

LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO

LUT School of Energy Systems

LUT Kone

BK10A0402 Kandidaatintyö ja seminaari

EKVIVALENTIN PAKSUUDEN MÄÄRITTÄMINEN KAHDEN PAKSUUDEN
LEVYRAKENTEELLE

DETERMINING THE EQUIVALENT THICKNESS FOR THE TWO-THICKNESS
PLATE STRUCTURE

Lappeenrannassa 9.10.2017

Otto Ratala

Tarkastaja Prof. Timo Björk

Ohjaaja Prof. Timo Björk

TIIVISTELMÄ

Lappeenrannan teknillinen yliopisto
LUT Energiajärjestelmät
LUT Kone

Otto Ratala

Ekvivalentin paksuuden määrittäminen kahden paksuuden levyrakenteelle

Kandidaatintyö

2017

30 sivua, 14 kuvaa, 10 taulukkoa ja 6 liitettä

Tarkastaja: Prof. Timo Björk

Ohjaaja: Prof. Timo Björk

Hakusanat: levy, lommahdus, paksuus

Työn tavoitteena oli alustaa syksyllä 2017 alkavaa Lappeenrannan teknillisen yliopiston tutkimustyötä levyrakenteista, joissa on kaksi eripaksuista levynpuolikasta ja jotka korvataan yhdellä ekvivalentilla paksuudella. Tämä tehtiin ensisijaisesti tutkimalla, mitkä tekijät vaikuttavat ekvivalentin paksuuden muutokseen. Lisäksi yritettiin selvittää, voitaisiinko tämä ekvivalentti paksuus laskea pelkästään lähtötietojen pohjalta.

Tutkimuksessa tarkistettiin aluksi käytettyjen mallinnusohjelmien ja teorian toimivuus, jonka seurauksena tutkimus rajattiin nivellettyihin tuentoihin rakenteissa, joissa ei ole negatiivisia jännityksiä.

Tutkimuksen edetessä selvisi, että tuentatavalla ja jännityksen määrällä ei ollut huomattavaa vaikutusta. Todelliset vaikuttajat olivat, suurimmasta pienimpään, levynpuolikkaiden paksuudet, leveydet ja jännitys jakauma. Lopuksi löydettiin yksi painotetun keskiarvon kaava, joka antaa suurin piirtein oikean paksuuden, kun jännityssuhde on 0,5 ja maksimi sijaitsee paksulla puoliskolla.

ABSTRACT

Lappeenranta University of Technology
LUT School of Energy Systems
LUT Mechanical Engineering

Otto Ratala

Determining the equivalent thickness for the two-thickness plate structure

Bachelor's thesis

2017

30 pages, 14 figures, 10 tables and 6 appendices

Examiner: Prof. Timo Björk

Supervisor: Prof. Timo Björk

Keywords: plate, buckling, thickness

The aim of the thesis was to initialize the research work of Lappeenranta University of Technology in the autumn of 2017 on plate structures with two separate pairs of plates with separate thicknesses, which are replaced by one equivalent thickness. This was done primarily by examining which factors affect the change in equivalent thickness. In addition, an attempt was made to determine whether this equivalent thickness could be calculated solely on the basis of the initial data.

The study first reviewed the functionality of the modeling programs and the theory used, which resulted in the study of articulated support structures with no negative stresses.

As the research progressed, it became clear support structure and the amount of stress did not have a significant impact. Actual influences were, from the largest to the smallest, the plate thickness, widths and the stress distribution. Finally, a weighted average formula was found which gives roughly the right thickness when the stress ratio is 0.5 and the maximum is located in the thick half.

SISÄLLYSLUETTELO

TIIVISTELMÄ

ABSTRACT

SISÄLLYSLUETTELO

SYMBOLILUETTELO

1	JOHDANTO	7
2	KIRJALLISUUSKATSAUS	9
	2.1 Lommahdus	9
	2.2 Kriittisen lommahdusjännityksen laskeminen	10
3	TUTKIMUSMETODIT	13
	3.1 Mallinnus	13
	3.2 Ekvivalentin rakenteen muodostaminen	16
	3.3 Tutkinta	17
4	TULOKSET	19
	4.1 Toiminnan varmistaminen	19
	4.2 Tutkittavat arvot	20
	4.3 Varsinainen tutkinta	21
	4.4 Löydetyt laskukaavat	23
5	POHDINTA	24
	5.1 Toiminnan varmistaminen	24
	5.2 Tutkittavat arvot	25
	5.3 Varsinainen tutkinta	25
	5.4 Löydetyt laskukaavat	27
	5.5 Kehitettävyyys	28
6	YHTEENVETO	29
	LÄHTEET	30

LIITTEET

LIITE I: Mathcad-koodi.

LIITE II: Satunnaisen mallinnuksen täydet tulokset.

LIITE III: Satunnaisen mallinnukset täydet tulokset jäykällä tuennalla.

LIITE IV: Varsinaisen tutkimuksen täydet tulokset: jännitys.

LIITE V: Varsinaisen tutkimuksen täydet tulokset: leveys.

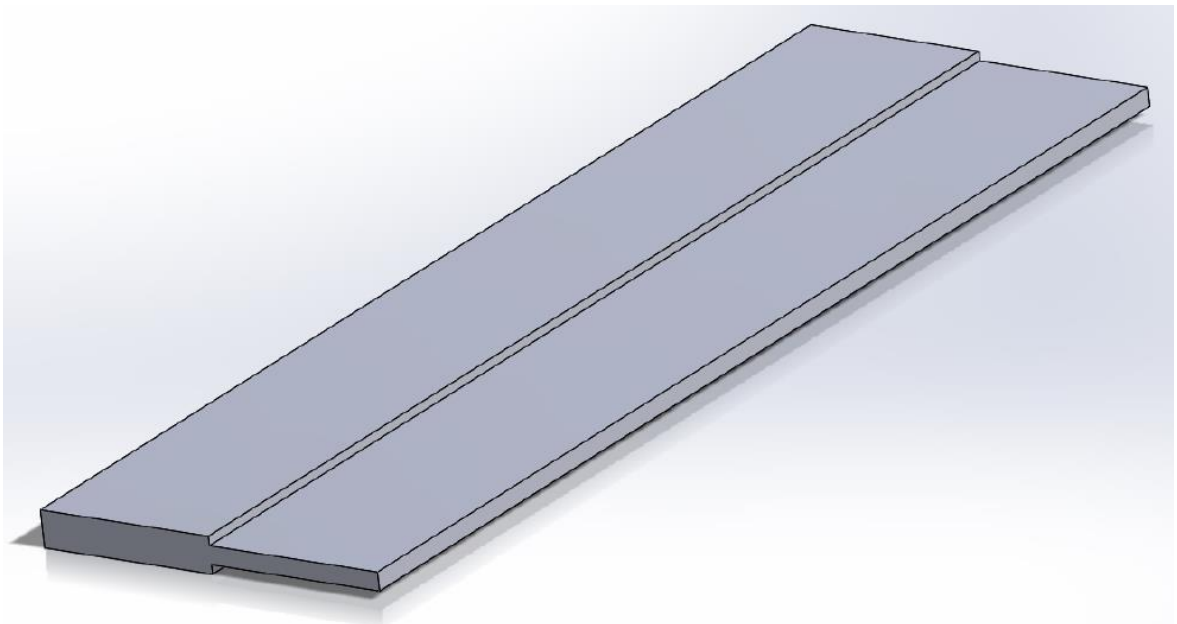
LIITE VI: Varsinaisen tutkimuksen täydet tulokset: paksuus.

SYMBOLILUETTELO

A	Levyn päädyn kokonaispinta-ala [mm ²]
a	Tasapaksun levyn pituus [mm]
b	Tasapaksun levyn leveys [mm]
b_1	Ohuen levynpuolikkaan leveys [mm]
b_2	Paksun levynpuolikkaan leveys [mm]
b_i	Levyn leveys tutkitussa kohdassa [mm]
b_{yht}	Levynpuolikkaiden yhteenlaskettu leveys [mm]
E	Materiaalin kimmomoduuli [MPa]
F_i	Jännitys tutkitussa kohdassa [N]
k_σ	Kriittinen lommahduskerroin
m	Puoliaaltojen lukumäärä lommahtaneessa levyssä
n	Solmujen lukumäärä
t	Tasapaksun levyn paksuus [mm]
t_1	Ohuen levynpuolikkaan paksuus [mm]
t_2	Paksun levynpuolikkaan paksuus [mm]
t_{ekv}	Levyn ekvivalentti paksuus [mm]
t_i	Levyn paksuus tutkitussa kohdassa [mm]
ν	Materiaalin suppeumaluku
σ	Tasainen jännitys tasapaksun levyn päässä [MPa]
σ_1	Jännitys ohuen levynpuolikkaan ulkoreunalla [MPa]
σ_2	Jännitys paksun levynpuolikkaan ulkoreunalla [MPa]
$\sigma_{cr,p}$	Kriittinen lommahdusjännitys [MPa]
σ_E	Eulerin jännitys [MPa]
σ_i	Jännitys tutkitussa kohdassa [MPa]
σ_{max}	Suurin reunajännitys [MPa]
σ_{min}	Pienin reunajännitys [MPa]
φ_{cr}	Kriittinen jännityskerroin
Ψ	Jännitys jakauma

1 JOHDANTO

Kuvan 1 mukaisia, kahdesta eri levynpaksuudesta valmistettuja levyrakenteita on suunniteltu tutkittavan Lappeenrannan teknillisessä yliopistossa syksystä 2017 alkaen. Näissä kohteissa kaksi eri levynpaksuutta korvataan yhdellä, ekvivalentilla paksuudella. Ennen korvaamista pitäisi kuitenkin varmistaa, että uusi tasapaksu levy ei pääse lommahtamaan alkuperäisen kuormituksen alaisena. Toisin sanoen pitäisi varmistaa, että kahdelle eri toteutustavalle saadaan sama kriittinen lommahdusjännitys. Tällaista tutkimusta ei ilmeisesti ole aikaisemmin tehty, koska kirjallisuuskatsauksen aikana tästä ei löytynyt mitään mainintaa.



Kuva 1. Kahden levynpaksuuden levyrakenteen.

Tämän kandidaatintyön ensisijaisena tavoitteena on pohjustaa tulevaa tutkintaa selvittämällä, miten kuvan 1 mukaisen rakenteen ominaisuudet vaikuttavat ekvivalenttiin paksuuteen ja uuden rakenteen kriittiseen lommahdusjännitykseen. Näitä ominaisuuksia ovat alkuperäisten levyjen paksuudet, leveydet ja tuennat, rakenteessa vaikuttavan jännityksen jännityssuhde, sekä maksimikuorman sijoittuminen paksulle tai ohuelle osiolle muuttuvan jännityksen tapauksessa. Toissijaisena tavoitteena on kaavojen etsintä, joilla voitaisiin laskea ekvivalentit paksuudet eri tapauksille suoraan lähtöarvojen perusteella.

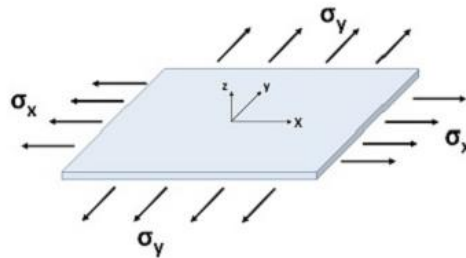
Tutkimus keskittyy vain teoreettisiin ratkaisuihin, eikä huomioi realististen tapauksien muuttujia, kuten levyjen liitoksen laatua tai levyissä ilmeneviä epätasaisuuksia.

