



LUT School of Business and Management

Kauppätieteiden kandidaatintutkielma

Talousjohtaminen

Pelikassan hallinta NL Texas Hold'em turnauspokerissa
Bankroll management in No Limit Texas Hold'em poker tournaments

16.12.2019

Tekijä: Riku Määttä

Ohjaaja: Jyrki Savolainen

TIIVISTELMÄ

Tekijä:	Riku Määttä
Tutkielman nimi:	Pelikassan hallinta NL Texas Hold'em turnauspokerissa
Akateeminen yksikkö:	School of Business and Management
Koulutusohjelma:	Kauppätiede / Talousjohtaminen
Ohjaaja:	Jyrki Savolainen
Hakusanat:	Pelikassan hallinta, pokeri, odotusarvo, Kellyn kaava

Tämän kandidaatintutkielman tarkoituksena oli selvittää, millainen on tuoton ja riskin tasapainon näkökulmasta optimaalisin kassanhallintatapa No Limit Texas Hold'em turnauspokeriin. Tutkimus suoritettiin tapaustutkimuksena, jossa käytettiin Kellyn kaavaa hyväksi arvioitaessa Unibet Poker -pelisivuston tarjoamia 2 – 5 pelaajan turnauksia. Tutkimuksessa tarkasteltiin erilaisten turnausten kannattavuutta riskin ja tuoton näkökulmasta sekä tarkasteltiin niihin liittyvää pelikassan odotettua kasvunopeutta. Tutkielmassa selvitettiin myös, miten varianssi täytyy ottaa huomioon kassanhallinnassa ja kuinka paljon sisäänostoja pelaaja tarvitsee tietyn kokoisiin turnauksiin.

Tutkimuksessa saatiin Kellyn kaavaa soveltaen valittua erikokoisista turnauksista ja sisäänostoista kannattavat vaihtoehdot. Pelikassan hallinnan näkökulmasta epäsuotuisiin turnauksiin osallistumiset saatiin karsittua pois. Tuloksina ei kuitenkaan saatu tiettyä optimaalista kassanhallintatapaa kaikkiin tilanteisiin, vaan Kellyn kaava tarjoaa yleisesti hyvän rungon oikeanlaiseen kassanhallintaan. Tuloksista vedetyt johtopäätökset olivat samassa linjassa aiempien tutkimusten tulosten kanssa. Toimivaa pelikassan hallintaa voi olla monenlaista, mutta varsinkin arvioidut voittotodennäköisyydet muita pelaajia vastaan, palkintomaksurakenteet, pelinjärjestäjien ottama rake sekä pelityyli vaikuttavat suuresti siihen. Liian suuren osuuden pelikassasta vievät pelit aiheuttavat pitkällä aikavälillä koko pelikassan häviämisen. Kellyn kaavan tarjoaman suositusosuuden alittaminen puolestaan hidastaa pelikassan kasvunopeutta, mikä vie osan maksimaalisesta potentiaalista. Alittaminen voi kuitenkin sopia varovaisemmille pelaajille, sillä se pienentää varojen loppumisen riskiä.

ABSTRACT

Author: Riku Määttä
Title: Bankroll management in No Limit Texas Hold'em poker tournaments
School: School of Business and Management
Degree programme: Business Administration / Financial Management
Supervisor: Jyrki Savolainen
Keywords: Bankroll management, poker, expected value, Kelly criterion

The purpose of this bachelor's thesis was to examine what is the most optimal bankroll management way in No Limit Texas Hold'em poker tournaments in the view of balancing risk and return. In this case study, Kelly criterion was used in evaluating online tournaments of 2 – 5 players hosted by Unibet Poker. Profitability in the view of risk and return and estimated growth rate of bankroll was also examined in this case study. The importance of variance in bankroll management was also clarified and how many buy-ins players need in certain type of tournaments.

Profitable options of different tournaments and buy-ins were found out by applying Kelly criterion. The unfavorable ones were eliminated. As a result, the optimal bankroll management way was not found to use in every situation, but Kelly criterion offers good frames in bankroll management. Speculations from the results were similar to earlier studies. There can be different kind of good bankroll management but estimated winning probabilities against other players, the structure of prize money, rake and playing style affects it a lot. Playing too large portion of the bankroll will result in losing the whole bankroll in the long term. Playing too small portion will slow down the estimated growth rate of bankroll and reduces the maximum potential. It could be suitable for more cautious players because it also reduces the risk of losing everything.

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO	1
1.1 Taustaa	1
1.2 Tutkimusongelma ja tavoitteet.....	3
1.3 Tutkielman rajaukset	3
1.4 Tutkimustapa.....	4
1.5 Tutkimuksen rakenne	4
2. TEORIAOSUUS.....	5
2.1 Uhkapelit	5
2.1.1 Nollasumma- / miinussummapeli	5
2.1.2 Taito vs. tuuri.....	6
2.2 No Limit Texas Hold'em	7
2.2.1 Turnauspelaaminen	7
2.3 Käsitteitä	8
2.3.1 Odotusarvo	8
2.3.2 Varianssi.....	9
2.3.3 Kassanhallinta	11
2.4 Kellyn kaava.....	13
2.4.1 Kellyn kaava pokerissa.....	14
2.4.2 Kellyn kaavan väärinkäyttö.....	18
2.4.3 Lopputulemia 3 tai enemmän	19
3. CASE-ESIMERKKI	21
3.1 Kellyn kaava 2 pelaajan Sit & Go -turnauksiin	21
3.2 Kellyn kaava 3 pelaajan Sit & Go -turnauksiin	24
3.3 Kellyn kaava 5 pelaajan Sit & Go -turnauksiin	28
3.4 Tulokset tiivistetysti	31
4. YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET	34
LÄHDELUETTELO	37

1. JOHDANTO

Pelikassan hallinta, vahva tietämys pelin mekaniikasta ja tunteiden hallinta ovat kolme tärkeintä osa-aluetta, joita pokerinpelaaja tarvitsee pitkällä aikavälillä menestyäkseen (Browne, 1989). Tässä tutkielmassa perehdytään näistä ensiksi mainittuun eli pelikassan hallintaan. Käytännössä sillä tarkoitetaan sitä, kuinka ison osan pelikassastaan pelaaja voi pelata tietyssä pelissä/pelitalanteessa. Se on tasapainottelua, jolla pyritään löytämään optimaalisen suhde, jolla ei riskeerattaisi liikaa, mutta vastaavasti saataisiin maksimaalinen hyöty irti.

Pokerin pelaaminen on voitollista hyville pelaajille. Lyhyellä aikavälillä sattumalla on paikkansa, mutta pitkällä aikavälillä varianssin aiheuttamat heilahtelut tasoittuvat (Walker, 2018b). Varianssilla pokerin yhteydessä tarkoitetaan oikeiden tulosten vaihtelua odotetuista tuloksista. Usein se liitetään tappioputkiin tai merkittäviin tilanteisiin, joissa on pelannut oikein todennäköisyydet puolellaan, mutta hävinnyt silti. Tämän takia hyvällä kassanhallinnalla on suuri merkitys pokerissa. Laadukas pelikassan hallinta estää ns. ”poikki menemisen” eli rahojen loppumisen ja ajautumisen vararikoon. Tämän tutkielman perimmäisenä ideana on selvittää, millaisella pelikassan hallinnalla on mahdollista pelata voitollista pokeria. Tutkielma keskittyy suosituimpaan pokerin muotoon eli *No Limit Texas Hold’emiin*.

1.1 Taustaa

Pokerin suosio räjähti kasvuun, kun amatööripelaaja Chris Moneymaker voitti arvostetun *World Series of Poker* -turnaussarjan pääturnauksen vuonna 2003. *World Series of Poker* on maailman suurin ja arvostetuin pokeriturnausten sarja, joka järjestetään vuosittain Las Vegasissa. *World Series of Poker* pääturnauksen voittaja arvostetaan yleisesti pokerin epäviralliseksi maailmanmestariksi. Moneymaker oli voittanut 10 000 dollarin arvoisen sisäänoston pääturnaukseen internetistä *PokerStars*-sivuston karsintaturnauksesta eli niin sanotusta satelliittiturnauksesta vaivaisella 39 dollarilla ja lunasti lopulta pääturnauksen voitolla 2,5 miljoonan dollarin palkintopotin. Hän oli tavallinen ansiotöissä käyvä pelaaja, johon ihmiset pystyivät

samaistumaan ja kokivat, että heilläkin olisi mahdollisuus päästä samaan. Valtava määrä uusia pelaajia virtasi pelin pariin, mistä kertoo nettipokerin liikevaihdon kasvu 82 miljoonasta yli 2 miljardiin dollariin vuosien 2000 ja 2005 välillä. Myös 2000-luvun alussa kehitetyt kamerat, joilla pystyttiin näkemään pelaajien piilossa olevat kortit, nostivat pokerin suosituksi televisioviihdeksi. (Hannum & Cabot, 2009; Lantz, 2015)

Pelintarjoajien ja eri pelien määrä kasvaa koko ajan vaikka suurin buumi onkin jo ohi. Koska Texas Hold'em:n säännöt ja perus pelitapa on helppo oppia, se vetää puoleensa uusia pelaajia. Erittäin monet nuoret, erityisesti opiskelijat, pelaavat hyvin paljon harrastuksenaan tai saadakseen lisätienestettä. Itsekin kuulun tähän joukkoon ja viime vuosina kasvanut kiinnostus pokeria kohtaan antoi aiheita tälle tutkimukselle. Vaikka omaisuutta ei paljon olisikaan, on pokeria silti mahdollista pelata kannattavasti ja voitollisesti. Tässä kyseeseen tulee juuri pelikassan hallinta. Useita ihmisiä joutuu ongelmiin sen takia, että he pelaavat liikaa liian isoja pelejä, koska heillä ei ole joko tietämystä tai he eivät noudata hyvän kassanhallinnan periaatteita. Lisäksi ongelmapelaaminen on kasvanut, sillä pelejä on koko ajan vuorokauden ympäri saatavilla (Griffiths *et al.*, 2010). Tämän tutkimuksen tavoite on selvittää, minkälaista on hyvä kassanhallinta, jotta aloittelevat pelaajat tai kokeneemmatkin pelaajat voivat käyttää kassanhallintaa hyödyksi omassa pelaamisessaan. Pelin ammattimainen osaaminen vaatii vuosien jatkuvaa oppimista, jossa kassanhallinta on myös erittäin tärkeässä roolissa.

