännityksen perusteella

Hitsiin kohdistuva voima jaetaan laskentapinnalle voimakomponenteiksi seuraavan kuvan mukaisesti.



Voimakomponenttien arvoiksi saadaan:

$$F_{\parallel} = F_w \cos \alpha$$

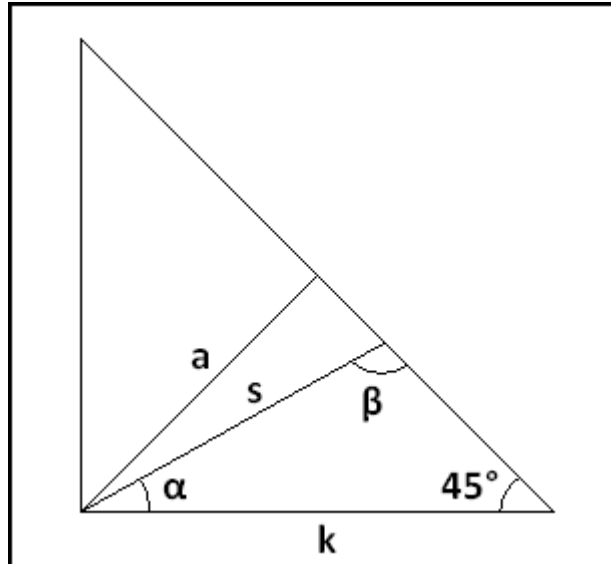
$$F_{\perp} = F_w \sin \alpha$$

Voimakomponenteista saadaan jännityskomponentit laskentatasolle ($s * l$):

$$\tau_{\perp} = \frac{F_{\parallel}}{s(\alpha)l} = \frac{F_w \cos \alpha}{s(\alpha)l}$$

$$\sigma_{\perp} = \frac{F_{\perp}}{s(\alpha)l} = \frac{F_w \sin \alpha}{s(\alpha)l}$$

Laskentatason toisen dimension määrää mitta s , joka voidaan esittää a -mitan avulla seuraavan kuvan geometrian pohjalta:



Kuvan pohjalta saadaan sinilauseella:

$$\frac{s}{\sin 45^\circ} = \frac{k}{\sin \beta}$$

$$\beta = 180^\circ - 45^\circ - \alpha = 135^\circ - \alpha$$

$$k = \sqrt{2} \cdot a$$

$$\frac{s}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2} \cdot a}{\sin(135^\circ - \alpha)}$$

$$s = \frac{a}{\sin(135^\circ - \alpha)}$$

Eurokoodi 3:n mukainen mitoitusyhtälö:

$$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3\tau_{\perp}^2 + 3\tau_{\parallel}^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

Otsapienahitsille $\tau_{\parallel} = 0$, sijoittamalla aikaisemmin määritetyt jännityskomponentit saadaan:

$$\sqrt{\left(\frac{F_w \sin \alpha}{s(\alpha)l}\right)^2 + 3\left(\frac{F_w \cos \alpha}{s(\alpha)l}\right)^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

Sijoitetaan tähän aikaisemmin määritetty s :n arvo ja tuodaan vakiot juuren alta:

$$\frac{F_w}{a \cdot l} \sqrt{(\sin \alpha \cdot \sin(135^\circ - \alpha))^2 + 3(\cos \alpha \cdot \sin(135^\circ - \alpha))^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

Tuodaan yhteinen sinitermi juuren alta:

$$\frac{F_w}{a \cdot l} \sin(135^\circ - \alpha) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

Muutetaan $\sin(135^\circ - \alpha)$ radiaanimuotoon, merkitään kulman α vastinetta kulmalla θ :

$$\sin(135^\circ - \alpha) = \sin\left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \frac{\pi}{4}\right]$$

Käytetään seuraava muunnoskaavaa:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

Jolloin saadaan:

$$\sin(135^\circ - \alpha) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cos \frac{\pi}{4} + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \sin \frac{\pi}{4}$$

Ottamalla huomioon seuraavat yhteydet:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Saadaan:

$$\sin(135^\circ - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin \theta + \cos \theta)$$

Täten:

$$\sin(135^\circ - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

Sijoittamalla tämä alkuperäiseen yhtälöön saadaan:

$$\frac{F_w}{a \cdot l} \sqrt{\frac{1}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 (\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

Puretaan neliö:

$$\frac{F_w}{a \cdot l} \sqrt{\frac{1}{2} (\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha) (\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

Käyttämällä yhteyksiä:

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

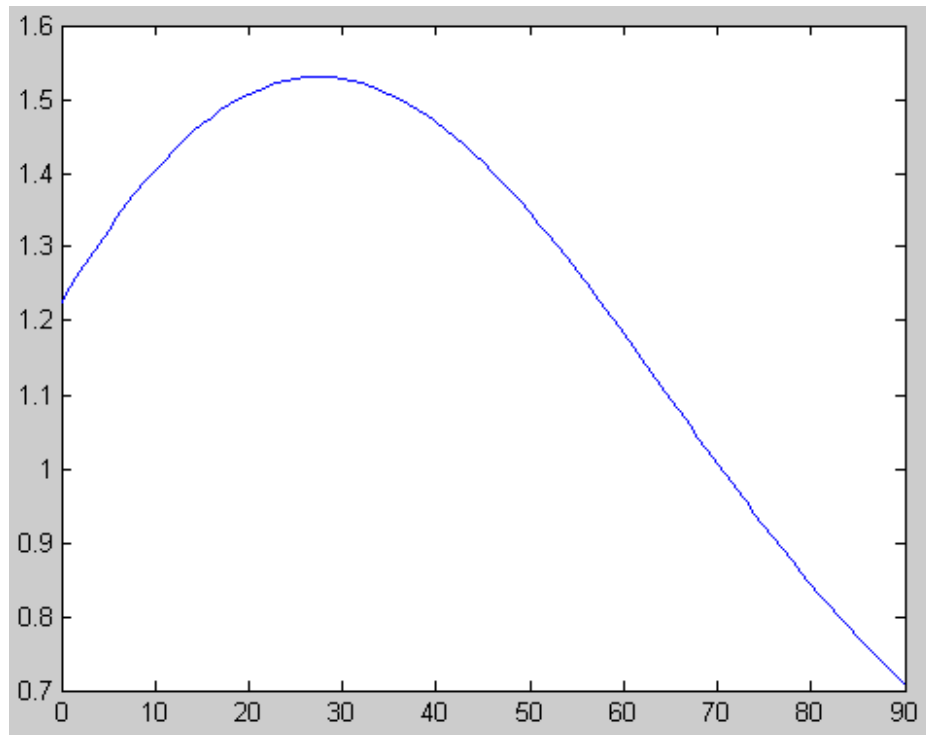
$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$$

Saadaan yhtälö muotoon:

$$\frac{F_w}{a \cdot l} \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

Juuritermi on kiinnostavin koska se määrää kulman funktiona hitsin leikkaustason jännityksen. MATLAB:lla piirretty kuvaaja:



Tästä nähdään, että ideaalisella tasasivuisen kolmion muotoisella hitsillä suurin jännitys on poikkileikkauksen tasolla joka on hieman alle 30° kulmassa.

Määritetään juurilausekkeen derivaatta:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\alpha} \left(\sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)} \right) &= \\ \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{d\alpha} [(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)]}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)}} &= \end{aligned}$$

Derivaatan nollakohdat selvittämällä saadaan selvitettyä kulma, jonka määräämällä tasolla suurin leikkausjännitys esiintyy. Edellä olevan lausekkeen nollakohdat ovat samat kuin sen osoittajan nollakohdat:

$$\frac{d}{d\alpha} [(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)] = 0$$

Derivoimalla saadaan:

$$2\cos 2\alpha (2 + \cos 2\alpha) + (1 + \sin 2\alpha)(-2 \sin 2\alpha) = 0$$

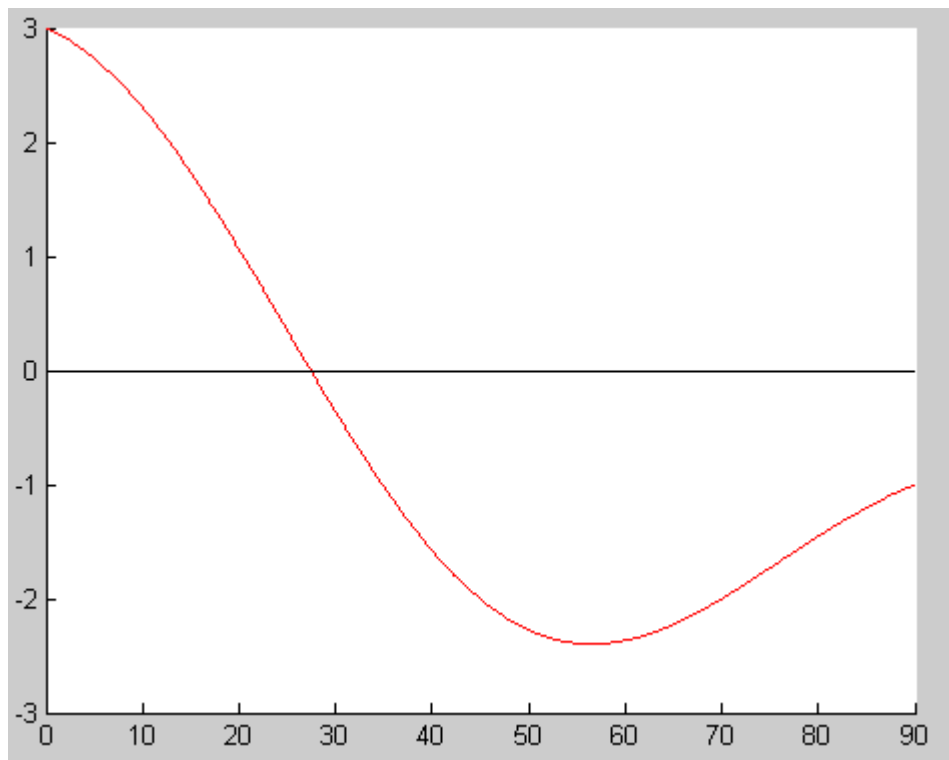
Kerrotaan termit auki, jaetaan lauseke puolittain kahdella ja järjestellään termit:

$$2\cos 2\alpha - \sin 2\alpha + (\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha) = 0$$

Yhtälö saadaan muunnoskaavan avulla seuraavaan muotoon:

$$2\cos 2\alpha - \sin 2\alpha + \cos 4\alpha = 0$$

Yhtälö ei välttämättä ratkea analyttisesti. Seuraavassa kuvassa on MATLAB:lla piirretty kuvaaja yhtälön käyttäytymisestä; nollakohta on odotetusti hieman alle 30° kohdalla.