Työ sisältää aluksi lyhyen kirjallisuuskatsauksen levyjen lommahtamiseen. Tämän jälkeen varmistetaan käytettyjen mallinnusohjelmien toimivuus ja paikkansapitävyys, jonka jälkeen mallinnetaan erilaisia levyrakenteita ja niitä vastaavia tasapaksuja rakenteita. Lopuksi näistä malleista saatuja tuloksia verrataan toisiinsa, ja yritetään löytää etsittyjä yhteyksiä.

Levyrakenteet pidetään jatkuvasti kaikilta reunoilta tuettuina, joko nivellellisesti tai jäykästi. Levyjen päissä esiintyvä kuormitus voi olla joko tasainen tai lineaarisesti muuttuva.

2 KIRJALLISUUSKATSAUS

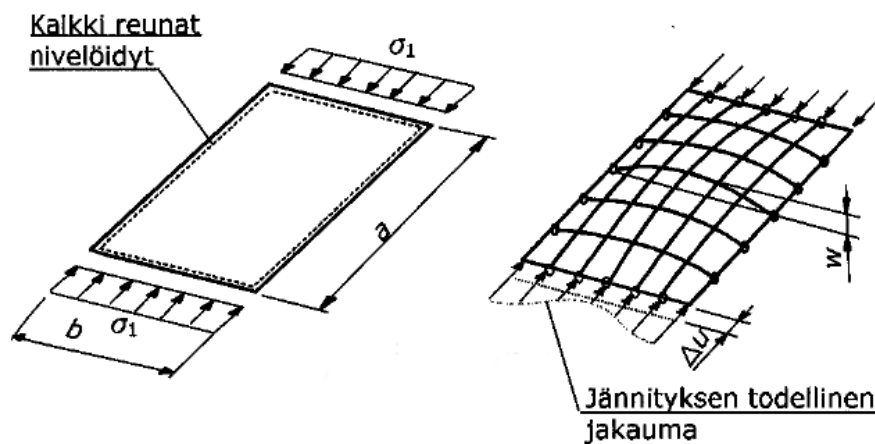
Levyllä tarkoitetaan kuvassa 2 havainnollistettua kappaletta, jossa tasaisen ohutta tasoa kuormitetaan keskipinnan suunnassa. Levy pysyy tämän kuormituksen jälkeenkin tasona. (Ikonen 1990, s. 31.) Rakenneteräslevyjen paksuus on välillä 3–60 mm (Niemi 2003, s. 10). Jos levyssä vaikuttava kuormitus on keskipintaa vastaan kohtisuorassa suunnassa, sitä kutsutaan laataksi (Ikonen 1990, s. 86).



Kuva 2. Kuormitettu levy (Plate elements 2015).

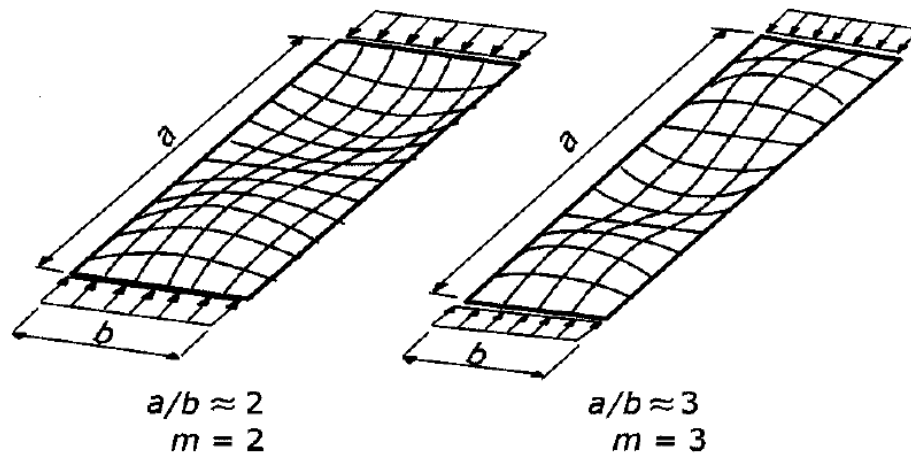
2.1 Lommahdus

Kaikilta sivuilta nivelellisesti tuettu levy puristuu vastakkaisilta sivuilta kuormittavan kalvojännityksen alaisena kimmoisesti kokoon tiettyyn kriittiseen jännitykseen σ_{cr} asti. Kun tämä arvo saavutetaan, levy menettää tasapainonsa ja siihen muodostuu sinipuoliaallon mukainen lommahdus kuvan 3 mukaan. (Niemi 2003, s. 17.)



Kuva 3. Levyn lommahdus (Niemi 2003, s. 17).

Jos levyn pituuden a ja leveyden b suhde a/b on suuri, puolialtoja muodostuu yhden sijasta m kappaletta, riippuen edellä mainitusta suhteesta. Kun levyn reunaa kuormittava jännitys σ on vakio, levyn lommahdusaallot jakautuvat likimain neliömäisiin alueisiin, joissa on vuoroin ylös, vuoroin alas suuntautuneet aallot kuvan 4 mukaisesti. (Niemi 2003, s. 17.)



Kuva 4. Levyn lommahdus suurella a/b -suhteella (Niemi 2003, s. 17).

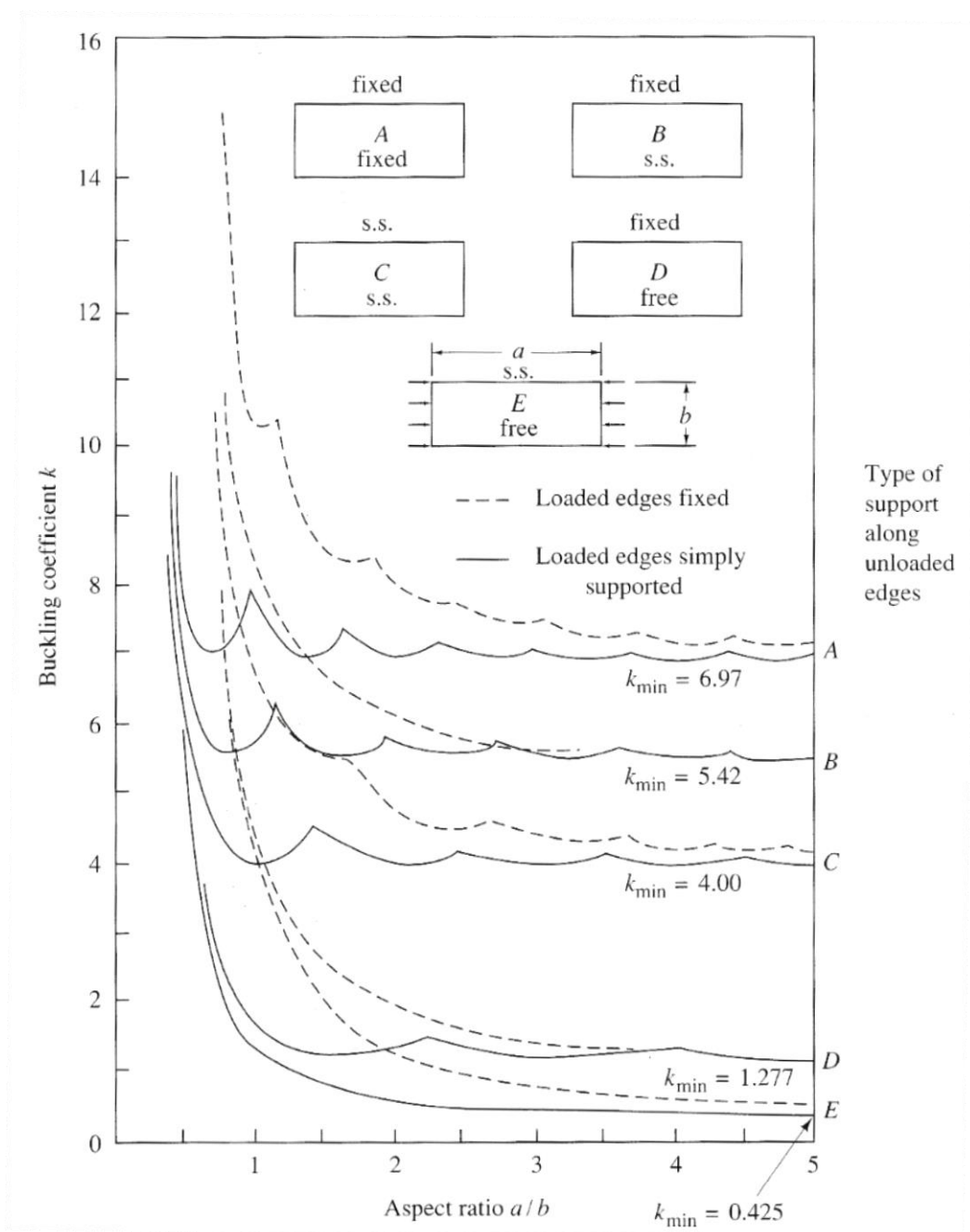
2.2 Kriittisen lommahdusjännityksen laskeminen

Levyn kriittinen lommahdusjännitys voidaan laskea lommahduskerrointa k_σ käyttämällä yleispätevästi seuraavasti (Niemi 2003, s. 18):

$$\sigma_{cr,p} = k_\sigma \sigma_E = k_\sigma \frac{\pi^2 E t^2}{12(1-\nu^2)b^2} \quad (1)$$

Kaavassa 1 σ_E on levyn nurjahdus- eli eulerjännitys, missä E on materiaalin kimmomoduuli, ν materiaalin suppeumaluku, t levyn paksuus ja b levyn päädyn leveys (Niemi 2003, s. 18).

Lommahduskertoimen k_σ arvoja on voitu ratkaista vain yksinkertaisimmille tapauksille ilman tietokoneita. Mutkikkaammassa tapauksissa numeerinen ratkonta tietokoneilla on suositeltavaa, ja näitä tuloksia on julkaistu erillisissä käsikirjoissa. Jos levyn päissä vaikuttava puristusjännitys on tasainen, lommahduskerroin määritetään eri tuentatapauksissa kuvan 5 mukaisesta kuvaajasta hyödyntämällä sekä lommahduspuoliaaltojen lukumäärää m kaarevien viivojen muodostamisessa että levyn pituuden ja leveyden a/b -suhdetta. (Niemi 2003, s. 18.)



Kuva 5. Lommahduskerroin tasaisella puristuksella (Johnson & Salmon 1996, s. 337).

Jos jännitys puolestaan ei ole vakio, voidaan laskea standardin mukainen jännitys jakauma kaavalla 2 (SFS-EN 1993-1-5 2006, s. 42):

$$\psi = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (2)$$

Kaavassa 2 σ_{\max} on suurin reunajännitys ja σ_{\min} pienin reunajännitys. Saatu jännitys jakauma voidaan sitten sijoittaa standardin mukaiseen kuvan 6 kaavastoon, kun levy on päätyjen

lisäksi tuettu kahdelta reunalta nivelletysti, jolloin saadaan kaavassa 1 tarvittava lommahduskerroin k_σ (SFS-EN 1993-1-5 2006, s. 18). Kaikilta reunoilta jäykästi tuetuille levyille ei löydetty vastaavaa kaavastoa.

$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Lommahduskerroin k_σ	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Kuva 6. Kaikilta reunoilta nivelellisesti tuetun levyn lommahduskerroin (SFS-EN 1993-1-5 2006, s. 18).