Pokerista on olemassa paljon tutkimustietoa etenkin nettipokerin yleistymisen myötä, mutta suurin osa tutkimuksista keskittyy muun muassa peliteoriaan, käyttäytymiseen, taitoelementin todistamiseen sekä ongelmapelaamiseen. Pelikassan hallinnasta ei ole vielä kovin paljon varsinaista tutkimustietoa, vaikka monilta pokeriaiheisilta sivustoilta löytyykin erilaisia suosituksia siihen. Pelikassan hallintaa on aikaisemmin tutkinut Lantz (2015, 2016), joka on perehtynyt pelikassan hallintaan suuremmissa turnauksissa sekä hieman pienemmissä eli niin sanotuissa *Sit & Go* -turnauksissa, jotka yleensä pelataan yhden pöydän turnauksina 2 – 9 pelaajalla. *Sit & Go* -turnaukset ovat suosittuja etenkin netissä, sillä ne alkavat heti tarvittavan pelaajamäärän osallistuttua (Chen & Ankenman, 2006). Myös Chen & Ankenman (2006) ovat tutkineet pelikassan hallintaa matemaattisella näkökulmalla. Nämä tutkimukset ovat merkittävässä roolissa myös tässä tutkielmassa.

1.2 Tutkimusongelma ja tavoitteet

Tutkimuksen tavoitteena on saada selville, millainen kassanhallinta mahdollistaa voitollisen pokerin pelaamisen. Varianssi voi aiheuttaa pitkiä tappioputkia, joten on tärkeää tutkia, miten se täytyy ottaa huomioon. Pelikassan hallinnassa olennaisena osana on myös se, minkä kokoisia pelejä tietynlaisella pelikassalla olisi järkevää pelata. Kuten sijoittamisessakin, riski ja mahdollinen tuotto kulkevat usein käsi kädessä hyvin pitkälti. On siis tutkittava, miten riski ja tuotto saadaan suhteutettua parhaiten. Työn tutkimuskysymys alaongelmineen on muotoiltu seuraavasti:

Pääongelmana: Millainen on tuoton ja riskin tasapainon näkökulmasta optimaalisin kassanhallintatapa No Limit Texas Hold'em turnauspokeriin?

Alaongelmat:

- Miten varianssi pitää ottaa huomioon ja miten se vaikuttaa kassanhallintaan?
- Mitkä ovat sopivan kokoisia pelejä tietynlaisella pelikassalla operoivalle pelaajalle?

1.3 Tutkielman rajaukset

Tutkielma on rajattu koskemaan No Limit Texas Hold'em pelimuotoa. Pokerista puhuttaessa tarkoitetaan yleensä juuri Texas Hold'emia, joka on ylivoimaisesti kaikista suosituin ja eniten pelattu pelimuoto. Pokeri kattaa allensa myös useita eri pelimuotoja, joita ovat muun muassa *Pot Limit Omaha*, *Sökö*, *Razz* ja *Seven-Card Stud*. Eri pelimuotojen erona on usein pelaajille jaettava korttien määrä sekä erilaiset panostuskierrokset. No Limit -ilmauksella (NL) tarkoitetaan sitä, että pelissä ei ole panostuskattoa, vaan jokainen pelaaja voi panostaa kaikki pelimerkinsä missä vaiheessa tahansa riippumatta potin koosta.

Texas Hold'emissa on olemassa käteispelejä ja turnauksia. Käteispeleissä pelimerkit vastaavat oikeata rahaa ja pelaaja voi tulla pöytään ja poistua pöydästä, milloin tahansa. Pelaaja voi ostaa lisää merkkejä niiden loppuessa ja eri pelaajilla saattaa olla

aivan erilainen määrä aloituspelimerkkejä. Esimerkiksi joku ostaa 50 euron arvosta pelimerkkejä, kun toinen pelaaja ostaa 200 eurolla. Turnausmuotoisissa peleissä, pelaaja maksaa tietyn sisäänoston esimerkiksi 25 euroa ja saa sillä kiinteän määrän esimerkiksi 10 000 pelimerkkiä. Turnausta pelataan sitten pelimerkeillä siihen asti, kun omat tai muiden pelaajien pelimerkit loppuvat. Tässä tutkielmassa keskitytään nimenomaan turnauspokeriin ja tarkastelu on edelleen rajattu koskemaan pieniä, yhden pöydän turnauksia.

1.4 Tutkimustapa

Tämä tutkimus suoritetaan tapaustutkimuksena. Tapaustutkimus on tutkimustapa, jonka tarkoituksena on vain yhden tai muutaman kohteen tai ilmiön kokonaisuuden tutkiminen syvällisesti. Siinä tarkoituksena on tuottaa valitusta tapauksesta perusteellista ja yksityiskohtaista tietoa. Tapaustutkimukselle ominainen piirre on, että siinä pyritään selvittämään jotakin lisävalaisua vaativaa, mikä ei ole ennestään tiedossa. Pää tavoitteena siinä on ymmärryksen lisääminen tutkittavasta tapauksesta ja siihen vaikuttavista olosuhteista, jotka määrittelevät lopputuloksen tutkittavalle asialle. Kyseisen tutkimuksen tutkijaa ajaa tunne asian tärkeydestä ja varsinainen merkitys selviää paremmin tutkimuksen kuluessa. Tapaustutkimuksessa kiinnostavasta tapauksesta lähdetään liikkeelle ja pohditaan siihen liittyviä keskeisiä käsitteitä ja sitä mistä tapaus kertoo. (Laine, Bamberg & Jokinen, 2007)

1.5 Tutkimuksen rakenne

Tämä työ rakentuu seuraavasti. Teoriaosuudessa käsitellään uhkapelejä yleisesti ja pokeria nollasumma- / miinussummapelina sekä pohditaan taidon ja tuurin merkitystä pelissä. Lisäksi kappaleessa avataan tutkimukseen liittyvät keskeisimmät käsitteet sekä kerrotaan lyhyesti turnauspelaamisesta. Niiden lisäksi käsitellään myös Kellyn kaava, jota sovelletaan kolmannessa kappaleessa case-esimerkin käytännön laskumalleihin. Tutkielman viimeisessä kappaleessa on tutkimuksen yhteenveto ja johtopäätökset, jossa analysoidaan tutkimuksen tuloksia sekä pyritään löytämään vastaukset tutkimusongelmiin.

2. TEORIAOSUUS

Texas Hold'emissa on tyypillistä, että lyhyellä aikavälillä tulokset saattavat heilahtella paljonkin vaikka kyseessä olisi ammattipelaaja. Tärkeiden käsitteiden kuten *raken*, odotusarvon, varianssin ja kassanhallinnan ymmärtäminen itse peliteorian ja strategioiden lisäksi on äärimmäisen tärkeää pitkällä aikavälillä menestystä hakevalle pelaajalle. (Sklansky, 1999; Hannum & Cabot, 2009)

2.1 Uhkapelit

Texas Hold'em pokeri on uhkapeli. Uhkapeli määritelmänä koostuu kolmesta elementistä, jotka ovat maksu, riski ja palkinto. ”Maksaminen hinnasta, jolla on mahdollisuus voittaa palkinto” on hyvä tiivistys uhkapelaamisen määrittelystä yleisesti. Jos jokin näistä kolmesta edellä mainitusta elementistä puuttuu, niin kyseessä oleva toiminta ei ole uhkapelaamista, ellei jokin laki sitä erikseen määrittele. Jotta toiminta olisi uhkapelaamista, siihen tarvitaan lähes aina myös asian harkitsemista osallistujalta. Tällä tarkoitetaan sitä, että peliin osallistuja miettii, voiko hän osallistua, sillä hän joutuu riskeeraamaan jotain, jolla on arvoa. Esimerkiksi pokerissa osallistuja riskeeraa osallistumismaksunsa eli rahansa, jotka hän peliin laittaa. Uhkapelissä täytyy siis aina olla mahdollisuus voittaa jotakin, mutta toisaalta myös riski tappiosta on vahvasti läsnä. (Rose & Owens, 2009)