Laskemalla riittävästi pisteitä MATLAB:lla saadaan numeerisesti ratkaistu kulman arvo 27,4019°.

Tällöin alkuperäisen yhtälön juuritermi saa arvon:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sin 2\alpha)(2 + \cos 2\alpha)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(1 + \sin 2 \cdot 27,4019^\circ)(2 + \cos 2 \cdot 27,4019^\circ)} \\ &\approx \frac{2,164}{\sqrt{2}} \approx 1,53 \end{aligned}$$

Mitoitusyhtälö tulee siten muotoon:

$$1,53 \cdot \frac{F_w}{a \cdot l} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

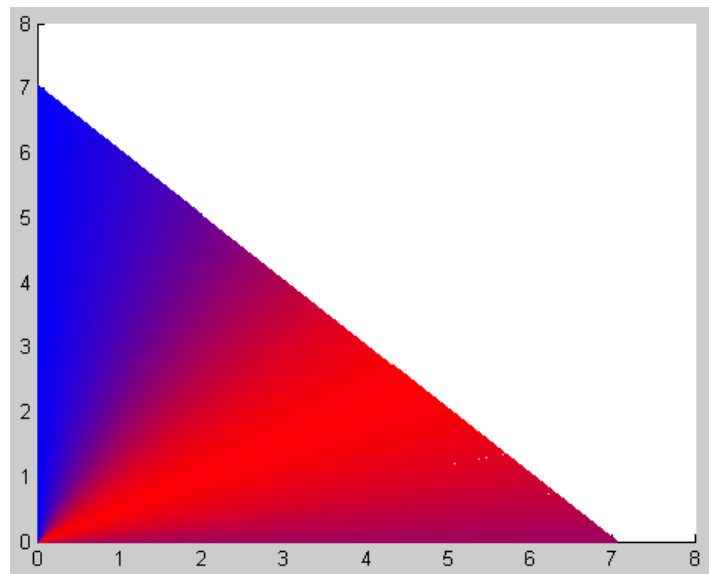
Perinteinen otsapienahitsin mitoitusyhtälö on:

$$\sqrt{2} \cdot \frac{F_w}{a \cdot l} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

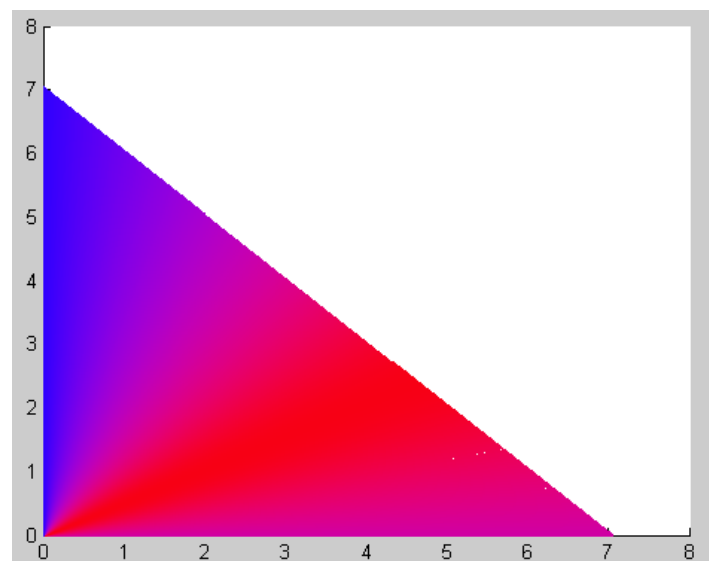
Tästä nähdään, että laskemalla jännitys kuormitetuimmalla tasolla ja mitoittamalla hitsin a-mitta tämän mukaan saadaan n. 8 % korkeampi a-mittan arvo.

$$\frac{1,53}{\sqrt{2}} \approx 1,082$$

Jännityskertoimen arvot voidaan sovittaa värijakaumaksi hitsin geometriaan, jolloin saadaan seuraavan näköiset kuvaajat:

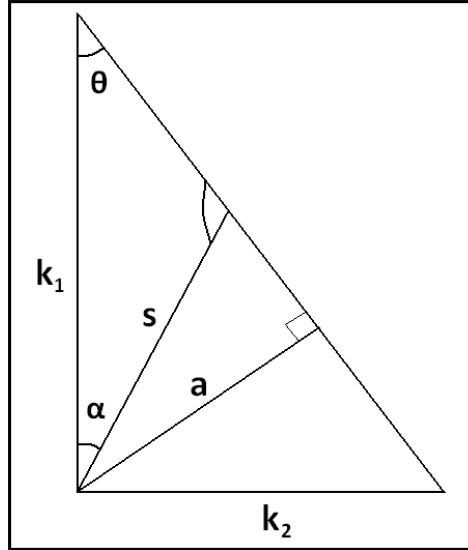


Lineaarinen värijakauma



Logaritminen värijakauma

LIITE 2. Tasakylkisen otsapienahitsin mitoitus mielivaltaisessa kulmassa olevan las-
kentatason yhdistetyn jännityksen perusteella