Kriittinen lommahdusjännitys voidaan vaihtoehtoisesti laskea seuraavalla kaavalla (Čaušević & Bulić 2012, s. 121):

$$\sigma_{cr,p} = \varphi_{cr} \sigma \quad (3)$$

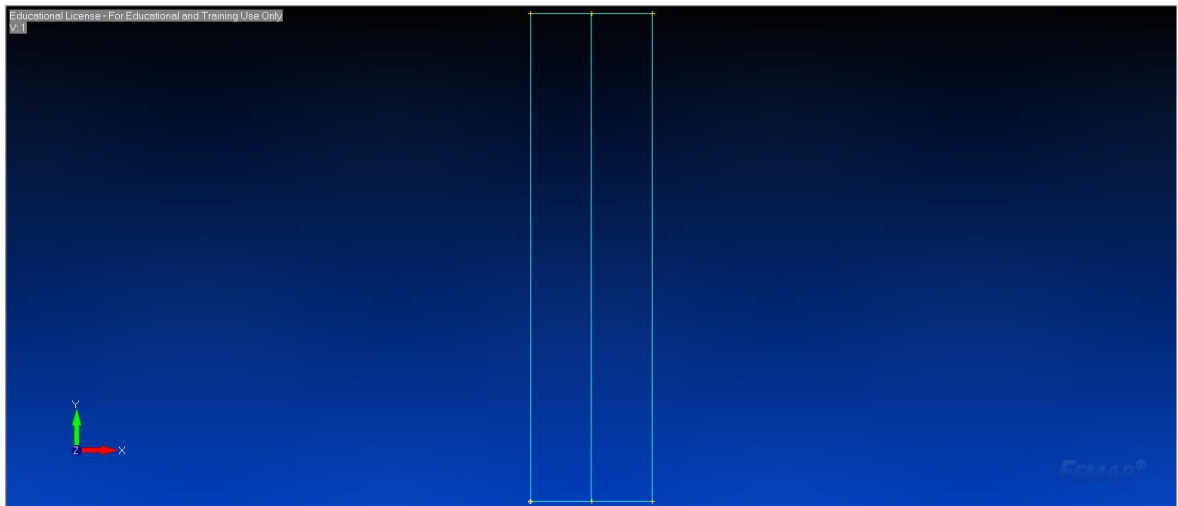
Kaavassa 3 φ_{cr} on levyn kriittinen jännityskerroin ja σ levyn reunalla vaikuttava tasainen reunajännitys. Tällä kaavalla saadaan sama tulos kuin Eulerin jännitystä käyttävällä kaavalla 1. Kriittiselle jännityskertoimelle ei löydetty omaa laskukaavaansa, mutta esimerkiksi EBPlate-ohjelma laskee sen itsenäisesti. (Čaušević & Bulić 2012, s. 121.) Ohjelma todennäköisesti tekee tämän soveltamalla kaavoja 1 ja 3 yhdessä, mutta tästä ei ole varmuutta.

3 TUTKIMUSMETODIT

Tutkimus tehtiin pääasiassa mallintamalla rakenteet Femap v11.3.1:llä ja käyttämällä sen yhteydessä olevaa NXNastranin *Buckling*-analyysitapaa mallin analysointiin. Tämän lisäksi käytettiin käsin laskentaa kirjallisuustutkimuksessa esitellyillä kaavoilla ja taulukoilla sekä EBPlate 2.01:tä tulosten tarkistamisessa. Käsin laskennassa käytettiin Mathcad 15.0:aa nopeuttamaan kaavoihin perustuvaa laskentaa. Tämä koodi on esillä liitteessä I.

3.1 Mallinnus

Femapilla mallinnettaessa yhdistetyn levyrakenteen kulmapisteet ja keskilinjan pääty pisteet sijoitettiin aluksi XY-tasoon, ja ne yhdistettiin toisiinsa rakenteen ääri viivoiksi kuvan 7 mukaisesti. Jatkossa viitattaessa eri rakenneosiin, esimerkiksi rakenteen ylä- ja alareunoihin, puhutaan niistä tämän kuvan mukaisesti. Kun mallinnettiin yhden levynpaksuuden rakennetta, mallinnus tehtiin samoin, mutta ilman keskiviivaa ja -pisteitä.



Kuva 7. Femap-mallin ääri viivat.

Rakenteen ylä- ja alareunalle sijoitettiin joka kerta 10 elementtiä. Pidemmille, pystysuuntaisille sivu- ja keskiviivoille sijoitettiin tämä sama määrä elementtejä pituus-levyysuhteella a/b kerrottuna, joka oli kaikissa tapauksissa 4. Materiaalina käytettiin koko ajan terästä, jonka kimmomoduuli E on 210 000 MPa ja Poissonin vakio ν on 0,3. Levyt mallinnettiin luomalla tutkittavan paksuiset *Plate*-elementit, jotka asetettiin paikoilleen luomalla rakenteen ääri viivoista tasot, jotka sitten täytettiin luoduilla elementeillä.

Jännitykset asetettiin vain levyrakenteen yläreunalle reunaehtojen korvatessa alareunan jännitykset. Jos jännitys oli tasainen koko matkan ajan, se sijoitettiin *On curve* -komennolla *Force per Length* -muodossa, jolloin jännitys kerrottiin levyn paksuudella t . Kertominen ja sijoitus tehtiin erikseen jokaiselle levynpaksuudelle kaavalla:

$$\frac{F_i}{b_i} = \sigma t_i \quad (4)$$

Kaavassa 4 σ on tasaisen jännityksen arvo ja t_i on kunkin levyn paksuus. Jos jännitys puolestaan muuttui lineaarisesti matkan aikana, se jaettiin kaikkien solmujen kesken *On point* -komennolla *Force*-muodossa, koska muuttuvaa voimafunktiota ei saatu toimimaan. Yksittäisten solmujen voimavektorit ratkaistiin kaavalla:

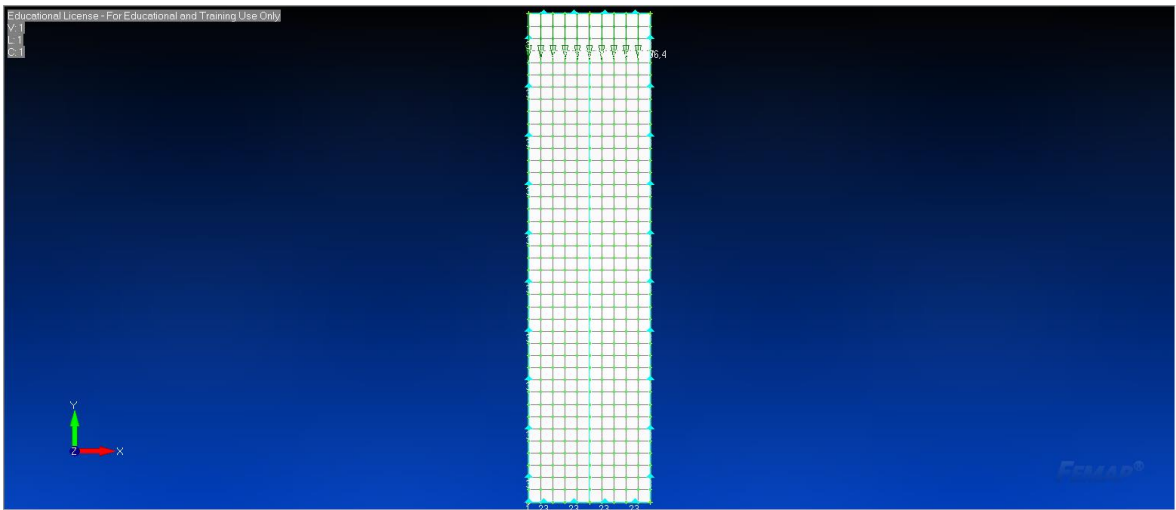
$$F_i = \frac{\sigma_i A}{n} \quad (5)$$

Kaavassa 5 σ_i on kunkin solmun kohdalla vaikuttava jännityskomponentti, A on levyn päädyn kokonaispinta-ala ja n on yläreunan solmujen määrä, esimerkiksi 10 elementin reunassa on 11 solmua. Tätä voimien jakoa on havainnollistettu taulukon 1 esimerkillä, jossa tasapaksun levyn jännitys pienenee lineaarisesti 100:sta 0 MPa:han. Päädyn levynpaksuus on 6 mm, leveys 120 mm ja solmuja on 11 kappaletta. Voimat sijoitettiin malliin kahden desimaalin tarkkuudella, ja ne asetettiin y-suuntaan negatiivisina.

Taulukko 1. Esimerkki lineaarisesti muuttuvan jännityksen jaosta solmuille.

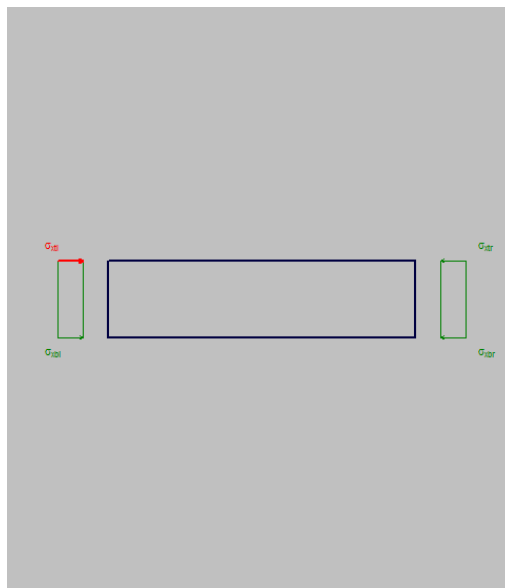
solmu	1	2	3	--	9	10	11
jännitys [MPa]	100	90	80	--	20	10	0
voima [N]	6545,45	5890,91	5236,36	--	1309,09	654,55	0,00

Nivelöidylle rakenteelle reunaehdoiksi asetettiin sekä ylä- että sivureunoille liikkeen lukitseminen Z-suunnassa, ja alareunalle asetettiin lisäksi Y-suunta ottamaan kuorma vastaan. Lopuksi lukittiin vielä rakenteen vasen alanurkka X-suunnassa, jotta malli ei pääse ”liikkumaan” analysoinnin aikana. Lopullinen malli nivelletyn rakenteen Femap-näkymästä on esitetty kuvassa 8. Jäykästi tuettu malli tehtiin samalla tavalla, lukuun ottamatta lisättyjä reunaehtoja. Sivureunoilla estettiin tällöin kiertyminen Y-akselin ympäri, ja ylä- ja alareunoissa kiertyminen estettiin X-akselin ympäri.