2.1.1 Nollasumma- / miinussummapeli

Pokerista saatavat voitot tulevat toisilta pelaajilta, ja päinvastoin koetut tappiot löytävät tiensä toisten pelaajien taskuun. Pokeri on siten ainutlaatuinen uhkapeli, jossa pelaajat pelaavat toisiaan vastaan eikä itse pelinjärjestäjiä, esimerkiksi kasinoja vastaan. Esimerkiksi hedelmäpelit, blackjack ja ruletti on suunniteltu siten, että talo voittaa aina. Yksittäiset pelaajat voivat toki olla voitolla satunnaisesti, mutta muuten kasino tekee pelkkää tienestiä kyseisten pelien avulla. Pokeri voidaan siis määrittellä nollasummapeliksi eli peliksi, jossa pelaaja voi tienata vain toisen pelaajan kustannuksella. Voittojen ja tappioiden yhteenlaskettu summa on nolla. Voittajien tuotot ovat häviäjien tappioita. (Harris, 1993; Nasdaq, 2017)

Pokerissa täytyy kuitenkin muistaa yksi merkittävä tekijä. Se on todellisuudessa hieman miinussummapeli, sillä pokerissa pelinjärjestäjät, esimerkiksi kasinot tai pelisivustot ottavat *rakea* eli osuuden jokaisesta pelatusta kädestä tai kiinteän maksun turnauksen sisäännostosta. Se on usein 5-10 % turnauksen sisäännostosta tai käteispeleissä samansuuruinen osuus yksittäisistä poteista kiinteällä maksimimäärällä. Näin ollen aivan kaikki pelaajien peliin tuoma raha ei jakaudu suoraan toisille pelaajille. Silloin tällöin pelinjärjestäjät kuitenkin järjestävät turnauksia, joissa on tietty takuupotti esimerkiksi 20 000 euroa. Jos tällaiseen turnaukseen sisäänosto on esimerkiksi 95+5 euroa (+5 kuvaa talon ottamaa rake-osuutta), ja pelaajamäärä jää alle 200:n pelaajan ($200 \times 100 \text{ e} = 20\,000 \text{ e}$), kääntyy peli positiivisen summan peliksi. Tällöin pelaajille virtaa palkintojen muodossa enemmän rahaa kuin he ovat yhteensä peliin laittaneet. (Harris, 1993; Nasdaq, 2017)

2.1.2 Taito vs. tuuri

Tuurilla on osuutensa pokerissa, mutta taito on selvästi hallitseva osa-alue. Pokerissa pelaajat joutuvat usein tilanteisiin, joissa todennäköisyydet ovat heidän puolellaan, mutta häviävät silti. Näin ollen sattumalla on vaikutuksensa. Asiaa on tutkittu paljon muun muassa siitä syystä, että useissa maissa nettipokerin laillisuutta/laittomuutta on täytynyt määritellä sen mukaan, hallitseeko taito vai tuuri peliä. Kiinnostusta on lisännyt myös se, että nettipokeri on kohonnut monien miljardien toimialaksi. Tulokset ovat osoittaneet selkeästi taidon merkitsevyydestä, esimerkiksi taitavan ja satunnaisen pelaajan vertailussa tai kun hieman perehdytetty ryhmä on pelannut toista ei perehdytettyä vastaan (DeDonno & Detterman, 2008; Hannum & Cabot, 2009). Esimerkiksi Levitt ja Miles (2014) ovat tutkineet vuoden 2010 WSOP-turnauksen pelaajien sijoitetun pääoman tuottoja verraten erittäin taitaviksi aiempien pelisuoritustensa perusteella määriteltujen pelaajien joukkoa kaikkiin muihin pelaajiin. Taitavien pelaajien keskimääräinen sijoitetun pääoman tuottoprosentti (*ROI*) oli yli 30 %, kun kaikkien muiden pelaajien keskimääräinen ROI oli -15 %. Tämä iso ero on vahvana todisteena siitä, että pokeri on taitopeli. Myös Reberin (2012) esittämä mielenkiintoinen fakta puoltaa pokerin taitoaspektia: vain noin 12 % oikeasti parhaista käsistä voittaa potin lopulta, sillä oikea-aikaisilla panostuksilla ja korotuksilla saadaan pudotettua paremman käden haltijoita pois pelistä ennen korttien paljastusta. Tämä

selittääkin sitä, että korttionni ei voi olla ratkaiseva tekijä pelissä menestymiseen. Pitkällä aikavälillä taitavat pelaajat päihittävät heikommat pelaajat ja sattuman osuus tasoittuu. Mitä pidempi otosväli ja enemmän otoksia, sitä vähemmän tuurilla on vaikutusta. Tähän asiaan liittyy vahvasti varianssin käsite, jota avataan seuraavissa kappaleissa. (Hannum, Rutherford & Dalton, 2012)

2.2 No Limit Texas Hold'em

No Limit Texas Hold'em:n säännöt ovat melko yksinkertaiset ja yllättävän helppo oppia. Pelin hallitseminen on kuitenkin äärimmäisen vaikeaa ja se vaatii pitkää perehtymistä sekä jatkuvaa opettelua, jotta siinä voisi päästä kirkkaimmalle huipulle. Voitollisia pelaajia löytyy kuitenkin maailmasta paljon. Useat erilaiset pelistrategiat, psykologian ja matematiikan yhdistäminen, rahapelin aiheuttama jännitys, tasapainottelu riskin ja tuoton välillä sekä yleinen kilpailu ja voittamisen tavoittelu ovat muutamia tekijöitä, jotka tekevät pelistä niin kiinnostavan maailmanlaajuisesti. Texas Hold'em No Limit -peliin ei ole löydetty täydellistä pelitapaa, mikä mahdollistaa jokaiselle pelaajalle oman mahdollisesti voitollisen strategiansa. Pelin viralliset säännöt ovat saatavilla esimerkiksi PokerNewsin nettisivuilta (2018).

2.2.1 Turnauspelaaminen

Turnauspeleissä osallistujilla on aluksi saman verran pelimerkkejä ja turnauksen voittaa se, kenellä on lopuksi kaikki pelimerkit. Jos pelimerkit loppuvat, pelaaja putoaa turnauksesta pois. Turnausten kestoon voidaan vaikuttaa aloituspelimerkkien määrällä ja sokkohanosten kasvamistasoilla. Sokkohanokset kasvavat ajan myötä ja pakottavat pelaajat peliliikkeisiin ennen kuin heidän kaikki pelimerkkinsä kuihtuvat. Ne ovat aluksi pienemmät ja kasvavat tietyn ennalta päätetyn ajan jälkeen.

Pelaajien turnaussijoitus määrittää sen, minkä verran he voittavat palkintorahoja. Palkintorahapotti määrittyy turnaussisäänostoista, jotka ovat yleensä muodoltaan esim. 25+2 tai 50+5. Ensimmäinen luku on palkintopottiin menevä määrä sisäänostosta, kun toinen osa on rake. Jos esimerkiksi 10 pelaajaa osallistuu 25+2 turnaukseen, kukin pelaajaa maksaa osallistumisesta 27 euroa, jotka jakautuvat

järjestäjälle yhteensä 20 euron verran ja palkintopottiin 250 euron verran pelaajille jaettavaksi. Pienemmissä turnauksissa rahat jakautuvat usein siten, että voittaja saa 50 %, toiseksi sijoittuva 30 % ja kolmas 20 % palkintopotista. Suuremmat turnaukset jakautuvat usein hieman eri tavalla: useampi pelaaja saa palkintorahoja, mutta palkintopotin jakautuminen on melko jyrkkä, eli kärkisijoille sijoittuneet saavat huomattavasti suurempia rahoja kuin muut ja siirtymät eri palkintosijojen väleillä voivat olla todella suuria. Kuitenkin useimmiten palkintorahoille pääsee noin 10 – 15 % kaikista osallistuneista pelaajista.

2.3 Käsitteitä

Vaikka pokeri onkin melko yksinkertainen peli, joka on helppo omaksua, niin pelkällä pelin teorialla ja sääntöjen osaamisella ei voi vielä pärjätä. Pokerissa on useampi keskeinen käsite, jotka pitäisi ymmärtää ja hallita, jotta pelissä voi pärjätä pidemmällä aikavälillä. Seuraavaksi käsitellään odotusarvon, varianssin ja kassanhallinnan tärkeitä elementtejä. Myös case-esimerkissä vahvasti läsnä oleva Kellyn kaava avataan teoreettiselta kannalta omassa kappaleessaan, jotta sitä voidaan käyttää hyväksi käytännön laskentamalleissa.