Kateetti k_1 ja kulma θ määräävät kolmion. Mitta s voidaan esittää sinilauseella näiden avulla:

$$\frac{s}{\sin \theta} = \frac{k_1}{\sin(180^\circ - \theta - \alpha)}$$

$$s = \frac{k_1 \cdot \sin \theta}{\sin(180^\circ - \theta - \alpha)}$$

Sijoitetaan tämä aikaisemmin määritettyyn pienahitsin mitoitusyhtälöön:

$$\sqrt{\left(\frac{F_w \sin \alpha}{s(\alpha, \theta)l}\right)^2 + 3 \left(\frac{F_w \cos \alpha}{s(\alpha, \theta)l}\right)^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

$$\frac{F_w}{s(\alpha, \theta)l} \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

$$\frac{F_w}{k_1 l} \cdot \frac{\sin(180^\circ - \theta - \alpha) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha}}{\sin \theta} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

Josta voidaan ratkaista k_1 :

$$k_1 \geq \frac{\sin(180^\circ - \theta - \alpha) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha}}{\sin \theta} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

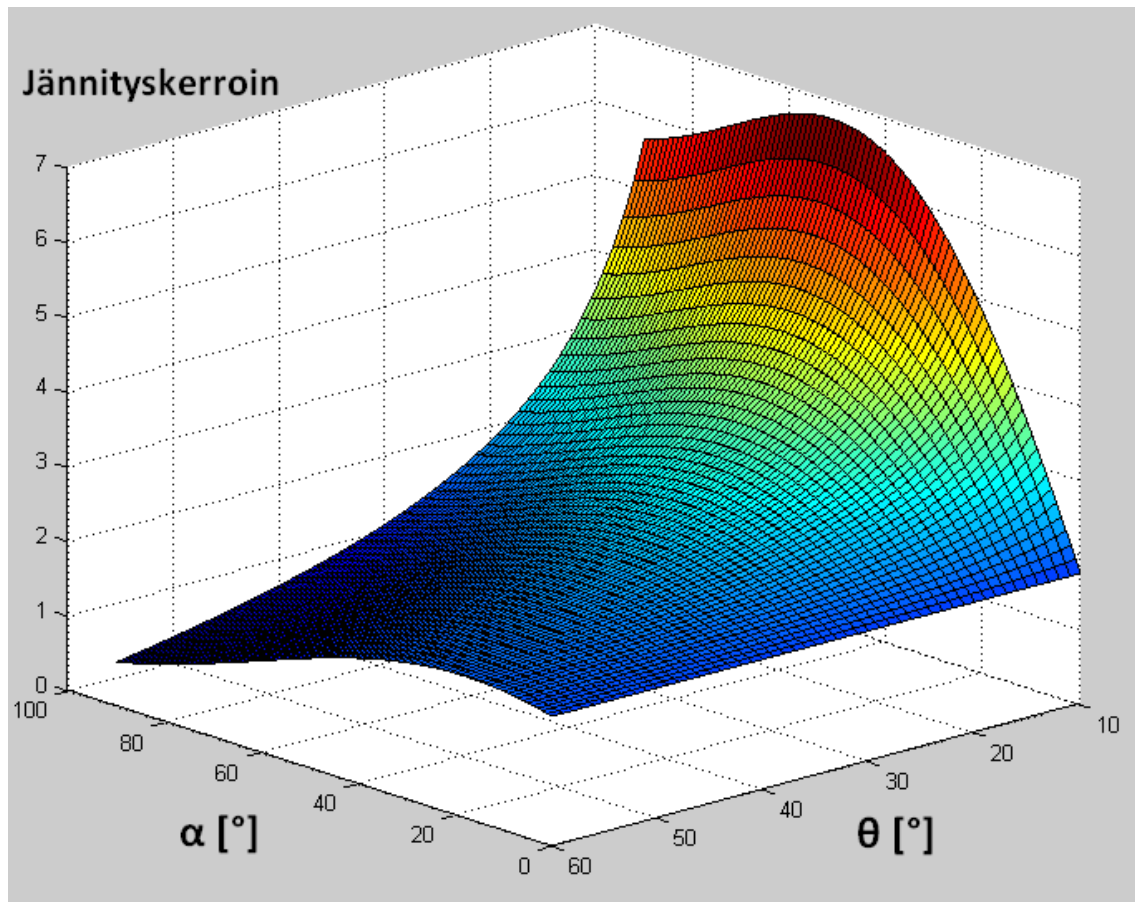
Tämä sievenee kulmafunktioiden välisiä yhteyksiä käyttäen muotoon:

$$k_1 \geq \left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha\right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

Yhtälö määrittää vaadittavan kateetimitan k_1 mitan s määrittämän leikkaustason vertailujännityksen perusteella. Koska ainoa varsinainen muuttuja yhtälössä on kulmien α ja θ funktiona oleva tekijä, nimetään tämä jännityskertoimeksi k ja tarkastellaan sen käyttäytymistä. Jännityskerroin k on siis:

$$k = \left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha}$$

Jännityskertoimen käyttäytyminen MATLAB:lla piirrettynä:



Kuvaajasta nähdään karkeasti, että jännityskertoimella on jokaisessa kulman θ määräämässä tasossa maksimi. Tämän perusteella voidaan olettaa, että kulman α arvo, jossa jännityskertoimen arvo on suurimmallaan, voidaan esittää kulman θ funktiona.