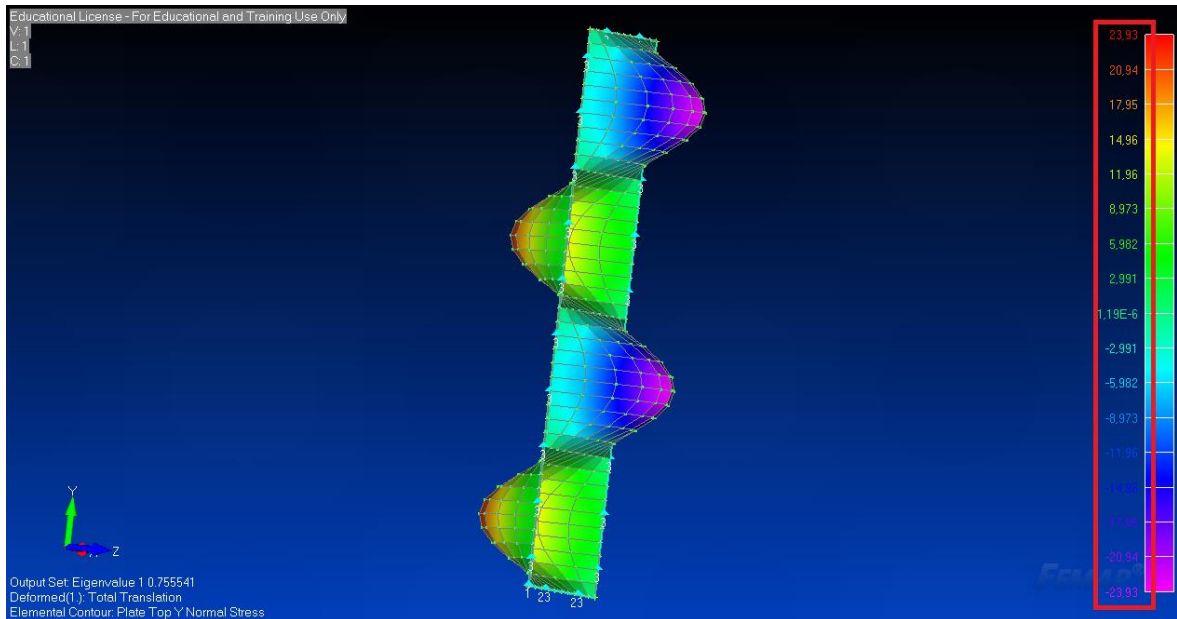
Kuva 8. Valmis nivelletyn levyrakenteen malli Femapissa.

EBPlatella mallinnettaessa sijoitettiin levyn leveys b ohjelman *Height*-kenttään ja korkeus a *Width*-kenttään. Käänteinen sijoitus tehtiin, jotta lyhenteet a ja b olisivat yhdenmukaisia aiempien osioiden kanssa. Kuormitukset asetettiin X-akselille samansuuruisiksi rakenteen molemmille puolille. Reunaehdoiksi asetettiin kaikille reunoille *Hinged* eli nivelletty tai *Fixed* eli jäykkä tilanteen mukaan. Tämän seurauksena saatiin kuvan 9 mukainen näkymä *Stresses*-välilehdellä. Laskentatarkkuutena käytettiin *Eigenvalue complexity* -arvoa 2 ja *Number of modes* -arvona 20:tä.

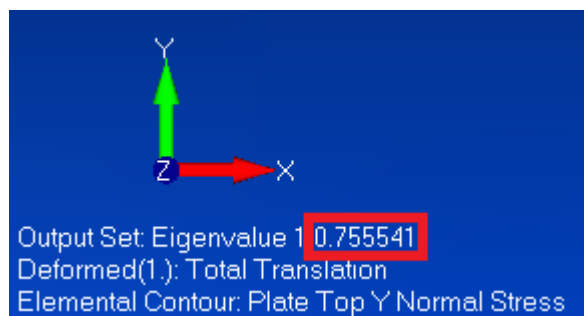


Kuva 9. Valmis levyrakenteen malli EBPlatessa *Stresses*-välilehdellä.

Euler-jännitykset katsottiin Femapissa *7021 Plate Top Y normal Stress* -näkyssä oikealle sivulle ilmestyvistä mitasta kuvan 10 mukaisesti, poimimalla suurin arvo jännitykseksi. Kriittiset jännityskertoimet katsottiin vasemman alanurkan *eigenvalue*-arvosta kuvan 11 mukaisesti. EBPlatessa nämä arvot nähtiin suoraan tulossivulta selvästi nimetyistä ruuduista.



Kuva 10. Euler-jännitys Femap-näkyssä korostetusti.



Kuva 11. Eigenvalue Femap-näkyssä korostetusti.

3.2 Ekvivalentin rakenteen muodostaminen

Kun kahden paksuuden levyrakenteelle oli selvitetty kriittinen jännityskerroin, sitä voitiin käyttää lähtöarvojen kanssa tasapaksun rakenteen paksuuden selvittämiseksi, joka omaisi saman kantokyvyn kuin alkuperäinen rakenne. Kaava tähän saatiin yhdistämällä kaavat 1 ja 3 seuraavaan muotoon:

$$t_{ekv} = \sqrt{\frac{\varphi_{cr,p} \sigma_{max} 12(1-\nu^2) b_{yht}^2}{k_{\sigma} \pi^2 E}} \quad (6)$$

Kaavassa 6 φ_{cr} on kriittinen jännityskerroin, σ_{max} on rakenteessa vaikuttava suurin reunajännitys, ν on materiaalin suppeumaluku, b_{yht} on molempien alkuperäislevyjen leveyksien summa, k_{σ} on lommahduskerroin ja E on materiaalin kimmomoduuli. Lommahduskerroin laskettiin nivelletyissä tapauksissa kuvan 6 taulukosta, ja jäykästi tuetuissa tapauksissa tasaisen kuormituksen kerroin katsottiin kuvasta 5 ja muuttuvilla kuormituksilla kerroin suunniteltiin laskettavan EBPlaten avulla.

Kun ekvivalentti paksuus oli saatu laskettua, sitä voitiin käyttää edellä kuvatusti sekä Femap-että EBPlate-mallinnuksessa takaisinsijoituksessa, jolloin sama kahden paksuuden rakenne mallinnettiin uudestaan yhdellä paksuudella.

3.3 Tutkinta

Tutkinta jaettiin karkeasti kolmeen pääosa-alueeseen: toiminnan varmistamiseen, tutkittavien arvojen määrittämiseen ja varsinaiseen tutkimukseen.

Toiminnan varmistamisessa käytiin läpi Femapin ja EBPlaten antamat Euler-jännitykset ja kriittiset jännityskertoimet, ja varmistettiin että ne ovat teorian mukaiset eri tapauksilla ohjelmia käytettäessä. EBPlatella varmistettiin vielä erikseen lommahduskerrointen paikkansapitävyys, eritoten jäykästi tuetuilla tapauksilla, joilla teoriaa on rajoitetusti ja muuttuvien jännitysten kertoimet pitäisi täten selvittää EBPlatella. Lisäksi varmistettiin kaavan 5 voimavektorien toimivuus vertaamalla niitä käyttämällä saatuja tuloksia kaavan 4 *On curve* -tuloksiin, joissa jännitys kerrottiin levyn paksuudella ja asetettiin koko reunalle yksittäisten solmujen sijaan. Koska tämä alue ei ollut suoraan tekemisissä muiden osaluueiden kanssa, käytetyissä malleissa käytettiin vain yhtä levynpaksuutta.

Tutkittavat arvot määriteltiin mallintamalla useita kahden paksuuden levyrakenteita, joihin valittiin erilaisia leveyksiä, jännityksiä, paksuuksia ja tuentoja. Näistä tapauksista saatujen tuloksien perusteella kerättiin ekvivalenttiin paksuuteen silmämääräisesti selvimmän vaikuttavat tekijät, joita sitten lähdettiin tutkimaan tarkemmin.

Varsinaisessa tutkimuksessa mallinnettiin kolme perustapausta, joiden mittoja lähdettiin muuttamaan edellisten tulosten pohjalta. Muutokset tehtiin aluksi ensimmäiseen malliin, josta ne kopioitiin muihin samassa mittakaavassa. Esimerkiksi jos alkuperäismallissa toisen

levyn paksuutta ohennettiin millillä, niin toisessa mallissa jossa paksuus on kaksinkertainen, lyhennys olisi kaksi milliiä. Saatujen tuloksien perusteella tutkittavat arvot listattiin järjestykseen sen mukaan, miten suuri vaikutus niillä on ekvivalenttiin paksuuteen.

Lopuksi etsittiin laskukaavoja, joilla ekvivalentti paksuus voitaisiin laskea suoraan pelkkien lähtöarvojen pohjalta. Koska tämä ei ollut työn keskiössä ja kaavojen kehittäminen tyhjästä usean muuttujan tapauksille on vaikeaa, kyseinen osa-alue toteutettiin käymällä varsinaisen tutkimuksen tulokset silmämääräisesti läpi ja katsomalla, jos jossain toteutuisi jokin helposti huomattava kaava, kuten jonkinlainen keskiarvo.

4 TULOKSET

Tilan säästämiseksi vain osa laajojen osa-alueiden tuloksista on listattu tässä osiossa. Näissä tapauksissa täydet taulukot on listattu Liitteet-osiossa.

4.1 Toiminnan varmistaminen

Taulukossa 2 on vertailtu EBPlaten antamia ja kuvien 5 ja 6 kautta saatuja lommahduskertoimia k_{σ} keskenään eri jännitysjakaumilla. Taulukkoon 3 on kerätty kriittisiä jännityskertoimia φ_{cr} ja Euler-jännityksiä, jotka saadaan erilaisin menetelmin, kun erimittaisia levyjä altistetaan tasaiselle 100 MPa:n kuormitukselle. *Curve*-tapauksissa tämä kuorma on asetettu Femapissa koko reunalle kertomalla se levyn paksuudella kaavan 4 mukaisesti, ja *nodal*-tapauksissa kuormitus on jaettu mallin solmujen kesken kaavalla 5. Taulukossa 4 on vertailtu kriittisiä jännityskertoimia eri kuormitusjakaumilla EBPlaten ja Femapin kesken.

Taulukko 2. Kriittisten lommahduskerrointen vertailu.

	Nivelletty							Jäykkä
Ψ	-1	-0,5	0	0,25	0,5	0,75	1	1
käsin	23,9	13,4	7,81	6,3	5,29	4,56	4	7,1
EBPlate	23,883	13,514	7,812	6,344	5,319	4,57	4	7,773

Taulukko 3. Kriittisten jännityskertoimien ja Euler-jännitysten vertailu tasaisella kuormituksella.

t	b	a	jännityskerroin			Eulerin jännitys			käsin
			EBPlate	Femap (curve)	Femap (nodal)	EBPlate	Femap (curve)	Femap (nodal)	
5	120	480	13,181	12,815	12,864	329,51	491,9	464,9	329,51
6	120	480	18,98	18,306	18,377	474,5	587,4	550,6	474,5
7	120	480	25,834	24,696	24,792	645,85	681,4	633,3	645,85
5	160	640	7,4141	7,272	7,3	185,35	278,1	265,4	185,35
6	160	640	10,676	10,419	10,458	266,91	332,8	315,8	266,91
7	160	640	14,532	14,102	14,156	363,29	386,9	365	363,29
5	120	360	13,181	12,804	12,873	329,51	482,7	462,9	329,51
6	120	360	18,98	18,286	18,384	474,5	573,5	549,3	474,5
7	120	360	25,834	24,663	24,797	645,85	662	633	645,85

Taulukko 3 jatkuu. Kriittisten jännityskertoimien ja Euler-jännitysten vertailu tasaisella kuormituksella.

t	b	a	jännityskerroin			Eulerin jännitys			
			EBPlate	Femap (curve)	Femap (nodal)	EBPlate	Femap (curve)	Femap (nodal)	käsin
9	220	880	12,706	12,362	12,409	317,64	263,5	249,3	317,64
10	220	880	15,686	15,197	15,256	392,15	292,1	275,1	392,15
11	220	880	18,98	18,306	18,377	474,5	320,4	300,4	474,5

Taulukko 4. Kriittisten jännityskertoimien vertailu muuttuvalla kuormitusjakaumalla.

t	b	a	σ_{\max}	σ_{\min}	jännityskerroin	
					EBPlate	Femap
5	120	480	100	100	13,181	12,864
6	120	480	100	100	18,98	18,377
7	120	480	100	100	25,834	24,792
5	120	480	100	50	17,526	17,086
6	120	480	100	50	25,237	24,407
7	120	480	100	50	34,351	32,927
6	240	960	100	0	9,2669	9,084
6	300	1200	100	0	5,9308	5,834
5	120	480	100	-50	44,53	40,715
6	120	480	100	-50	64,124	58,016
7	120	480	100	-50	87,28	78,043
5	120	480	100	-100	78,694	63,602
6	120	480	100	-100	133,32	-90,22
7	120	480	100	-100	154,24	120,749

4.2 Tutkittavat arvot

Taulukossa 5 on esitetty osa sattumanvaraisen mallinnuksen tuloksista, joilla rajattiin ekvivalenttiin paksuuteen eniten vaikuttavat muuttujat. Lisäksi taulukossa on listattu ekvivalentin paksuuden laskennassa käytettävä, standardin mukainen lommahduskerroin k_{σ} ja takaisinsijoituksesta saatu jännityskerroin. Takaisinsijoituksessa alkuperäinen jännitys sijoitetaan uuteen, tasapaksuun rakenteeseen. Taulukossa 6 on listattu samat arvot tapauksissa, joissa tuenta on jäykkä. Täydet tulokset on listattu liitteissä II ja III.