2.3.1 Odotusarvo

Pokerinpelaajalle yksi tärkeimmistä matemaattisesti ymmärrettävistä asioista on odotusarvo. Odotusarvo tarkoittaa sitä, mitä jonkin vedon/panostuksen voidaan odottaa tuottavan tai häviävän keskimäärin. Sen avulla voidaan käsitellä suurinta osaa vastaan tulevista pelitilanteista. Voittojen maksimoinnissa ja tappioiden minimoinnissa odotusarvolla on suuri rooli. Odotusarvon kaavassa toteutuneiden tapahtumien määrä x_i kerrotaan kunkin tapahtuman todennäköisyydellä $P(x_i)$. (Sklansky 1999, 9, 285)

$$E(x) = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot P(x_i)) \quad (1)$$

Pokerissa odotusarvon laskeminen on toki huomattavasti monimutkaisempaa eri pelitilanteista johtuen, sillä pelaajat voivat tehdä muitakin liikkeitä kuin vain panostaa alkupanoksen ja katsoa miten käy. Useat erilaiset mahdolliset vaihtoehdot erilaisissa

tilanteissa erilaisia pelaajia vastaan vaikuttavat suuresti oman odotusarvon laskemiseen. Pokeri perustuu silti kuitenkin hyvin pitkälti vedonlyöntiin. Kun vedonlyöjä lyö vetoa esimerkiksi jääkiekko- tai jalkapallojoukkueiden peleistä, niin pokerinpelaaja lyö vetoa potista. Pokerissa potin koko, omat ja vastustajan arvioidut kortit vaikuttavat suuresti tähän vedonlyöntiin. Pottikertoimet, jotka syntyvät pelissä toisen tai oman panostuksen seurauksena, ovat samalla tavalla vedonlyöntikertoimia, jotka määrittelevät hyvin pitkälle sen, kannattaako pottiin osallistua vai ei. (Kauhanen, 2007)

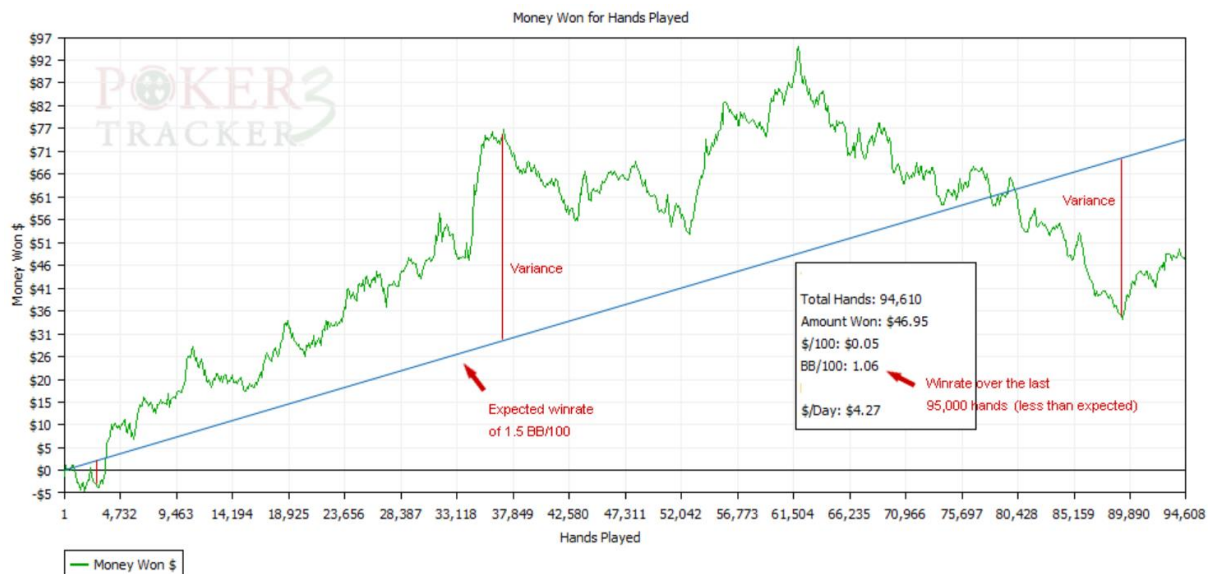
Pitkällä aikavälillä pokerinpelaajan kokonaisvoitot ovat hänen yksittäisten pelitilanteiden odotusarvojen summa. Eli mitä enemmän pelaa positiivisella odotusarvolla, sitä enemmän voittaa ja vastaavasti mitä enemmän pelaa negatiivisella odotusarvolla, sitä enemmän tulee häviämään. Siksi pelaajan tulisi aina maksimoida positiivista odotusarvoaan tai minimoida negatiivista odotusarvoaan. Pokerissa hienoa on kuitenkin se, että täydellistä pelitapaa ei ole olemassa ja välillä tilanteesta riippuen voi pelata myös ”väärin”. Esimerkiksi bluffaaminen eli heikolla kädellä vahvan käden esittäminen on tärkeä taito, jolla voi kääntää häviävän kätensä voittavaksi tietyissä tilanteissa. Voitollisessa pokerissa odotusarvojen ymmärrys on silti erittäin merkittävässä roolissa ja se on syytä hallita. (Sklansky 1999, 13-16)

2.3.2 Varianssi

Odotusarvo mittaa sitä, kuinka paljon voittaa keskimäärin, kun taas varianssi mittaa kuinka kaukana tietyt tulokset saattavat olla odotusarvosta. Suuri poikkeama odotusarvosta tarkoittaa suurta varianssia ja vastaavasti pieni poikkeama pientä varianssia. Varianssista puhutaan pokerissa yleensä tappiollisten jaksojen eli niin sanottujen *downswingien* yhteydessä. Usein unohdetaan, että myös niin sanotut *upswingit* eli pitkät voitolliset putket ovat varianssin vaikutuksen alaisia. Varianssi on siis oikeiden tulosten ja odotusarvon erotus, joka voi olla positiivinen tai negatiivinen. Varianssi on sen, kuinka paljon tulee voittamaan keskimäärin pitkällä aikavälillä ja lyhyen ajanjakson tulosten erotus. (Chen & Ankenman 2006, 22-23; Walker, 2018)

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (2)$$

Siihen ei voi vaikuttaa, mitä kortteja pöytään tulee, mutta omilla toimilla voi vähentää kohdattavaa varianssia. Pelityyli vaikuttaa siis suuresti kohdattavaan varianssiin. Pelityylit jaetaan pokerissa karkeasti tiukka/löysä ja aggressiivinen/passiivinen -luokkiin. Tiukalla pelaajalla viitataan pelaajaan, joka pelaa vähemmän käsiä ja osallistuu potteihin lähinnä vahvoilla laatukäsillä. Löysällä pelaajalla puolestaan viitataan pelaajaan, joka osallistuu useisiin potteihin ja pelaa paljon myös heikompia käsiä. Aggressiivinen pelaaja puolestaan tekee paljon korotuksia ja pakottaa liikkeillään passiivisempia pelaajia luopumaan korteistaan. Passiivinen peli on varovaista ja siinä usein suositaan maksamista korotuksen sijaan alipelaten vahvoja käsiä. Löysä ja aggressiivinen pelaaja riskeeraa siis enemmän rahaa kuin keskimääräinen tiukka pelaaja. Mitä löysempi ja riskejä ottavampi pelaaja, sitä suurempi varianssi. Suurin osa pokeriammattilaisista voidaan sijoittaa ns. tiukka/aggressiivinen pelityylin pelaajaksi. Myös pelin panostustyyppillä on merkitystä. No limit -peleissä potteihin on mahdollista sijoittaa enemmän rahaa kuin limit peleissä. Mitä enemmän rahaa voi riskeerata, sitä suurempi on varianssi. Myös turnauskoolla on hyvin merkittävä vaikutus varianssiin. Suuremmissa turnauksissa, joissa on enemmän pelaajia, on myös enemmän varianssia, sillä niissä odotetaan voittavan paljon harvemmin kuin pienissä muutaman pelaajan turnauksissa. Kuvassa 1 nähdään hyvä havainnollistus siitä, miten varianssi ilmenee. (Schoonmaker, 2000; Walker, 2018b)



Kuva 1. Tulosten vaihtelu odotusarvosta (Walker, 2018b)

Kuten kuvasta 1 nähdään, vihreä sahaava käyrä on oikeat havaitut tulokset ja sininen viiva on odotetut voitot jonkun pelaajan pelihistoriasta. Vihreän ja sinisen käyrän erotus on siis tilanteessa oleva varianssi. Lyhyellä ajanjaksolla se on välillä positiivista, eli sinisen viivan yläpuolella ja vastaavasti välillä negatiivista ollen sinisen viivan alapuolella. Mitä suurempi otanta, sitä lähemmäksi sininen ja vihreä viiva lopulta ajautuvat. Walker (2018b) näyttää myös simulaatioiden avulla, kuinka suuria vaihtelut voivat olla samanlaisella pelaamisella. Parhaan ja heikoimman tuloksen välillä on lyhyellä aikavälillä erittäin suuret vaihtelut. Useat huippupelaajat ovat myös kokeneet suuria tappioputkia juuri varianssista johtuen. Varianssista johtuen välillä on vaikea sanoa, pelaako hyvin vai huonosti, sillä lyhyen aikavälin tulokset vaihtelevat paljon, vaikka pelaisikin hyvää pokeria. Varianssin aiheuttamat tilanteet voivat olla myös henkisesti hyvinkin raskaita jopa huippupelaajille. Positiivisena puolena varianssissa on kuitenkin se, että sen takia huonot pelaajat jatkavat pelaamista. He voivat voittaa välillä rahaa vaikka pelaisivat todennäköisyyksien kannalta huonosti. Jos huonot pelaajat häviäisivät aina, he katoaisivat pelin parista hyvin nopeasti ja lopettaisivat hyvien pelaajien rahoittamisen. (Walker, 2018b)

2.3.3 Kassanhallinta

Pelikassalla tarkoitetaan sitä rahamäärää, mikä pelaajalla on käytettävissä peleihin. Kullekin pelikassalle on löydettävissä sopivan kokoisia pelejä ja on tärkeää pysyä niissä. Kassanhallinnan voi määritellä päätösprosessiksi siitä, kuinka ison osan pelikassastaan on valmis riskeeraamaan jossain tietyssä suotuisassa tilanteessa (Lantz, 2015). Tällainen suotuista tilanne voi olla esimerkiksi pokeriturnaus, jossa pelaaja uskoo olevansa vahvoilla muita pelaajia vastaan.