Muodostetaan seuraavaksi jännityskertoimen osittaisderivaatta kulman α suhteen ja asetetaan tämä nollassi. Tällöin saadaan luotua kulmien α ja θ välille yhteys perustuen jännityskertoimen huippuarvoihin.

Tarkastellaan jännityskerrointa:

$$k = \left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha}$$

Viedään toinen tekijä juuren alle:

$$k = \sqrt{\left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha\right)^2 (\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha)}$$

Puretaan neliö:

$$k = \sqrt{\left(\frac{\sin^2 \alpha}{\tan^2 \theta} + 2 \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\tan \theta} + \cos^2 \alpha\right) (\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha)}$$

Puretaan tekijöiden tulo:

$$k = \sqrt{\frac{\sin^4 \alpha}{\tan^2 \theta} + 2 \frac{\sin^3 \alpha \cos \alpha}{\tan \theta} + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 3 \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\tan^2 \theta} + 6 \frac{\sin \alpha \cos^3 \alpha}{\tan \theta} + 3 \cos^4 \alpha}$$

Merkitään tästä eteenpäin $s = \sin \alpha$ ja $c = \cos \alpha$ ja järjestellään termit:

$$k = \sqrt{\frac{s^4 + 3s^2c^2}{\tan^2 \theta} + \frac{2s^3c + 6sc^3}{\tan \theta} + s^2c^2 + 3c^4}$$

Lausekkeen osittaisderivaatta kulman α suhteen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha} \sqrt{\frac{s^4 + 3s^2c^2}{\tan^2 \theta} + \frac{2s^3c + 6sc^3}{\tan \theta} + s^2c^2 + 3c^4} = \\ \frac{\frac{4s^3c + 6sc^3 - 6s^3c}{\tan^2 \theta} + \frac{6s^2c^2 - 2s^4 + 6c^4 - 18s^2c^2}{\tan \theta} + 2sc^3 - 2s^3c - 12sc^3}{2\sqrt{\frac{s^4 + 3s^2c^2}{\tan^2 \theta} + \frac{2s^3c + 6sc^3}{\tan \theta} + s^2c^2 + 3c^4}} \end{aligned}$$

Asetetaan osittaisderivaatan lauseke nolaksi. Voidaan tarkastella osamäärän osoittajaa pelkästään:

$$\frac{-2s^3c + 6sc^3}{\tan^2 \theta} + \frac{-2s^4 + 6c^4 - 12s^2c^2}{\tan \theta} - 2s^3c - 10sc^3 = 0$$

Järjestellään termit ja lisätään puolittain aputermit neliöintiä varten:

$$\begin{aligned} \frac{-2s^3c + 6sc^3}{\tan^2 \theta} + \frac{-2s^4 + 6c^4 - 12s^2c^2}{\tan \theta} + \left(\frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{\sqrt{6sc^3 - 2s^3c}}\right)^2 \\ = \left(\frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{\sqrt{6sc^3 - 2s^3c}}\right)^2 + 2s^3c + 10sc^3 \end{aligned}$$

Neliöidään yhtälön vasen puoli:

$$\left(\frac{\sqrt{6sc^3 - 2s^3c}}{\tan \theta} + \frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{\sqrt{6sc^3 - 2s^3c}}\right)^2 = \left(\frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{\sqrt{6sc^3 - 2s^3c}}\right)^2 + 2s^3c + 10sc^3$$

Otetaan neliöjuuri puolittain ja järjestellään termejä:

$$\frac{\sqrt{6sc^3 - 2sc^3}}{\tan \theta} = \sqrt{\left(\frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{\sqrt{6sc^3 - 2s^3c}}\right)^2 + 2s^3c + 10sc^3} - \frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{\sqrt{6sc^3 - 2s^3c}}$$

Jaetaan yhtälö puolittain neliöjuurilausekkeella:

$$\frac{1}{\tan \theta} = \sqrt{\frac{\left(\frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{\sqrt{6sc^3 - 2s^3c}}\right)^2 + 2s^3c + 10sc^3}{6sc^3 - 2s^3c}} - \frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{6sc^3 - 2s^3c}$$

Tarkastellaan juuritermiä erikseen, puretaan osoittajassa olevan termin neliö:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{\left(\frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{\sqrt{6sc^3 - 2s^3c}}\right)^2 + 2s^3c + 10sc^3}{6sc^3 - 2s^3c}} = \\ & \sqrt{\frac{\frac{s^8 + 9c^8 + 30s^4c^4 + 12s^6c^2 - 36s^2c^6}{6sc^3 - 2s^3c} + 2s^3c + 10sc^3}{6sc^3 - 2s^3c}} = \end{aligned}$$