Taulukko 5. Satunnaisen mallinnuksen tulokset.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	t _{ekv}	jän.ker.
6	300	8	300	600	100	0	1,690917	7,81	6,408	1,673688
6	300	8	300	600	100	50	1,249588	5,3	6,687	1,250252
6	300	8	300	600	100	100	0,982625	4	6,826	0,980655
6	300	8	300	600	200	200	0,491312	4	6,826	0,490328
6	300	9	300	600	100	100	1,084262	4	7,17	1,081603
7	300	8	300	600	100	100	1,169869	4	7,448	1,166769
6	180	8	420	600	100	100	1,104891	4	7,238	1,102139
6	420	8	180	600	100	100	0,900995	4	6,536	0,899366
6	450	8	450	900	100	100	0,437759	4	6,834	0,437856
6	300	8	300	600	50	100	1,366952	5,3	6,994	1,367253
6	300	8	300	600	0	100	2,185018	7,81	7,285	2,161167

Taulukko 6. Satunnaisen mallinnuksen tulokset jäykällä tuennalla.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	t _{ekv}	jän.ker.
6	300	8	300	600	100	100	1,753384	7,1	6,844	1,754808
6	300	8	300	600	200	200	0,876692	7,1	6,844	0,877404
6	300	9	300	600	100	100	1,936338	7,1	7,192	1,936247
7	300	8	300	600	100	100	2,082051	7,1	7,458	2,080866
6	180	8	420	600	100	100	1,981445	7,1	7,276	1,98136
6	420	8	180	600	100	100	1,581664	7,1	6,5	1,584109
6	450	8	450	900	100	100	0,783645	7,1	6,863	0,788561

4.3 Varsinainen tutkinta

Taulukoissa 7–9 on esitetty, miten samoilla lähtötiedoilla mallinnetun rakenteen ekvivalentti paksuus muuttuu, kun sen jännitysjakamaa, levynpuolikkaiden leveyksiä ja paksuuksia muutetaan. Taulukossa 7 on listattu osa mallinnetuista jännitysjakaman vaikutuksista, taulukossa 8 vastaavasti osa leveyksien vaikutuksista ja taulukossa 9 osa paksuuksien vaikutuksista. Täydet listat, joihin on sisällytetty kaksi muutakin rakennetta joilla on eri lähtötiedot, on listattu liitteissä IV–VI. Edellisten taulukoiden mukaisesti taulukoissa on myös listattu ekvivalentin paksuuden laskennassa tarvittava k_{σ} ja ekvivalentin paksuuden takaisinsijoituksesta saatu jännityskerroin.

Taulukko 7. Varsinaisen tutkimuksen tulokset: jännitys.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	t _{ekv}	jän.ker.
6	300	8	300	600	100	0	1,690917	7,81	6,408	1,673688
6	300	8	300	600	100	25	1,440304	6,3	6,585	1,442947
6	300	8	300	600	100	50	1,249588	5,29	6,694	1,252862
6	300	8	300	600	100	75	1,100996	4,56	6,767	1,100752
6	300	8	300	600	100	100	0,982625	4	6,826	0,980655
6	300	8	300	600	75	100	1,144411	4,56	6,899	1,14396
6	300	8	300	600	50	100	1,366952	5,29	7,001	1,369981
6	300	8	300	600	25	100	1,689042	6,3	7,131	1,691197
6	300	8	300	600	0	100	2,185019	7,81	7,285	2,161197

Taulukko 8. Varsinaisen tutkimuksen tulokset: leveys.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	t _{ekv}	jän.ker.
6	60	8	540	600	100	100	1,279258	4	7,788	1,275275
6	120	8	480	600	100	100	1,191051	4	7,515	1,187772
6	180	8	420	600	100	100	1,104891	4	7,238	1,102139
6	240	8	360	600	100	100	1,035561	4	7,007	1,033159
6	300	8	300	600	100	100	0,982625	4	6,826	0,980655
6	360	8	240	600	100	100	0,939851	4	6,676	0,938172
6	420	8	180	600	100	100	0,900995	4	6,536	0,899366
6	480	8	120	600	100	100	0,861266	4	6,391	0,860031
6	540	8	60	600	100	100	0,816366	4	6,222	0,815288

Taulukko 9. Varsinaisen tutkimuksen tulokset: paksuus.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	t _{ekv}	jän.ker.
7	300	8	300	600	100	100	1,169869	4	7,448	1,166769
6	300	8	300	600	100	100	0,982625	4	6,826	0,980655
5	300	8	300	600	100	100	0,7968	4	6,147	0,795812
4	300	8	300	600	100	100	0,630267	4	5,467	0,62991
3	300	8	300	600	100	100	0,481438	4	4,778	0,481466
2	300	8	300	600	100	100	0,216439	4	3,129	0,206787
1	300	8	300	600	100	100	0,032072	4	1,233	0,0321475

4.4 Löydetyt laskukaavat

Ekvivalentin paksuuden laskentaan kokeiltiin aluksi tavallista keskiarvoa, mutta tämä ei toiminut muuttuvien leveyksien suhteen. Kokeilemalla kuitenkin huomattiin, että seuraava suuntaa antava kaava toimii tapauksille, joissa jännitys jakauma Ψ on 0,5 ja jännityksen maksimi arvo sijaitsee paksulla puoliskolla:

$$t_{ekv} \approx \frac{t_1 b_1 + t_2 b_2}{b_1 + b_2} \quad (7)$$

Kaavassa 7 t_1 on ohuen levyn puoliskon paksuus ja b_1 sen leveys. Vastaavasti t_2 ja b_2 ovat vastaavat arvot paksulla levyn puolikkaalla. Taulukossa 10 on listattu kaavalla saatuja tuloksia, ja verrattu niitä Femapin antamiin tuloksiin samoilla levymitoilla. Nämä levymitat ovat samoja kuin aikaisemmin satunnaisessa mallinnuksessa käytetyt, joten jännityskertoimet ja ekvivalentit paksuudet voitiin kopioida suoraan liitteestä II. Tapaukset, joissa vain kuormittavan jännityksen numeroarvo muuttui levymittojen ja jännitys jakauman pysyessä samoina, päätettiin jättää pois tästä osiosta.

Taulukko 10. t_{ekv} -kaavan vertailu Femapilla saatuihin tuloksiin.

t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	o1	o2	jän.ker.	k	t _{ekv}	
									Femap	kaava
6	300	8	300	600	50	100	1,366952	5,3	6,994	7
6	300	9	300	600	50	100	1,534027	5,3	7,409	7,5
6	180	8	420	600	50	100	1,533219	5,3	7,407	7,4
6	420	8	180	600	50	100	1,244023	5,3	6,672	6,6
6	600	8	600	1200	50	100	0,342931	5,3	7,006	7
6	450	8	450	900	50	100	0,608989	5,3	7,003	7
6	240	8	360	600	50	100	1,442247	5,3	7,184	7,2
8	450	10	450	900	50	100	1,013542	5,3	9,034	9
7	450	11	450	900	50	100	0,97334	5,3	8,853	9
7	300	8	300	600	50	100	1,588419	5,3	7,54	7,5
6	60	8	540	600	50	100	1,726948	5,3	7,861	7,8
10	1000	20	1000	2000	50	100	0,519406	5,3	14,371	15
10	1800	20	200	2000	50	100	0,337168	5,3	11,579	11
10	200	20	1800	2000	50	100	0,925595	5,3	19,185	19
9	450	12	450	900	50	100	1,336952	5,3	10,376	10,5
12	600	16	600	1200	50	100	1,366952	5,3	13,989	14

5 POHDINTA

Pohdinta on jaettu osa-alueisiin tutkittujen aiheiden mukaisesti. Lisäksi tähän lukuun on sisällytetty mielteitä työn kehittämismahdollisuuksista.

5.1 Toiminnan varmistaminen

Taulukossa 2 esiteltyjen tietojen pohjalta huomattiin, että EBPlate antaa lähestulkoon oikeita, standardin mukaisia kriittisiä lommahduskertoimia, kun käytetään nivellettyä tuentaa. Jäykän tuennan tapauksessa lommahduskerroin kuitenkin muuttuu EBPlatessa huomattavasti standardia suuremmaksi. Tämän vuoksi jäykkien tuentojen kertoimien selvittäminen EBPlaten avulla päätettiin poistaa tutkimuksesta, sillä saatujen arvojen paikkansapitävyydestä ei olisi mitään varmuutta. Tutkimuksessa päätettiin täten keskittyä erilaisiin nivellettyihin tuentoihin ja lisäksi jäykkään tuentaan, jossa jännitys jakauma on 1, koska näille tapauksille lommahduskerroin saatiin selville standardista. Tästä eteenpäin laskennassa käytettiin vain standardilla laskettuja kriittisiä lommahduskertoimia, jotta EBPlaten pienet eroavaisuudet eivät vaikuttaisi tuloksiin.

Taulukon 3 tuloksista huomattiin, että jännityskertoimet olivat lähestulkoon samat, riippumatta siitä, käytettiinkö ohjelmana EBPlatea vai Femapia, ja asetettiin tasainen kuormitus kaavalla 4 Femapissa koko reunalle paksuudella kerrottuna vai vain reunan solmuille kaavalla 5. Eulerin jännityksessä sekä EBPlate ja standardiin perustuva käsin laskenta antoivat täsmälleen samat tulokset Femapin antaessa täysin eriäviä tuloksia. Tälle kuitenkin oletettiin selitykseksi, että Femapista katsotut suurimmat jännitykset eivät olleetkaan Eulerin jännityksiä, vaan muita, rakenteen paikallisia jännityksiä. Koska työn tekohetkellä ei ollut tietoa, mistä oikeat Eulerin jännitykset voisi katsoa Femapissa, ja EBPlate ei mahdollista kahden paksuuden levyjen mallintamista, Eulerin jännitysten vertailu jätettiin työstä kokonaan pois, mielenkiinnon kääntyessä kokonaan kriittisiin jännityskertoimiin. Koska kertoimet olivat lähes samat EBPlaten ja Femapin kesken ja EBPlate antoi standardin mukaisia tuloksia Eulerin jännityksessä, lähdettiin oletuksesta, että Femap antaa nämä jännityskertoimet oikein. Selkeyden vuoksi Femap-mallinnuksessa päätettiin jatkossa käyttää kuorman jakoa solmuille kaavalla 5 niin muuttuvan kuin tasaisenkin kuorman tapauksissa.