Rahapeleissä kuten pokerissa riski on vahvasti läsnä. Riskillä tarkoitetaan pelissä olevien rahojen menetystä. Sitä voi kuitenkin onneksi hallita omilla pelitaidoilla. Siitä huolimatta sattumalla ja tuurilla on myös osansa, ja pelaaja voi hävitä vaikka tekisikin ainoastaan oikeita ratkaisuja odotusarvollisesti. Vaihtelut ovat nimenomaan varianssin aiheuttamaa, ja sen suuruuteen vaikuttaa muun muassa pelin panosten koko, pelaajan taidot ja sattuma. Jos vaihtelu on rajua, niin pelaaja tarvitsee suuremman pelikassan. Pelikassan pitäisi olla sellainen määrä rahaa, jonka on valmis häviämään

kokonaan yhdessä pelissä ja tietynkokoisilla panoksilla. Pelaajan todellinen pelikassa riippuu vahvasti siitä, kuinka paljon hän on valmis häviämään, ennen kuin siirtyy alempien panosten peleihin tai lopettaa pokerin kokonaan. On siis tärkeää määritellä pelikassansa koko oikein, jotta voi pelata fiksusti oikeankokoisia pelejä. (Chen & Ankenman 2006, 301; Tandler & Carter, 2011; Eil & Lien, 2014)

Pelikassaa pokeriin pitäisi ajatella kuin sijoitusta osakemarkkinoille (Knight, 2018). Siinä on paljon samankaltaisuutta, mutta sijoitus tehdään omiin kykyihin. Kukaan ei toivottavasti sijoita osakemarkkinoille koko omaisuuttaan, vaan sijoittaa sellaisen osan varallisuudestaan, minkä menetys ei hankaloita normaalia elämää. Knightin (2018) mukaan sopivan aloituskassan pitäisi olla sijoituksen tapainen siksi, että silloin pelaa parasta pokeria, kun jokaisella päätöksellä on merkitystä. Sen takia onkin tärkeää olla pelikassa, jolla on turvallista pelata, mutta kuitenkin joka tilanteeseen sisältyy sopiva määrä riskiä. Panosten on oltava riittävän suuria, jotta häviäminen ei muutu yhdentekeväksi, sillä silloin pokeria pelattaisiin kaikilla käsillä ja peli menettäisi merkityksensä muuttuessa arvonnaksi (Kauhanen, 2007).

Kun pokerissa taktiset päätökset eli peliliikkeet yksittäisissä käsissä pitäisi tehdä odotusarvoa maksimoiden, strategiset päätökset eli esimerkiksi päätös sisäännostosta johonkin turnaukseen täytyy tehdä kunnollista pelikassan hallintaa noudattaen. Vaikka jossakin turnauksessa olisikin positiivinen odotusarvo, se saattaa silti johtaa pelikassan negatiiviseen kasvunopeuteen, jolloin turnaukseen ei pitäisi osallistua. Pelikassan kasvunopeus saadaan kätevästi laskettua logaritmien avulla, ns. Kellyn kaavalla, johon syvennytään seuraavissa kappaleissa. Keskihajonnalla tarkoitetaan pokerin yhteydessä sitä, kuinka laajalle tulokset levittäytyvät keskiarvosta. Mitä korkeampi keskihajonta, sitä korkeampi varianssi tai mitä matalampi keskihajonta, sitä matalampi varianssi (Walker, 2018a). Täten korkean varianssin turnauksessa positiivinen odotusarvo ei riitä tekemään osallistumisesta järkevää, jos sisäänosto vie suhteellisen suuren osan koko pelikassasta. (Lantz, 2015)

Jos pelikassasta pelataan liian pieni osuus, luovutaan pienestä osasta maksimaalista odotusarvoa, kun taas liian isolla osuudella todennäköisyys poikki menemisestä eli ns. *risk of ruin* kasvaa (Lantz, 2015). Risk of ruin -käsitteellä tarkoitetaan sitä todennäköisyyttä, jolla pelaaja menettää kaiken pääomansa tai pelikassa putoaa sille

tasolle, että pelaamista ei voida enää jatkaa. Esimerkiksi jos joku sijoittaisi omaisuutensa yhteen kolikonheittoon, niin todennäköisyys koko omaisuuden menettämiseksi eli risk of ruin tässä tapauksessa olisi 50 %. Useamman vedon tilanteessa risk of ruin kasvaa moninkertaisesti vetojen lisääntyessä. Jokainen toistettu veto kasvattaa siis riskiä. Jos jotain peliä pelataan jatkuvasti ja siinä on negatiivinen odotusarvo, niin risk of ruin on tällöin 100 %. Risk of ruin saa siis aina arvoja 0 – 100 %:n väliltä ja se voidaan laskea seuraavan kaavan avulla. (Chen & Ankenman 2006, 281-282; Money-zine, 2018)

$$\text{Risk of Ruin} = ((1 - (W - L)) / (1 + (W - L)))^U, \text{ missä} \quad (3)$$

W = voiton todennäköisyys

L = tappion todennäköisyys

U = maksimimäärä riskejä kunkin tappiokynnykselle.

2.4 Kellyn kaava

Kellyn kaava on amerikkalaisen matemaatikon John Kellyn 1950-luvulla johtama kaava, jonka mukainen panostus maksimoi pelikassan kasvun pitkällä aikavälillä (ESBC, 2018). Se on erittäin käytetty useilla eri aloilla, kuten esimerkiksi osakesalkkuteorioissa, blackjackissa ja urheiluviedonlyönnissä. Se on merkittävä myös muilla aloilla, joissa tavoitteena on aloittavan pelikassan ja positiivisten odotusarvojen vetojen yhdistäminen toiveena mahdollisimman nopeasti kasvava pelikassa. (Chen & Ankenman 2006, 304; Thorp, 2006)

$$B = (p * k - 1) / (k - 1), \text{ missä} \quad (4)$$

B = kaavan antama suosituspanos osuutena pelikassasta

p = pelaajan voittotodennäköisyys

k = vedonvälittäjän kerroin.

Kellyn kaavan heikkouksia on se, että siinä todennäköisyydet oletetaan tiedettävän tarkasti. Usein voittotodennäköisyydet ovat vedonlyönnissä vain arvioita ja varsinkin

pokerissa oma voittotodennäköisyys esimerkiksi jonkin turnauksen voittamisesta on hyvin vaikea arvioitava. Lisäksi heikkoutena on se, että jos pelattava Kelly-panos on yli kaksinkertainen suosituksesta, niin se johtaa negatiiviseen tuotto-odotukseen matemaattisesti. Näin ollen tappioputkilta kannattaa suojautua pelaamalla pienemmillä panoksilla. Kätevä tapa suojautua on lisätä kaavaan jakaja, jolla pienennetään riskiä. Lisättävä jakaja pienentää pelikassasta pelattavaa osuutta ja näin mahdollistaa turvallisemman pelaamisen. (Thorp, 2006; ESBC, 2018)

$$B = (p * k - 1) / (k - 1) / d, \text{ missä} \quad (5)$$

d = riskiä pienentävä Kelly-jakaja.

Kelly-jakajan avulla panos pienenee ja mahdollistaa pidemmän pelaamisen tappioputken osuessa kohdalle. Sopiva jakaja riippuu täysin pelaajan omasta riskinottohalusta/-kyvystä ja arvioituihin todennäköisyyksiin luottamisesta. Mitä epävarmemmat todennäköisyysarviot, sitä suurempaa Kelly-jakajaa suositellaan. Kannattaa valita sellainen jakaja, jolla panokset eivät tunnu inhottavan isoilta. (ESBC, 2018)

2.4.1 Kellyn kaava pokerissa

Pokeriturnauksissa on useita tilanteita, joissa osallistuvalla pelaajalla on tasan kaksi lopputulemaa, esimerkiksi kahden pelaajan Sit & Go -turnaukset tai satelliittiturnaukset, joissa pieni osa pelaajista voittaa samanarvoisen lipun suurempaan turnaukseen. Lantz (2016) esittää seuraavat Kellyn kaavan sovellukset (6-16) pokeriin. Oletetaan, että pelaaja voittaa kahden lopputuleman pelissä todennäköisyydellä p ja että kertoimet ovat $b:1$ (eli pelaajan pelikassa kasvaa b yksikköä voittaessa, ja laskee 1 yksikön hävitessä) ja että odotusarvo on positiivinen ($p(b+1) > 1$). Jos x on se osuus pelikassasta, jonka pelaaja panostaa, niin pelikassan *EGR* (*Expected growth rate* = odotettu kasvunopeus) eli $g(x)$ on