Lavennetaan osoittajassa olevat termit samannimisiksi:

$$\sqrt{\frac{\frac{s^8 + 9c^8 + 22s^4c^4 + 12s^6c^2 - 36s^2c^6}{6sc^3 - 2s^3c} + \frac{-8s^4c^4 - 4s^6c^2 + 60s^2c^6}{6sc^3 - 2s^3c}}{6sc^3 - 2s^3c}} =$$

Lasketaan osoittajan termit yhteen:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{\frac{s^8 + 9c^8 + 30s^4c^4 + 8s^6c^2 + 24s^2c^6}{6sc^3 - 2s^3c}}{6sc^3 - 2s^3c}} = \\ & \frac{\sqrt{s^8 + 9c^8 + 30s^4c^4 + 8s^6c^2 + 24s^2c^6}}{6sc^3 - 2s^3c} = \end{aligned}$$

Huomataan, että juuren alla olevat termit saadaan neliöityä:

$$\frac{\sqrt{(s^4 + 3c^4 + 4s^2c^2)^2}}{6sc^3 - 2s^3c} = \frac{s^4 + 3c^4 + 4s^2c^2}{6sc^3 - 2s^3c}$$

Sijoitetaan tämä alkuperäiseen yhtälöön juuritermin paikalle, josta se alun perin otettiin sievennettäväksi:

$$\frac{1}{\tan \theta} = \frac{s^4 + 3c^4 + 4s^2c^2}{6sc^3 - 2s^3c} - \frac{-s^4 + 3c^4 - 6s^2c^2}{6sc^3 - 2s^3c}$$

Lasketaan yhtälön oikean puolen termit yhteen:

$$\frac{1}{\tan \theta} = \frac{2s^4 + 10s^2c^2}{6sc^3 - 2s^3c} = \frac{s^3 + 5sc^2}{3c^3 - s^2c}$$

Erotetaan tekijäksi osamäärä s/c , joka on $\tan \alpha$:

$$\frac{1}{\tan \theta} = \frac{s}{c} \cdot \frac{s^2 + 5c^2}{3c^2 - s^2} = \tan \alpha \cdot \frac{s^2 + 5c^2}{3c^2 - s^2}$$

Käytetään kulmafunktioiden välistä yhteyttä $c^2 = 1 - s^2$:

$$\frac{1}{\tan \theta} = \tan \alpha \cdot \frac{s^2 + 5(1 - s^2)}{3(1 - s^2) - s^2} = \tan \alpha \cdot \frac{-4s^2 + 5}{-4s^2 + 3}$$

Josta edelleen:

$$\tan \theta = \frac{1}{\tan \alpha} \cdot \frac{4s^2 - 3}{4s^2 - 5}$$

Käyttämällä kulmafunktioiden välistä yhteyttä ja sijoittamalla ylläolevaan:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{\tan \alpha}{\pm \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} \\ \Rightarrow \sin^2 \alpha &= \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \end{aligned}$$

Saadaan yhtälö muotoon:

$$\tan \theta = \frac{1}{\tan \alpha} \cdot \frac{4 \left(\frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right) - 3}{4 \left(\frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right) - 5} = \frac{1}{\tan \alpha} \cdot \frac{4 \left(\frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right) - \frac{3(1 + \tan^2 \alpha)}{1 + \tan^2 \alpha}}{4 \left(\frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right) - \frac{5(1 + \tan^2 \alpha)}{1 + \tan^2 \alpha}}$$

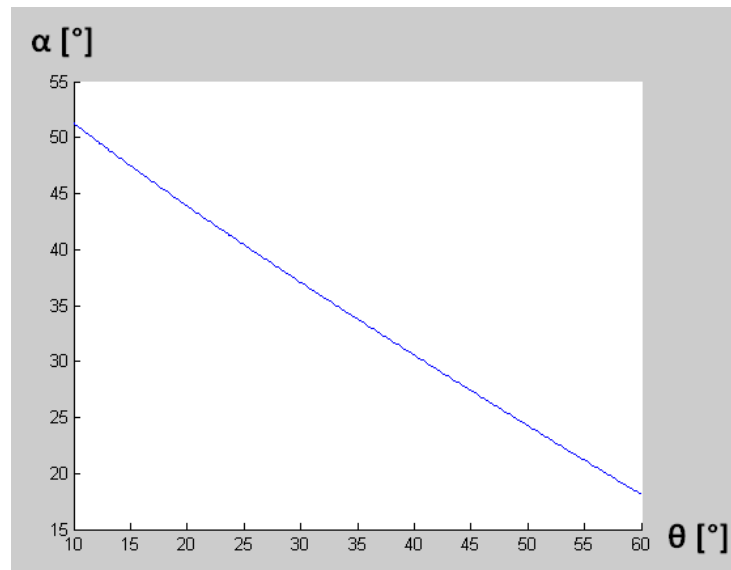
Josta edelleen:

$$\tan \theta = - \frac{\tan^2 \alpha - 3}{\tan^2 \alpha + 5} \cdot \frac{1}{\tan \alpha}$$

Esitetään yhtälö yleisessä muodossa:

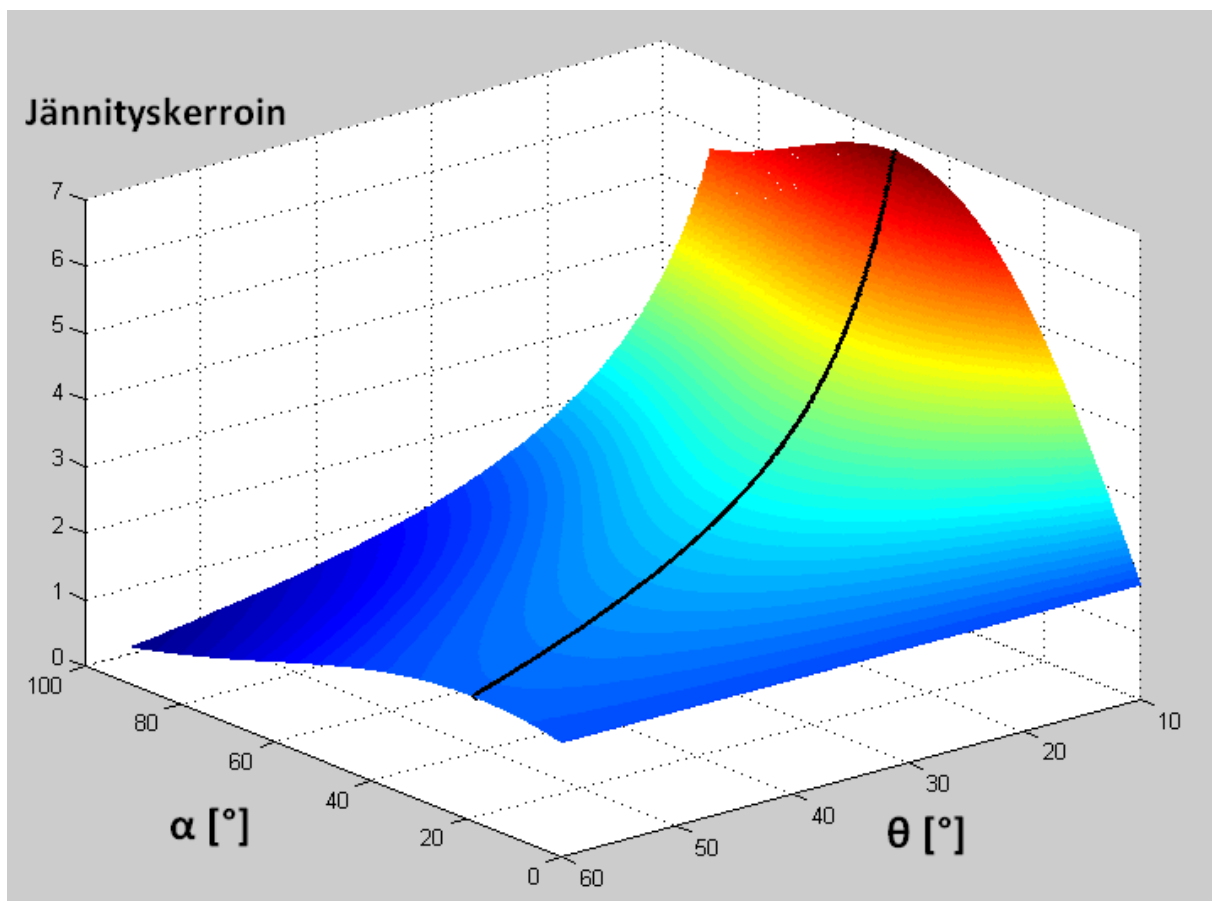
$$\tan \theta \cdot \tan^3 \alpha + \tan^2 \alpha + 5 \tan \theta \cdot \tan \alpha - 3 = 0$$

Kulman α voisi esittää kolmannen asteen yhtälön ratkaisukaavan avulla kulman θ funktiona, jolloin saadaan kaksiulotteinen käyrä. Tämä käyrä on esitetty seuraavassa kuvassa (käyrää ei ole laskettu kyseisellä funktiolla vaan se on poimittu numeerisesti piirtämiseen käytetyistä pistematriiseista):



Tarkasteluvälillä yhtälö käyttäytyy kuin suora.

Kyseinen käyrä piirrettynä kolmiulotteiseen jännityskertoimien määräämään tasopintaan:



Muodostetaan linearisoitu kulmien α ja θ välinen riippuvuus:

$$\alpha = -\frac{2}{3} \cdot \theta + 60^\circ$$

Tämän perusteella voidaan määrättyllä kateetipoikkeamakulmalla θ laskea likimääräinen arvo suurimman jännityksen alaisen tason kulmalle α . Alkuperäinen mitoitusyhtälö on:

$$k_1 \geq \left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

Johon voidaan sijoittaa aikaisemmin ratkaistu $\tan(\theta)$:

$$\frac{1}{\tan \theta} = \frac{s}{c} \cdot \frac{s^2 + 5c^2}{3c^2 - s^2}$$

Joka voidaan esittää pääosin kulman α kosinifunktiona:

$$\frac{1}{\tan \theta} = \frac{s}{c} \cdot \frac{4c^2 + 1}{4c^2 - 1}$$

Sijoitetaan tämä mitoitusyhtälöön:

$$k_1 \geq \left(s \cdot \frac{s}{c} \cdot \frac{4c^2 + 1}{4c^2 - 1} + c \right) \sqrt{s^2 + 3c^2} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