Lopuksi taulukosta 4 huomattiin, että ero Femapin ja EBPlaten antamien kriittisten jännityskertoimien välillä oli noin 5 %, kun jännitys jakauma Ψ oli positiivinen tai nolla. Jos jännitys jakauma puolestaan oli negatiivinen, ero kasvoi 10 tai jopa 20 %:iin. 5 %:a pidettiin vielä hyväksyttävänä virheenä kahden ohjelman välillä, mutta 10 ja 20 %:n erot olivat niin suuria, että varsinainen tutkimus rajattiin vain tapauksiin, missä jännitys jakauma on positiivinen tai nolla.

5.2 Tutkittavat arvot

Testauksen perusteella huomattiin, että suurimpia vaikuttajia levyrakenteen ekvivalenttiin paksuuden muodostumiseen olivat jännitys jakauma Ψ ja sen maksimin sijoittuminen paksulle tai ohuelle puolelle, levynpuoliskojen päätyjen leveyksien b_1 ja b_2 suhde, sekä levynpuoliskojen paksuuksien t_1 ja t_2 suhde.

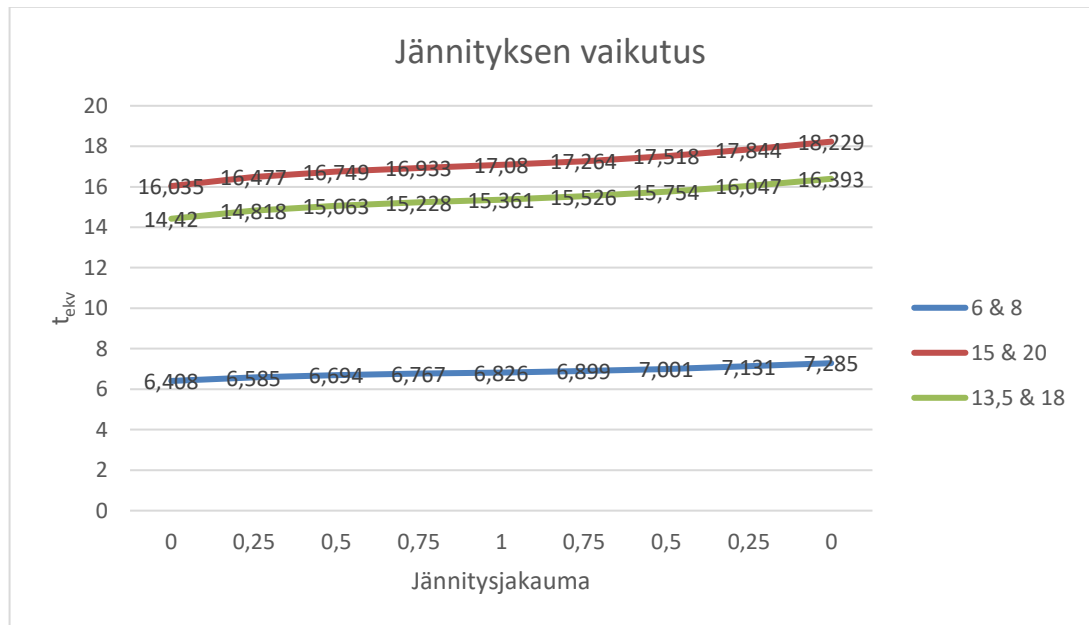
Levyrakenteen tuentatavalla sekä levynpuoliskojen leveyksien ja paksuuksien moninkertaistamisella puolestaan oli myös pieni vaikutus ekvivalentin paksuuden muodostumisessa, mutta koska kyse oli pääasiassa millien sadas- tai kymmenosista, vaikutusta pidettiin merkittämättömänä. Jännityksen moninkertaistaminen ei vaikuttanut ekvivalentin paksuuden muodostumiseen ollenkaan käytetyllä tarkkuudella.

Takaisinsijoituksessa saadut kriittiset jännityskertoimet sisälsivät aina alle kahden prosentin eron alun perin saatuihin tuloksiin. Koska ero oli kaikissa tapauksissa näin pieni, oletettiin, että saadut ekvivalentit paksuudet ovat paikkansa pitäviä, ja erot takaisinsijoituksessa johtuvat vain ohjelman laskentatarkkuudesta.

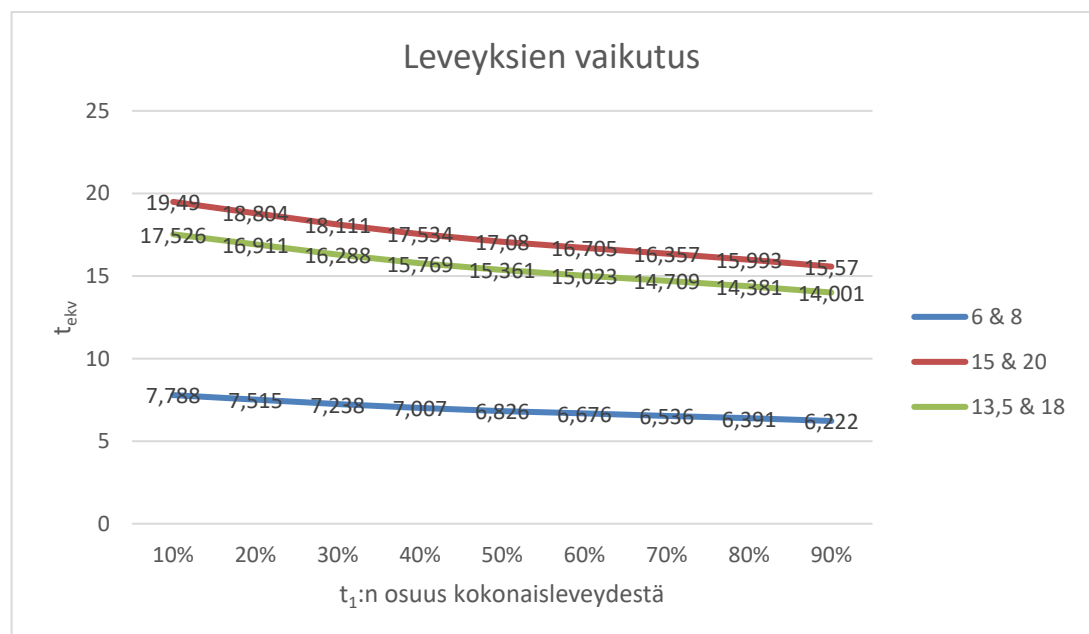
5.3 Varsinainen tutkinta

Liitteiden IV–VI pohjalta tehtiin ekvivalentin paksuuden viivakaaviot, jotta tulokset olisivat helpommin luettavassa muodossa. Kuvassa 12 jännityksen vaikutus ekvivalenttiin paksuuteen on esitetty eri jännitys jakaumilla. Vasemmassa reunassa maksimijännitys sijaitsee rakenteen ohuemman puolikkaan ulkoreunassa, ja oikealle siirryttäessä se alkaa keskittyä paksumman puoliskon ulkoreunaan. Keskellä kaaviota jännitys on jakautunut tasaisesti koko reunalle. Kuvassa 13 kuvataan levynpuolikkaiden leveyksien vaikutusta ekvivalenttiin paksuuteen. Vasemmassa reunassa rakenne koostuu pääasiassa paksummasta levystä, ja oikealle siirryttäessä ohuemman levyn osuus kasvaa. Lopuksi kuvassa 14

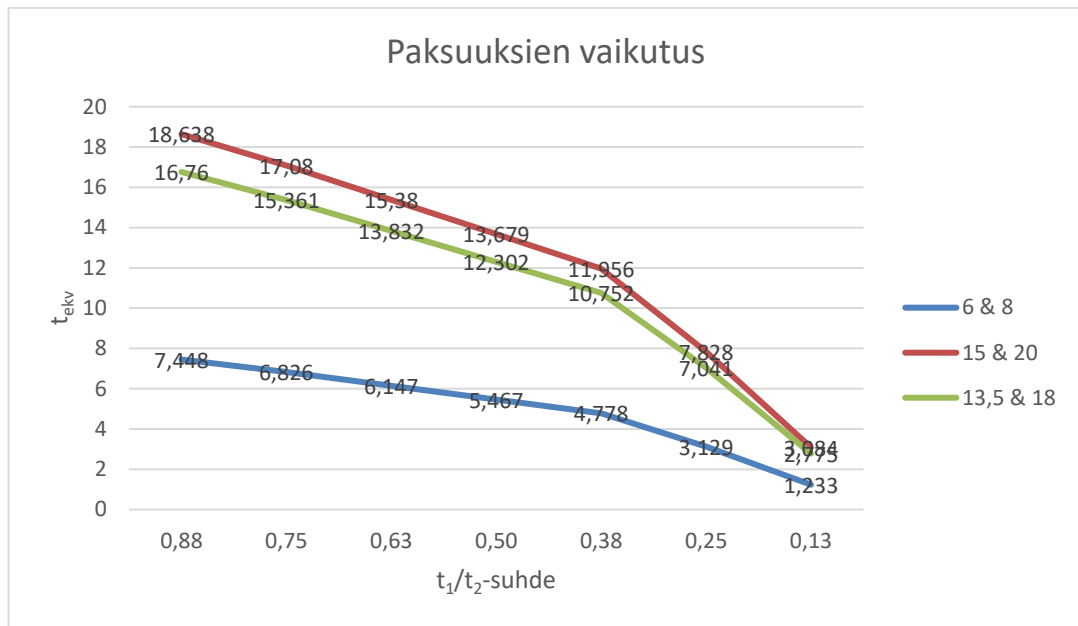
kuvataan levynpuolikkaiden paksuuksien vaikutusta ekvivalenttiin paksuuteen. Vasemmassa reunassa paksuudet ovat erittäin lähellä toisiaan, ja oikealle siirryttäessä niiden ero kasvaa. Eriväriset viivat on eroteltu alkuperäisten rakenteiden paksuuksien mukaan, esimerkiksi sinisessä viivassa t_1 oli alun perin 6 mm ja t_2 8 mm.



Kuva 12. Viivakaavio jännityksen vaikutuksesta.



Kuva 13. Viivakaavio leveyksien vaikutuksesta.



Kuva 14. Viivakaavio paksuuksien vaikutuksesta.

Kaavioiden pohjalta on nopeasti nähtävissä, että levynpuolikkaiden paksuuksilla on suurin vaikutus ekvivalenttiin paksuuteen. Muutos on muita tapauksia nopeampaa, eritoten kun puolikkaiden paksuusero kasvaa suureksi. Lisäksi kuvassa 14 pienimmät arvot ovat huomattavasti alhaisempia kuin kuvissa 12 ja 13. Leveyksien ja jännitysten vaikutus on tasaisempi, mutta lukuarvojen mukaan leveyksillä päästään suurempaan maksimiarvoon ja pienempään minimiarvoon.

Toisin sanoen, suurimpia vaikuttajia kahdesta levystä koostuvan rakenteen ekvivalentissa paksuudessa ovat levyjen paksuudet, eritoten pienellä paksuussuhteella jolloin paksuuksien välillä on suurin ero. Toiseksi suurin vaikutus on levyjen leveyksillä, ja pienin vaikutus on jännityksen jakautumisella, ainakin lineaarisissa tapauksissa.

Takaisinsijoitus antoi jälleen kerran tuloksia, joissa uusilla jännityskertoimilla oli alle kahden prosentin ero saatuihin alkuperäistuloksiin. Virheen pienuuden vuoksi oletetaan jälleen, että tulokset ovat oikeita ja ero on vain ohjelmiston laskentatarkkuudesta johtuvaa.