$$g(x) = (1 - p) \log(1 - x) + p \log(1 + bx) \quad (6)$$

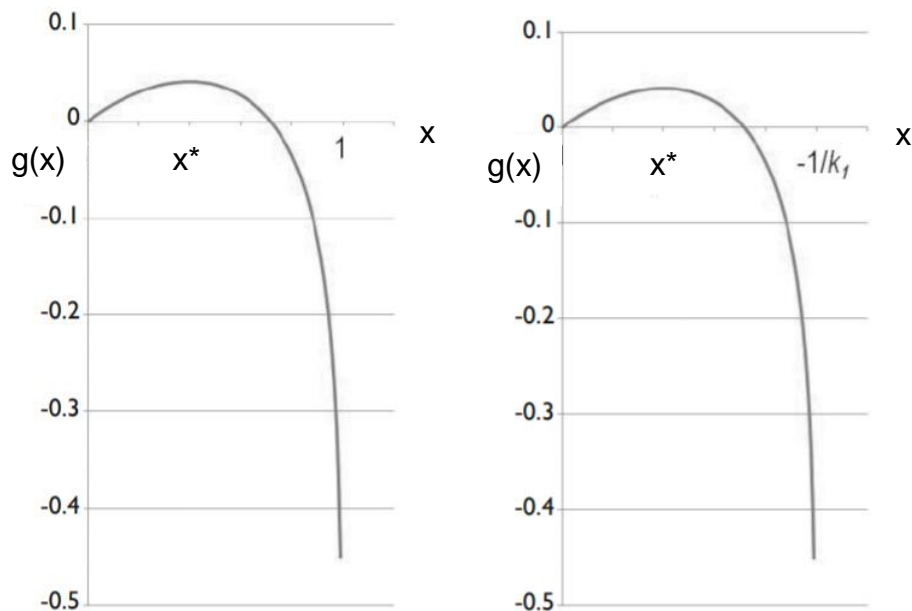
Tällöin optimaalinen pelikassan kasvunopeus saadaan seuraavasta:

$$\frac{dg(x)}{dx} = \frac{1-p}{x-1} + \frac{bp}{1+bx} = 0 \quad (7)$$

Se sieventyy vielä

$$x^* = (p(b+1) - 1) / b, \text{ mikä on} \quad (8)$$

klassinen Kellyn kaava. Tällä Kelly panoksella pelatessa, pelikassan EGR maksimoituu. Kuvassa 2 esitetään kyseinen tilanne graafisesti. Siitä nähdään, että suuremman osuuden panoksella riski pelikassan menettämisestä kasvaa ja EGR laskee. Vähemmän osuuden panoksella EGR laskee myös, mutta vähemmän riskisenä voi olla järkevämpää ja sopii etenkin varovaisemmille pelaajille. EGR kääntyy negatiiviseksi, jos pelataan yli kaksinkertaisella Kelly panoksella tai jos ei pelata ollenkaan (esim. panostetaan vastakkaiseen vetoon). (Thorp, 2006; Barnett, 2011; Lantz, 2015, 2016)



Kuva 2. Kellyn kaava graafisesti. Vasemmalla klassinen Kellyn kaava (2 lopputulemaa) ja oikealla useampi lopputulema. Kuvassa x^* on optimaalinen osuus pelattavaksi, $g(x)$ pelikassan odotettu kasvunopeus EGR ja k_1 suurin mahdollinen tappio kyseisessä pelissä. (Barnett, 2011)

Yleinen Kellyn kaava saadaan, kun oletetaan, että pelillä on m lopputulemaa ja että voitto yhden yksikön panoksella lopputulemalla i on b_i todennäköisyydellä p_i , missä vähintään yksi lopputulema on negatiivinen ja vähintään yksi positiivinen. Jos x on pelaajan panostama osuus pelikassasta, pelikassan EGR eli $g(x)$ on

$$g(x) = \sum_{i=1}^m p_i \log(1 + b_i x) \quad (9)$$

joten,

$$\frac{dg(x)}{dx} = \sum_{i=1}^m \frac{b_i p_i}{1 + b_i x} = 0 \quad (10)$$

maksimoi pelikassan EGR:n, missä oikea ratkaisu on pienin positiivinen juuri. (Thorp, 2006; Barnett, 2011; Lantz, 2015)

Kahden pelaajan Sit & Go -turnauksessa, jossa ei ole rakea, niin kertoimet ovat 1:1, eli pelaaja joko voittaa yhden yksikön tai häviää yhden yksikön. Tällaisessa pelissä pelaajan A todennäköisyys voittaa turnaus täytyy olla $p > 0,5$, jotta hänellä olisi etu hyötyä pelistä. Pelinjärjestäjät ottavat kuitenkin peleistä käytännössä aina rakea, eli silloin p :n täytyy olla vielä suurempi, jotta peli ei olisi tappiollista. Jos sisäänostoa merkitään d :llä ja rake-prosenttia r :llä, niin pelaaja saa $d : d(1+r)$ kertoimet. Normaalien kertoimien $b:1$ mukaan, nyt

$$b = d / (d(1+r)) = 1 / (1+r).$$

Pelikassan odotettu kasvunopeus on näin ollen

$$g(x) = (1 - p) \log(1 - x) + p \log(1 + x(1 / (1 + r))). \quad (11)$$

Optimaalinen osuus pelikassasta pelattavaksi saadaan seuraavasta:

$$\frac{dg(x)}{dx} = \frac{1+r-p(r+2)+x}{(x-1)(1+r+x)} = 0 \quad (12)$$

joka sievenee

$$x = p(r + 2) - r - 1. \quad (13)$$

Kun raken vaikutus otetaan huomioon ja se lisätään peliin, jossa on b:1 kertoimet ($b > 1$), esimerkiksi kolmen tai useamman pelaajan Sit & Go -turnaus, todellinen kerroin on $b / (1+r) : 1$. Eli voitosta saataisiin tällöin b jaettuna $1 + r$, ja häviöstä menetettäisiin yksi yksikkö. Tällöin odotettu pelikassan kasvunopeus on

$$g(x) = (1 - p) \log(1 - x) + p \log(1 + xb / (1 + r)) \quad (14)$$

ja optimaalinen osuus pelikassasta pelattavaksi saadaan:

$$\frac{dg(x)}{dx} = \frac{bx+r+1-p(1+b+r)}{(x-1)(bx+r+1)} = 0 \quad (15)$$

joka sievenee

$$x = (p(b + r + 1) - r - 1) / b. \quad (16)$$

Myös tällä kaavalla on kätevä tehdä herkkyyksianalyyssejä liittyen pelin kannattavuuteen ja eri tekijöiden vaikutukseen pelattavaan osuuteen (Buchen & Grant, 2012; Lantz, 2016). Taulukkoon 1 on tiivistetty, milloin kutakin kaavaa kuuluisi käyttää laskettaessa odotettua pelikassan kasvunopeutta tai optimaalista osuutta pelattavaksi.

Taulukko 1. EGR ja x kahden lopputuleman tilanteissa yhteenvetona.

Pelaajat	Odotettu pelikassan kasvunopeus (EGR)	Pelikassasta pelattava optimaalinen osuus (x)
2 (ei rakea)	$g(x) = (1 - p) \log(1 - x) + p \log(1+bx)$ (6)	$x = (p(b+1) - 1) / b$ (8)
2 (rake)	$g(x) = (1 - p) \log(1 - x) + p \log(1+x(1 / (1+r)))$ (11)	$x = p(r+2) - r - 1$ (13)
3+ (rake)	$g(x) = (1 - p) \log(1 - x) + p \log(1+ xb / (1+r))$ (14)	$x = (p(b + r + 1) - r - 1) / b$ (16)

Nämä kaavat sopivat siis kahden lopputuleman tilanteisiin, jolla tarkoitetaan, että pelaaja joko voittaa yhden tietyn palkinnon tai häviää sisäänostonsa. Eri kaavoja käytetään riippuen siitä, minkä verran muita pelaajia on, onko pelissä rakea vai ei ja halutaanko selvittää pelikassan kasvunopeutta vai sopivien sisäänostojen suuruutta. Kuten taulukosta 1 nähdään: kaavat (6) ja (8) ovat yleisiä kaavoja, kaavat (11) ja (13) sopivat 2 pelaajan Sit & Go -turnauksiin ja kaavat (14) sekä (16) kolmen tai useamman

pelaajan Sit & Go -turnauksiin, joissa on vain yksi palkintosija. Yhteenvetona edellisistä voidaan sanoa, että korkeamman raken peleissä täytyy olla myös korkeampi oma voittotodennäköisyys, jotta pelaaminen olisi kannattavaa. Rake siis hidastaa pelikassan kasvunopeutta ja suurentaa tarvittavien sisäänostojen määrää.

2.4.2 Kellyn kaavan väärinkäyttö

Jos pelissä on kolme tai useampi lopputulemaa, niin klassinen Kellyn kaava ei kuitenkaan toimi kunnolla, sillä se ei ota huomioon siinä syntyvää lisävarianssia. Siitä huolimatta kaavaa suositellaan usein käytettäväksi pelikassan hallintaan. Suositukset perustuvat usein keskimääräisiin palkintojen maksutasoihin eikä todellisiin maksutasoihin. Esimerkiksi Sit and Go Planet (2018) esittää klassisen Kellyn kaavan muodossa:

$$f = (bp - q) / b, \text{ jossa} \quad (17)$$

f = kaavan antama suosituspanos osuutena pelikassasta

b = saadut kertoimet panostuksesta

p = *ITM* (*in the money*) eli rahasijoille sijoittumisen todennäköisyys

q = tappion todennäköisyys, eli $1 - p$.

Tässä tapauksessa b saadaan odotettuna pelaajan sijoitetun pääoman tuottona eli laskemalla *ROI* (*return on investment*). *ROI*:n laskeminen esitetään muodossa $ROI = (\text{voitot} - \text{tappiot}) / \text{sijoitettu pääoma}$. Eli kaavasta saadaan seuraavanlainen:

$$f = ROI * ITM / (ROI + 1 - ITM). \quad (18)$$

Tämä on kuitenkin Lantzin (2016) mukaan väärä tapa käyttää Kellyn kaavaa, sillä se aiheuttaa sen, että pelaaja riskeeraa liikaa joka pelissä. Kaava ei huomioi aiheutuvaa lisävarianssia sijoittumisesta eri palkintosijoille. Lantz (2016) perustelee sen laskuesimerkillä omassa tutkimuksessaan.