Muutetaan juuritermin kulman α kosinifunktionesitykseksi ja sievennetään:

$$k_1 \geq \left(\frac{1 - c^2}{c} \cdot \frac{4c^2 + 1}{4c^2 - 1} + \frac{c^2(4c^2 - 1)}{c(4c^2 - 1)} \right) \sqrt{1 + 2c^2} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

Puretaan kertolasku ja lasketaan summa:

$$k_1 \geq \left(\frac{4c^2 + 1 - 4c^4 - c^2 + 4c^4 - c^2}{c(4c^2 - 1)} \right) \sqrt{1 + 2c^2} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

Saadaan:

$$k_1 \geq \frac{2c^2 + 1}{c(4c^2 - 1)} \sqrt{1 + 2c^2} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

Yhdistetään samanmuotoinen juuritermi osamäärän osoittajan kanssa:

$$k_1 \geq \frac{(2c^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}{4c^3 - c} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

Muutetaan osamäärän osoittaja seuraavaan muotoon:

$$k_1 \geq \frac{(2c^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}{4c^3 - 3c + 2c} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

Käytetään seuraavia kulmafunktioiden välisiä yhteyksiä:

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

Saadaan:

$$k_1 \geq \frac{(\cos 2\alpha + 2)^{\frac{3}{2}}}{\cos 3\alpha + 2 \cos \alpha} \cdot \frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u}$$

Nyt voidaan erikylkisen pienahitsin kateettimitta mitoittaa tai ratkaista voima F_w ja tarkastella tunnetun muotoisen hitsin äärikestävyyttä. Ensiksi lasketaan kulman α lineaarisoitu arvo kateettipoikkeamakulman θ avulla ja tämän jälkeen käytetään yllä olevaa yhtälöä.

Erikylkinen pienahitsi voidaan myös optimoida poikkipinta-alan pohjalta. Hitsin poikkipinta-ala on seuraavan yhtälön mukainen.

$$A_w = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_w \gamma_{M2} F_w}{l \cdot f_u} \right)^2 \left[\left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \right]^2 \tan \theta$$

Erotetaan hitsin poikkipinta-alaa kuvaava kerroin:

$$k_A = \left[\left(\frac{\sin \alpha}{\tan \theta} + \cos \alpha \right) \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} \right]^2 \tan \theta$$

Puretaan lauseke tulevan derivoinnin helpottamiseksi:

$$k_A = \frac{\sin^4 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\tan \theta} + (\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 3 \cos^4 \alpha) \tan \theta + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 6 \sin \alpha \cos^3 \alpha$$

Otetaan osittaisderivaatta kulman θ suhteen ja asetetaan se nolllaksi:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} k_A = -\frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan^2 \theta} (\sin^4 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) + (1 + \tan^2 \theta) (\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 3 \cos^4 \alpha) = 0$$

Sievennetään:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^4 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\tan^2 \theta} &= \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 3 \cos^4 \alpha \\ \Rightarrow \tan \theta &= \sqrt{\frac{\sin^4 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 3 \cos^4 \alpha}} \end{aligned}$$

Sijoitetaan tähän seuraavat kulmafunktioiden väliset riippuvuudet:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha &= \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \end{aligned}$$

Saadaan:

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{\left(\frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right)^2 + 3 \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}}{\frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} + 3 \frac{1}{(1 + \tan^2 \alpha)^2}}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{\frac{\tan^4 \alpha + 3 \tan^2 \alpha}{(1 + \tan^2 \alpha)^2}}{\frac{\tan^2 \alpha + 3}{(1 + \tan^2 \alpha)^2}}} \\
 &= \sqrt{\tan^2 \alpha \cdot \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 3}} = \tan \alpha
 \end{aligned}$$

Eli kulmat α ja θ ovat yhtäsuuret, kun pinta-ala saa kulman θ funktiona pienimpiä arvoja. Käytetään ehtoa $\alpha = \theta$ aikaisemmin määritetyssä suurimpia jännityksiä kuvaavassa yhtälössä:

$$\begin{aligned}
 \tan \theta \cdot \tan^3 \alpha + \tan^2 \alpha + 5 \tan \theta \cdot \tan \alpha - 3 &= 0 \\
 \tan^4 \alpha + 6 \tan^2 \alpha - 3 &= 0
 \end{aligned}$$

Käytetään sijoitusta $\tan^2(\alpha) = x$:

$$x^2 + 6x - 3 = 0$$

Ratkaistaan x toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla:

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{3}$$

Ainoastaan positiivinen ratkaisu on käypä, eli:

$$x = 2\sqrt{3} - 3$$

Tällöin:

$$\tan \theta = \sqrt{x} = \sqrt{2\sqrt{3} - 3}$$

Ja:

$$\theta = \tan^{-1} \sqrt{2\sqrt{3} - 3} \approx 34,2646^\circ$$

Aikaisemman ehdon mukaan kulmat α ja θ ovat yhtäsuuria, joten:

$$\alpha = \theta \approx 34,2646^\circ$$