5.4 Löydetyt laskukaavat

Suuntaa-antava laskukaava ekvivalentin paksuuden selvittämiseen onnistuttiin löytämään vain yhdelle tapaukselle sattuman kautta. Kyseinen kaava on paksuuksien t_1 ja t_2 mukaan

laskettu painotettu keskiarvo, jossa painottavina tekijöinä ovat leveydet b_1 ja b_2 , ja mikä toimii tapauksissa, joissa jännitys jakauma on 0,5 maksimin ollessa paksulla puoliskolla. Kaava on nähtävissä aikaisemmin kirjatussa kaavassa 7.

Taulukossa 10 on vertailtu kaavalla ja Femapista saatuja ekvivalentteja paksuuksia keskenään. Tuloksissa on korkeimmillaan 5 %:n eroavaisuus, tavallisen virheen ollessa noin 1–2 %. Koska virheet ovat näin pieniä ja suurin eroavaisuus on samassa kokoluokassa toiminnan varmistamisen yhteydessä hyväksytyyn arvon kanssa, oletetaan että kaava toimii ainakin suuntaa antavasti. Arvot voivat olla myös tarkkoja ja Femap-tulosten eroavaisuudet johtuvat vain ohjelman laskentatarkkuudesta, mutta koska kyseessä on työn kannalta toisarvoinen tutkimuskohde, asiaan ei tämän työn puitteissa perehdytä tarkemmin.

5.5 Kehitettävyyys

Jatkossa voitaisiin selvittää jäykästi tuettujen tapausten lommahduskertoimet k_σ eri jännitys jakaumilla Ψ kuin 1, jotta voitaisiin varmistua, että jäykän tuennan vaikutus on mitättömän pieni myös muissakin tapauksissa kuin niissä, missä vaikuttava jännitys on tasainen. Lisäksi voitaisiin perehtyä jännitysten sijoittamiseen Femapissa, jos muuttuva kuorma voitaisiin jotenkin asettaa koko reunalle pelkkien solmujen sijaan, sekä mahdollisuuteen että samassa rakenteessa käytettäisiin eri tuentoja eri sivuilla.

On myös huomioitava, että työtä tehdessä käytettiin idealisoituja tietokonemalleja, joissa ei otettu huomioon esimerkiksi levynpuolikkaiden toisiinsa liittämistä aiheuttavia muodonmuutoksia tai muitakaan rakenteellisia epätasaisuuksia. Tästä johtuen tulokset eivät välttämättä ole suoraan sovellettavissa käytännön rakennus- ja tutkimustapauksiin.

Laskentakaavojen kehittelyyn voitaisiin panostaa tulevaisuudessa enemmän, jos aihe koetaan tarpeelliseksi. Voitaisiin esimerkiksi selvittää, voidaanko kaavaan 7 liittää eri jännitys jakaumien mukaan muuttuva kerroin, jolloin ekvivalentti paksuus voitaisiin laskea muillekin tapauksille.

6 YHTEENVETO

Kerättyjen tulosten pitäisi pääasiassa auttaa Lappeenrannan teknillisen yliopiston tulevaa tutkimusta poistamalla alustavan pohjatyön tekemisen tarve, tai ainakin ohjaamalla sitä oikeille urille. Tätä on siis levynpuolikkaiden leveyksien, paksuuksien ja jännitysten korkeampi vaikutus ekvivalenttiin paksuuteen, verrattuna esimerkiksi tuentatapaan.

Lisäksi saaduista tuloksista saattaa olla hyötyä rakennusprojekteissa, joissa halutaan korvata useammasta levynpaksuudesta koostuva rakenne ekvivalentilla, tasapaksulla ratkaisulla.

LÄHTEET

Čaušević, M. & Bulić, M. 2012. Steel plate elements loaded in their plane – buckling factors and critical stresses. Građevinar, 64: 2. S. 115–125.

Ikonen, K. 1990. Levy-, laatta- ja kuoriteoria. Helsinki: Hakapaino Oy. 333 s.

Johnson, J. & Salmon, C. 1996. Steel structures: design and behavior: emphasizing load and resistance factor design. Fourth edition. New Jersey: Prentice Hall. 1024 s.

Niemi, E. 2003. Levyrakenteiden suunnittelu. Helsinki: Teknologiateollisuus ry. 135 s.

Plate elements. 2015. [Integrated Engineering Software, Inc:n www-sivuilla] [Viitattu 26.3.2017] [Kirjoittajien nimet eivät saatavissa] Saatavissa: <https://www.iesweb.com/products/visualanalysis/help/model/plateelements.html>

SFS-EN 1993-1-5. 2006. Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1–5: tasomaiset levyrakenteet. Helsinki: Metalliteollisuuden Standardisointiyhdistys SFS. 58 s. Vahvistettu ja julkaistu suomenkielisenä.

Mathcad-koodi.

$$t_1 := 10 \quad t_2 := 20 \quad n := 11$$

$$b_1 := 1800 \quad b_2 := 200$$

$$\sigma_{\max} := 100 \quad \sigma_{\min} := 75$$

$$\text{muutos} := \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})}{(n - 1)} = 2.5$$

$$\psi := \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 0.75$$

$$\text{jännitykset} := \begin{pmatrix} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\max} - \text{muutos} \\ \sigma_{\max} - 2 \cdot \text{muutos} \\ \sigma_{\max} - 3 \cdot \text{muutos} \\ \sigma_{\max} - 4 \cdot \text{muutos} \\ \sigma_{\max} - 5 \cdot \text{muutos} \\ \sigma_{\max} - 6 \cdot \text{muutos} \\ \sigma_{\max} - 7 \cdot \text{muutos} \\ \sigma_{\max} - 8 \cdot \text{muutos} \\ \sigma_{\max} - 9 \cdot \text{muutos} \\ \sigma_{\max} - 10 \cdot \text{muutos} \end{pmatrix} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & -100 \\ \hline 1 & -97.5 \\ \hline 2 & -95 \\ \hline 3 & -92.5 \\ \hline 4 & -90 \\ \hline 5 & -87.5 \\ \hline 6 & -85 \\ \hline 7 & -82.5 \\ \hline 8 & -80 \\ \hline 9 & -77.5 \\ \hline 10 & -75 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{voimat} := \frac{\text{jännitykset} \cdot (t_1 \cdot b_1 + t_2 \cdot b_2)}{n} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & -200000.00 \\ \hline 1 & -195000.00 \\ \hline 2 & -190000.00 \\ \hline 3 & -185000.00 \\ \hline 4 & -180000.00 \\ \hline 5 & -175000.00 \\ \hline 6 & -170000.00 \\ \hline 7 & -165000.00 \\ \hline 8 & -160000.00 \\ \hline 9 & -155000.00 \\ \hline 10 & -150000.00 \\ \hline \end{array}$$

JATKUU

$$t_{\text{ekv}} := 7.653 \quad b_{\text{yht}} := 600$$

$$\text{voimat}_{\text{takaisin}} := \frac{\text{jännitykset} \cdot t_{\text{ekv}} \cdot b_{\text{yht}}}{n} =$$

	0
0	-41743.64
1	-40700.05
2	-39656.45
3	-38612.86
4	-37569.27
5	-36525.68
6	-35482.09
7	-34438.50
8	-33394.91
9	-32351.32
10	-31307.73

Satunnaisen mallinnuksen täydet tulokset.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	t _{ekv}	jän.ker.
6	300	8	300	600	100	0	1,690917	7,81	6,408	1,673688
6	300	8	300	600	200	0	0,845458	7,81	6,408	0,836844
6	300	9	300	600	100	0	1,796228	7,81	6,605	1,777812
6	180	8	420	600	100	0	1,903063	7,81	6,798	1,882844
6	420	8	180	600	100	0	1,578225	7,81	6,191	1,562605
6	420	8	180	600	200	0	0,789113	7,81	6,191	0,781302
6	600	8	600	1200	100	0	0,424207	7,81	6,419	0,421168
6	450	8	450	900	100	0	0,75332	7,81	6,416	0,747323
6	240	8	360	600	100	0	1,774047	7,81	6,564	1,775884
8	450	10	450	900	100	0	1,296101	7,81	8,416	1,284152
7	450	11	450	900	100	0	1,117339	7,81	7,814	1,107463
7	300	8	300	600	100	0	2,134984	7,81	7,201	2,111803
6	60	8	540	600	100	0	2,360524	7,81	7,571	2,33348
10	1000	20	1000	2000	100	0	0,545619	7,81	12,134	0,541587
10	1800	20	200	2000	100	0	0,398079	7,81	10,364	0,395288
10	200	20	1800	2000	100	0	1,152162	7,81	17,632	1,141761
10	1000	20	1000	2000	50	0	1,091238	7,81	12,134	1,083175
9	450	12	450	900	100	0	1,690917	7,81	9,612	1,673688
12	600	16	600	1200	100	0	1,690916	7,81	12,816	1,673687

6	300	8	300	600	100	50	1,249588	5,3	6,687	1,250252
6	300	8	300	600	200	100	0,624794	5,3	6,687	0,625126
6	300	9	300	600	100	50	1,358602	5,3	6,973	1,359084
6	180	8	420	600	100	50	1,406742	5,3	7,095	1,406881
6	420	8	180	600	100	50	1,153604	5,3	6,425	1,154511
6	420	8	180	600	200	100	0,576802	5,3	6,425	0,577255
6	600	8	600	1200	100	50	0,313477	5,3	6,699	0,314694
6	450	8	450	900	100	50	0,556689	5,3	6,695	0,558231
6	240	8	360	600	100	50	1,315029	5,3	6,86	1,315546
8	450	10	450	900	100	50	0,944115	5,3	8,719	0,945523
7	450	11	450	900	100	50	0,852093	5,3	8,283	0,853573
7	300	8	300	600	100	50	1,521122	5,3	7,378	1,520907
6	60	8	540	600	100	50	1,671281	5,3	7,734	1,670603
10	1000	20	1000	2000	100	50	0,431931	5,3	13,105	0,433336

Liite II, 2

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	tekv	jän.ker.
10	1800	20	200	2000	100	50	0,300768	5,3	10,936	0,301934
10	200	20	1800	2000	100	50	0,852929	5,3	18,416	0,854436
10	1000	20	1000	2000	50	25	0,863863	5,3	13,105	0,866672
9	450	12	450	900	100	50	1,249588	5,3	10,031	1,250376
12	600	16	600	1200	100	50	1,249589	5,3	13,375	1,259858

6	300	8	300	600	100	100	0,982625	4	6,826	0,980655
6	300	8	300	600	200	200	0,491312	4	6,826	0,490328
6	300	9	300	600	100	100	1,084262	4	7,17	1,081603
6	180	8	420	600	100	100	1,104891	4	7,238	1,102139
6	420	8	180	600	100	100	0,900995	4	6,536	0,899366
6	420	8	180	600	200	200	0,450498	4	6,536	0,449683
6	600	8	600	1200	100	100	0,246506	4	6,838	0,246835
6	450	8	450	900	100	100	0,437759	4	6,834	0,437856
6	240	8	360	600	100	100	1,035561	4	7,007	1,033159
8	450	10	450	900	100	100	0,735824	4	8,86	0,734978
7	450	11	450	900	100	100	0,68368	4	8,541	0,683152
7	300	8	300	600	100	100	1,169869	4	7,448	1,166769
6	60	8	540	600	100	100	1,279258	4	7,788	1,275275
10	1000	20	1000	2000	100	100	0,355169	4	13,679	0,355385
10	1800	20	200	2000	100	100	0,23928	4	11,228	0,239594
10	200	20	1800	2000	100	100	0,669048	4	18,775	0,668514
10	1000	20	1000	2000	50	50	0,710335	4	13,679	0,710767
9	450	12	450	900	100	100	0,982624	4	10,239	0,980655
12	600	16	600	1200	100	100	0,982626	4	13,652	0,980654