2.4.3 Lopputulemia 3 tai enemmän

Yleisestä Kellyn kaavan teoriasta ei voida suoraan johtaa kaavaa yleiseen tilanteeseen, jossa lopputulemia $m \geq 3$, vaan jokaista tilannetta täytyy analysoida erikseen. Tämä johtuu siitä, että Kellyn kaava ei huomioi useamman lopputuleman tilanteessa syntyvää lisävarianssia. Näillä yli kahden lopputuleman tilanteilla tarkoitetaan, että pelaaja voi päätyä useammalle erilaiselle palkintosijalle tai hävitä sisäänostonsa. Lantz (2016) esittää seuraavat kaavat (19-24) sovellettavaksi kyseisiin tilanteisiin. Esimerkiksi tilanteesta, jossa 2/3 palkintopotista menee voittajalle ja 1/3 toiseksi sijoittuneelle, voidaan johtaa kaava oikean osuuden pelaamiselle 6 pelaajan Sit & Go -turnauksessa. Voiton todennäköisyyden ollessa p_1 ja toiseksi sijoittumisen todennäköisyyden p_2 , saadaan odotetuksi pelikassan kasvunopeudeksi

$$g(x) = (1 - p_1 - p_2) \log(1 - x) + p_2 \log(1 + x) + p_1 \log(1 + 3x). \quad (19)$$

Tästä optimaalinen osuus pelattavaksi saadaan, kun

$$\frac{dg(x)}{dx} = \frac{p_2}{1+x} + \frac{3p_1}{1+3x} - \frac{1-p_2-p_1}{1-x} = 0 \quad (20)$$

joka sievenee

$$x = \pm \left(\sqrt{9p_2^2 + 12p_2p_1 - 6p_2 + 4p_1^2 + 4p_1 + 1 + 3p_2 + 2p_1 - 2} \right) / 3, \quad (21)$$

jossa oikea vastaus on pienin positiivinen juuri x :lle. Lantz (2016) näyttää myös tutkimuksessaan, että sopivan pelikassan määrittely tämäntyyppiseen turnaukseen on hyvin vaikeaa, sillä samansuuruisella ROI:lla operoivat pelaajat voivat saada todella erilaiset suositukset optimaaliseksi pelattavaksi osuudeksi. Aggressiiviset pelaajat, jotka voittavat useammin kuin päätyvät toiseksi tarvitsevat suuremman pelikassan kuin varovaisemmat pelaajat, jotka harvemmin voittavat, mutta sijoittuvat useammin toiseksi.

Lisäksi todellisuudessa kaikissa peleissä täytyy ottaa huomioon myös pelintarjoajien ottama osuus peleistä eli rake (r). Kun tämä osuus otetaan huomioon, muuttuu

edellisessä esimerkissä ollut 6 pelaajan Sit & Go -turnauksen pelikassan odotettu kasvunopeus seuraavanlaiseksi:

$$g(x) = (1 - p_1 - p_2) \log(1 - (1 + r)x) + p_2 \log(1 + x) + p_1 \log(1 + 3x). \quad (22)$$

Vastaavasti optimaalinen osuus pelikassasta pelattavaksi saadaan siten, kun

$$\frac{dg(x)}{dx} = \frac{p_2}{1+x} + \frac{3p_1}{1+3x} - \frac{(1+r)(1-p_2-p_1)}{1-(1+r)x} = 0 \quad (23)$$

joka sievenee muotoon

$$x = (a \pm \sqrt{a^2 - b}) / (6(r + 1)), \text{ jossa} \quad (24)$$

$$a = 3p_2r + 6p_2 + p_1r + 4p_1 + 4r - 4$$

$$b = 4(-3r - 3)(p_2r + 2p_2 + p_1r + 4p_1 - r - 1)$$

ja oikea vastaus on pienin positiivinen x :n arvo. Mitä useampi lopputulema eli esimerkiksi useampia mahdollisia erikokoisia palkintorahasijoja, sitä pitemmiksi ja hankalemmiksi kaavat muuttuvat. Kellyn kaavan soveltamisella, pitäisi olla mahdollista löytää pelikassan taso, jolla tiedetään pelataanko suuremman panoksen vai matalamman tason pelejä milläkin pelikassan koolla (Chen & Ankenman 2006, 309).

3. CASE-ESIMERKKI

Seuraavaksi tutkitaan tapaustutkimuksena *Unibet Poker* -pelisivuston tarjoamia 2 – 5 pelaajan turnauspelejä. Tavoitteena on etsiä vastauksia tutkielman pääkysymykseen selvittämällä, minkä kokoisia pelejä kannattaisi pelata ja miten muun muassa varianssin vaikutukset pitäisi ottaa huomioon. Tarkastelussa on minkälaiset turnaukset sopivat tietyille pelikassalle parhaiten, ja milloin pitäisi siirtyä ylemmän tai alemman sisäänostotason turnauksiin. Vastauksia etsitään muun muassa Kellyn kaavan soveltamisella, mihin käytetään työkaluna Microsoft Excel - taulukkolaskentaohjelmaa.

Vaihtoehtoina on pelata kahden, kolmen tai viiden pelaajan Sit & Go -turnauksia. Turnauksissa pelaajien taso ja pelinjärjestäjien peleistä ottama rake vaihtelee. Tarkoituksena on valita mahdollisimman kannattava peli kussakin pelaajamäärässä/pelimuodossa ja määrittää niihin Kellyn kaavaa soveltamalla optimaalinen osuus pelattavaksi pelikassasta. Oletuksena on, että mahdolliset voitot turnauksista sijoitetaan takaisin pelikassaan.

3.1 Kellyn kaava 2 pelaajan Sit & Go -turnauksiin

Unibet Poker tarjoaa 2 pelaajan Sit & Go -turnauksia 1-200 € sisäänostoilla. Pelejä on kahdeksassa eri suuruusluokassa: 1 €, 2 €, 4 €, 10 €, 25 €, 50 €, 100 € ja 200 €. Kaikissa suuruusluokissa Unibetin ottama rake on 3 %, sillä esimerkiksi 4 €:n pelissä voittaja saa 7.76 € ja Unibetille menee loput 0.24 € pelaajien peliin tuomasta rahasta. Vastaavasti 100 €:n pelissä voittaja saa 194 €, ja Unibet ottaa 6 € raken muodossa pois. Kaikissa kyseisissä turnauksissa pelaajilla on aluksi 1000 pelimerkkiä ja sokkopanostasot alkavat 15/30 tasolta ja kasvavat 3 minuutin välein.

Taulukkoon 2 on laskettu kaavalla (13), minkä kokoisilla panoksilla erikokoisten esimerkkipelikassojen olisi optimaalista pelata kyseisiä 2 pelaajan turnauksia. Tässä on tarkasteltu tilanteita, joissa oma arvioitu voittotodennäköisyys on 50-60 %. Jos pelaajat ovat samantasoisia, heillä on molemmilla 50 % todennäköisyys voittaa kyseinen peli. Lähtökohtaisesti voittotodennäköisyyden p täytyy olla siis suurempi kuin

50 %, jotta pelaajan on odotusarvollisesti kannattavaa pelata kyseistä peliä. Kuten taulukosta 2 nähdään, kyseiseen peliin 3 % rakella tarvitaan 51 % todennäköisyys, jotta sitä kannattaa pelata. Toisin sanoen jo pieni etu vastapelaajaa vastaan riittää tekemään pelistä kannattavan. Mitä suurempi oma voittotodennäköisyys, sitä vähemmän pelaaja tarvitsee sisäänostoja kyseiseen peliin ja sitä suuremmilla panoksilla hän kykenee pelaamaan. Jo pienet erot arvioituissa voittotodennäköisyyksissä muuttavat suuresti tarvittavia sisäänostomääriä sekä panoksien suuruutta. Yli 60 % arvioituja voittotodennäköisyyksiä ei ole tarkasteltu, sillä ne johtaisivat niin suuriin suositeltuihin panoksiin suhteessa pelikassaan, että pelaaja ajautuisi pelkästään varianssin takia lähes varmuudella koko pelikassan menettämiseen.