6	300	8	300	600	50	100	1,366952	5,3	6,994	1,367253
6	300	8	300	600	100	200	0,683476	5,3	6,994	0,683627
6	300	9	300	600	50	100	1,534027	5,3	7,409	1,533666
6	180	8	420	600	50	100	1,533219	5,3	7,407	1,53284
6	420	8	180	600	50	100	1,244023	5,3	6,672	1,244669
6	420	8	180	600	100	200	0,622011	5,3	6,672	0,622334
6	600	8	600	1200	50	100	0,342931	5,3	7,006	0,344153
6	450	8	450	900	50	100	0,608989	5,3	7,003	0,610655
6	240	8	360	600	50	100	1,442247	5,3	7,184	1,442266

Liite II, 3

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	tekv	jän.ker.
8	450	10	450	900	50	100	1,013542	5,3	9,034	1,014862
7	450	11	450	900	50	100	0,97334	5,3	8,853	0,974722
7	300	8	300	600	50	100	1,588419	5,3	7,54	1,588162
6	60	8	540	600	50	100	1,726948	5,3	7,861	1,72569
10	1000	20	1000	2000	50	100	0,519406	5,3	14,371	0,520923
10	1800	20	200	2000	50	100	0,337168	5,3	11,579	0,338429
10	200	20	1800	2000	50	100	0,925595	5,3	19,185	0,92707
10	1000	20	1000	2000	25	50	1,038813	5,3	14,371	1,041847
9	450	12	450	900	50	100	1,336952	5,3	10,376	1,337549
12	600	16	600	1200	50	100	1,366952	5,3	13,989	1,367449

6	300	8	300	600	0	100	2,185018	7,81	7,285	2,161167
6	300	8	300	600	0	200	1,092509	7,81	7,285	1,080584
6	300	9	300	600	0	100	2,546888	7,81	7,865	2,517441
6	180	8	420	600	0	100	2,427629	7,81	7,678	2,399631
6	420	8	180	600	0	100	1,957253	7,81	6,894	1,936203
6	420	8	180	600	0	200	0,978627	7,81	6,894	0,968101
6	600	8	600	1200	0	100	0,548237	7,81	7,298	0,544205
6	450	8	450	900	0	100	0,973536	7,81	7,294	0,965304
6	240	8	360	600	0	100	2,307035	7,81	7,485	2,280976
8	450	10	450	900	0	100	1,586175	7,81	9,31	1,570499
7	450	11	450	900	0	100	1,639792	7,81	9,466	1,623394
7	300	8	300	600	0	100	2,413857	7,81	7,657	2,386577
6	60	8	540	600	0	100	2,589116	7,81	7,93	2,559046
10	1000	20	1000	2000	0	100	0,927796	7,81	15,823	0,919993
10	1800	20	200	2000	0	100	0,555241	7,81	12,24	0,551076
10	200	20	1800	2000	0	100	1,449083	7,81	19,774	1,435078
10	1000	20	1000	2000	0	50	1,855592	7,81	15,823	1,839989
9	450	12	450	900	0	100	2,185019	7,81	10,927	2,16097
12	600	16	600	1200	0	100	2,185018	7,81	14,569	2,16087

Liite III

Satunnaisen mallinnuksen täydet tulokset jäykällä tuennalla.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	tekv	jän.ker.
6	300	8	300	600	100	100	1,753384	7,1	6,844	1,754808
6	300	8	300	600	200	200	0,876692	7,1	6,844	0,877404
6	300	9	300	600	100	100	1,936338	7,1	7,192	1,936247
6	180	8	420	600	100	100	1,981445	7,1	7,276	1,98136
6	420	8	180	600	100	100	1,581664	7,1	6,5	1,584109
6	420	8	180	600	200	200	0,790832	7,1	6,5	0,792056
6	600	8	600	1200	100	100	0,442027	7,1	6,873	0,446079
6	450	8	450	900	100	100	0,783645	7,1	6,863	0,788561
6	240	8	360	600	100	100	1,858065	7,1	7,045	1,85853
8	450	10	450	900	100	100	1,313503	7,1	8,885	1,317314
7	450	11	450	900	100	100	1,223278	7,1	8,575	1,227607
7	300	8	300	600	100	100	2,082051	7,1	7,458	2,080866
6	60	8	540	600	100	100	2,192593	7,1	7,653	2,190146
10	1000	20	1000	2000	100	100	0,630574	7,1	13,681	0,635286
10	1800	20	200	2000	100	100	0,383989	7,1	10,676	0,387678
10	200	20	1800	2000	100	100	1,119667	7,1	18,23	1,124219
10	1000	20	1000	2000	50	50	1,261144	7,1	13,681	1,270566
9	450	12	450	900	100	100	1,753383	7,1	10,266	1,754806
12	600	16	600	1200	100	100	1,753387	7,1	13,688	1,754803

Varsinaisen tutkimuksen täydet tulokset: jännitys.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	t _{ekv}	jän.ker.
6	300	8	300	600	100	0	1,690917	7,81	6,408	1,673688
6	300	8	300	600	100	25	1,440304	6,3	6,585	1,442947
6	300	8	300	600	100	50	1,249588	5,29	6,694	1,252862
6	300	8	300	600	100	75	1,100996	4,56	6,767	1,100752
6	300	8	300	600	100	100	0,982625	4	6,826	0,980655
6	300	8	300	600	75	100	1,144411	4,56	6,899	1,14396
6	300	8	300	600	50	100	1,366952	5,29	7,001	1,369981
6	300	8	300	600	25	100	1,689042	6,3	7,131	1,691197
6	300	8	300	600	0	100	2,185019	7,81	7,285	2,161167
15	1000	20	1000	2000	100	0	0,952866	7,81	16,035	0,944753
15	1000	20	1000	2000	100	25	0,811627	6,3	16,477	0,814437
15	1000	20	1000	2000	100	50	0,704154	5,29	16,749	0,707101
15	1000	20	1000	2000	100	75	0,620422	4,56	16,933	0,621361
15	1000	20	1000	2000	100	100	0,553719	4	17,08	0,553536
15	1000	20	1000	2000	75	100	0,644891	4,56	17,264	0,645828
15	1000	20	1000	2000	50	100	0,770304	5,29	17,518	0,773347
15	1000	20	1000	2000	25	100	0,951829	6,3	17,844	0,954794
15	1000	20	1000	2000	0	100	1,231387	7,81	18,229	1,220165
13,5	700	18	700	1400	100	0	1,572706	7,81	14,42	1,557075
13,5	700	18	700	1400	100	25	1,339612	6,3	14,818	1,342362
13,5	700	18	700	1400	100	50	1,162228	5,29	15,063	1,165486
13,5	700	18	700	1400	100	75	1,024024	4,56	15,228	1,024086
13,5	700	18	700	1400	100	100	0,913926	4	15,361	0,912381
13,5	700	18	700	1400	75	100	1,064405	4,56	15,526	1,06442
13,5	700	18	700	1400	50	100	1,271391	5,29	15,754	1,274484
13,5	700	18	700	1400	25	100	1,570969	6,3	16,047	1,57341
13,5	700	18	700	1400	0	100	2,032286	7,81	16,393	2,010534

Varsinaisen tutkimuksen täydet tulokset: leveys.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	t _{ekv}	jän.ker.
6	60	8	540	600	100	100	1,279258	4	7,788	1,275275
6	120	8	480	600	100	100	1,191051	4	7,515	1,187772
6	180	8	420	600	100	100	1,104891	4	7,238	1,102139
6	240	8	360	600	100	100	1,035561	4	7,007	1,033159
6	300	8	300	600	100	100	0,982625	4	6,826	0,980655
6	360	8	240	600	100	100	0,939851	4	6,676	0,938172
6	420	8	180	600	100	100	0,900995	4	6,536	0,899366
6	480	8	120	600	100	100	0,861266	4	6,391	0,860031
6	540	8	60	600	100	100	0,816366	4	6,222	0,815288

15	200	20	1800	2000	100	100	0,720955	4	19,49	0,720247
15	400	20	1600	2000	100	100	0,671146	4	18,804	0,670576
15	600	20	1400	2000	100	100	0,622558	4	18,111	0,622189
15	800	20	1200	2000	100	100	0,583507	4	17,534	0,583275
15	1000	20	1000	2000	100	100	0,553719	4	17,08	0,553536
15	1200	20	800	2000	100	100	0,52967	4	16,705	0,529554
15	1400	20	600	2000	100	100	0,507828	4	16,357	0,507772
15	1600	20	400	2000	100	100	0,485476	4	15,993	0,485475
15	1800	20	200	2000	100	100	0,460136	4	15,57	0,46019

13,5	140	18	1260	1400	100	100	1,189837	4	17,526	1,186558
13,5	280	18	1120	1400	100	100	1,107781	4	16,911	1,105045
13,5	420	18	980	1400	100	100	1,027633	4	16,288	1,025407
13,5	560	18	840	1400	100	100	0,963154	4	15,769	0,961323
13,5	700	18	700	1400	100	100	0,913926	4	15,361	0,912381
13,5	840	18	560	1400	100	100	0,874159	4	15,023	0,8728
13,5	980	18	420	1400	100	100	0,838031	4	14,709	0,836814
13,5	1120	18	280	1400	100	100	0,80109	4	14,381	0,800021
13,5	1260	18	140	1400	100	100	0,759326	4	14,001	0,758424

Liite VI

Varsinaisen tutkimuksen täydet tulokset: paksuus.

										takaisinsijoitus
t ₁	b ₁	t ₂	b ₂	b _{yht}	σ ₁	σ ₂	jän.ker.	k _σ	t _{ekv}	jän.ker.
7	300	8	300	600	100	100	1,169869	4	7,448	1,166769
6	300	8	300	600	100	100	0,982625	4	6,826	0,980655
5	300	8	300	600	100	100	0,7968	4	6,147	0,795812
4	300	8	300	600	100	100	0,630267	4	5,467	0,62991
3	300	8	300	600	100	100	0,481438	4	4,778	0,481466
2	300	8	300	600	100	100	0,206439	4	3,129	0,206787
1	300	8	300	600	100	100	0,032072	4	1,233	0,0321475
17,5	1000	20	1000	2000	100	100	0,659313	4	18,638	0,658821
15	1000	20	1000	2000	100	100	0,553719	4	17,08	0,553536
12,5	1000	20	1000	2000	100	100	0,448982	4	15,38	0,449052
10	1000	20	1000	2000	100	100	0,355169	4	13,679	0,355385
7,5	1000	20	1000	2000	100	100	0,271298	4	11,956	0,271619
5	1000	20	1000	2000	100	100	0,11631	4	7,828	0,116549
2,5	1000	20	1000	2000	100	100	0,018048	4	3,084	0,0181025
15,8	700	18	700	1400	100	100	1,0881	4	16,76	1,085472
13,5	700	18	700	1400	100	100	0,913926	4	15,361	0,912381
11,3	700	18	700	1400	100	100	0,741093	4	13,832	0,740279
9	700	18	700	1400	100	100	0,586208	4	12,302	0,585951
6,75	700	18	700	1400	100	100	0,447782	4	10,752	0,447886
4,5	700	18	700	1400	100	100	0,192005	4	7,041	0,192338
2,25	700	18	700	1400	100	100	0,029824	4	2,775	0,0299089