Taulukko 2. Voittotodennäköisyyksien ja sisäänostojen yhteys sekä suositeltu panoskoko kyseisillä pelikassoilla.

r	p	x	1/x	500 €	1 000 €	2 000 €
0,03	0,5	-0,015	-66,7	-7,5	-15	-30
0,03	0,51	0,0053	188,7	2,65	5,3	10,6
0,03	0,52	0,0256	39,1	12,8	25,6	51,2
0,03	0,53	0,0459	21,8	22,95	45,9	91,8
0,03	0,54	0,0662	15,1	33,1	66,2	132,4
0,03	0,55	0,0865	11,6	43,25	86,5	173
0,03	0,56	0,1068	9,4	53,4	106,8	213,6
0,03	0,57	0,1271	7,9	63,55	127,1	254,2
0,03	0,58	0,1474	6,8	73,7	147,4	294,8
0,03	0,59	0,1677	6,0	83,85	167,7	335,4
0,03	0,6	0,188	5,3	94	188	376

Optimaalinen osuus, joka pelaajan kannattaisi riskeerata pelikassastaan esimerkiksi tilanteeseen, jossa oma arvioitu voittotodennäköisyys on 52 %, saadaan kaavalla (13)

$$x = 0,52 * (0,03+2) - 0,03 - 1 = 0,0256 = 2,56 \%$$

Tämä tarkoittaisi, että pelaajan kannattaisi pelata panoksilla, joilla hänen pelikassansa vastaisi $1 / 0,0256 = 39,1$ sisäänostoa. Suositeltu panoskoko olisi tällöin esimerkiksi 500 €:n pelikassalla $500 / 39,1 = 12,8$ €, ja vastaavasti 1000 €:lla 25,6 € ja 2000 €:lla

51,2 €. Suositellut panoskoot tulee pyöristää lähimpään pienempään sisäänostotasoon, sillä valittavissa ei ole tismalleen oikean kokoisia suosituksia. Näin tehdessään pelaaja ei riskeeraa liikaa yksittäisessä pelissä. Näillä Unibet Pokerin tarjoamilla sisäänostovaihtoehdoilla 500 €:n pelikassalla pelattaisiin siis kyseisillä ehdoilla 10 € peliä, 1000 €:n pelikassalla 25 €:n ja 2000 €:n pelikassalla 50 €:n peliä.

Koska voitot sijoitetaan takaisin pelikassaan, jokaisen voitettun/hävityn pelin jälkeen on tärkeää laskea mikä on optimaalinen panoskoko uudella pelikassalla. Pelikassan muuttuessa vastaan tulee tilanteita, joissa pelaajan kuuluu siirtyä uudelle sisäänostotasolle pitääkseen pelattavan osuuden optimaalisena ja maksimoidakseen pelikassan odotettua kasvunopeutta. On siis olemassa määriteltävissä olevat rajat, joissa pelaajan kuuluu siirtyä alemman tai ylemmän sisäänostotason peleihin. Todennäköisesti suuremmille sisäänostotasoille liikkuesssa myös vastustajien taso kasvaa eli oma voittotodennäköisyys täytyy arvioida pienemmäksi ja vastaavasti alemmille sisäänostotasoille oman voittotodennäköisyyden voi arvioida suuremmaksi. Taulukossa 3 havainnollistetaan tätä.

Taulukko 3. Pelirajojen laskenta kullekin panostasolle 2 pelaajan turnauksiin.

panostaso	r	p	x	1/x	alaraja
1	0,03	0,57	0,1271	7,86782061	7,86782061
2	0,03	0,55	0,0865	11,5606936	23,1213873
4	0,03	0,54	0,0662	15,1057402	60,4229607
10	0,03	0,54	0,0662	15,1057402	151,057402
25	0,03	0,53	0,0459	21,7864924	544,662309
50	0,03	0,53	0,0459	21,7864924	1089,32462
100	0,03	0,52	0,0256	39,0625	3906,25
200	0,03	0,51	0,0053	188,679245	37735,8491

Taulukkoon 3 on laskettu esimerkkirajat pelaajalle, joka arvioi voittotodennäköisyydet kyseisillä arvoilla 1 €:n sisäänostoihin 57 % ja 200 €:n 51 %:n välille. Alemmilla tasoilla voittotodennäköisyydet ovat arviolta suurempia ja ylemmillä vain hieman kannattavan puolella, sillä useampi ammattipelaaja pelaa korkeimpien panosten pelejä. Kukin voi laskea vastaavasti omat rajat muuttaen voittotodennäköisyyksiä omien arvioidensa mukaisesti. Alarajat kullekin tasolle on saatu kertomalla tarvittava optimaalinen

sisäänostojen määrä ($1/x$) sitä vastaavalla panoksella. Taulukosta 3 nähdään, että jos pelaajalla on esimerkiksi 500 €:n pelikassa hänen olisi optimaalisinta pelata 10 € sisäänoston pelejä, kunnes hänen pelikassansa joko nousee yli 544,66 €:n tai laskee alle 151,06 €:n. Rajojen yläpuolelle noustessa pelaaja siirtyisi 25 €:n peleihin, ja alapuolelle laskiessa siirtyisi 4 €:n peleihin. Rajoista voidaan huomata myös, että esimerkiksi 100 €:n peli olisi optimaalisin vaihtoehto hyvin laajalle joukolle: vajaasta 4000 € pelikassasta aina reiluun 37 000 € pelikassaan saakka. Ylimpää 200 €:n panostasoa olisi optimaalisinta pelata vain erittäin suurella pelikassalla, vähintään lähes 190 sisäänoston suuruudella. Vastaavasti pienintä 1 €:n sisäänoston peliä olisi mahdollista pelata jo vajaan kahdeksan sisäänoston pelikassalla. Alle 7,87 €:n pelikassalla ei kannattaisi kyseisiä pelejä pelata ollenkaan, ellei oma arvioitu voittotodennäköisyys kasvaisi 57 % suuremmaksi.

3.2 Kellyn kaava 3 pelaajan Sit & Go -turnauksiin

Unibet Poker -sivustolla on 3 pelaajan Sit & Go -turnauksia seitsemässä eri sisäänostoluokassa: 1 €, 2 €, 5 €, 10 €, 25 €, 50 € ja 100 €. Sivustolla kyseisiä turnauksia kutsutaan nimellä *HexaPro*. Unibet Poker (2019) ilmoittaa HexaPron rakeksi 6,853 %. Rake muodostuu kyseisessä pelissä hieman monimutkaisemmin, sillä HexaPro:ssa palkintoluokka arvotaan satunnaisesti kertomalla sisäänosto 1,5, 3, 5, 10, 25, 100 tai 1000 kertoimella. Todennäköisyys eri kertoimille vaihtelee 1,5-kertoimen toteutuessa useimmin n. 56 %:n todennäköisyydellä aina 1000-kertoimeen, joka toteutuu vain kerran 100 000:sta. Voittaja saa kaiken, ellei palkintokerroin ole 25, 100 tai 1000. Tällöin voittaja saa 80 %, toinen 12 % ja kolmas 8 % palkinnosta. Pelaajilla on 500 aloituspelimerkkiä ja sokkopanokset alkavat 10/20 tasolta ja kasvavat kerroinluokista riippuen 1 – 4 minuutin välein. HexaPro -turnauksia voidaan pitää siis rakenteeltaan erittäin nopeina, joten ne sisältävät enemmän varianssia ja vaativat yleisesti suuremman pelikassan kaikkien pelimerkkien ajautuessa useammin keskelle.

Jotta voidaan saada selville, mikä on optimaalinen osuus pelattavaksi kyseisiin turnauksiin, täytyy kaavaa (16) varten laskea painotettu keskiarvo saatavasta kertoimesta b . Eli montako yksikköä pelaajan pelikassa kasvaa keskimäärin voitettaessa, kun huomioidaan jokaisen palkintokerroinluokan todennäköisyydet.

Taulukossa 4 on kunkin voittokertoimen todennäköisyydet, jotka löytyvät Unibet Pokerin sääntösivulta (2019). Taulukkoon on myös laskettu painotettu kerroin, kuinka moninkertaisesti pelaaja voittaa keskimäärin sisäänostonsa takaisin. Siinä on summattu voittokertoimet kerrottuna niiden toteutumistodennäköisyydellä. Tästä yhteistuloksesta täytyy vähentää yksi yksikkö eli sisäänosto, jotta saadaan b eli kuinka monta yksikköä pelikassa kasvaa voittaessa. Koska kolmessa suurimmassa palkintoluokassa voitot jakautuvat muillekin kuin pelkästään voittajalle, on kyseisten luokkien todennäköisyydet jaettu vielä tasan kaikille kolmelle lopputulemalle, mikä tekee todellisesta b:stä hieman pienemmän ja realistisemman, sillä isompaan kertoimeen osuminen ei välttämättä tarkoita suurempaa voittoa. Ilman painotusta b olisi noin 1,794, kun se nyt on tarkempana noin 1,7677.

Taulukko 4. Keskimääräisen voittokertoimen b johtaminen 3 pelaajan turnaukseen.

voittokerroin	tod.näk	yht	voittokerroin	tod.näk	yht.
1,5	0,56294	0,84441	1,5	0,56294	0,84441
3	0,25	0,75	3	0,25	0,75
5	0,14	0,7	5	0,14	0,7
10	0,046	0,46	10	0,046	0,46
25	0,001	0,025	20	0,000333	0,00666
100	0,00005	0,005	3	0,000333	0,000999
1000	0,00001	0,01	2	0,000333	0,000666
	yht.	2,79441	80	0,00001665	0,001332
	b	1,79441	12	0,00001665	0,0002
			8	0,00001665	0,000133
			800	0,00000333	0,002664
			120	0,00000333	0,0004
			80	0,00000333	0,000266
				yht.	2,76773
				b	1,76773

Seuraavaksi on ratkaistava, mikä on oltava vähintään oma arvioitu voittotodennäköisyys p, jotta pelin odotusarvo olisi positiivinen ja oma taitotaso riittäisi kompensoimaan raken. Jos kaikki peliin osallistuvat olisivat samantasoisia pelaajia, heidän kunkin $p = 1/3 = 0,333 = 33,3\%$. Raken ollessa $r = 6,853\%$, saadaan kaavalla (16) seuraavaan taulukkoon 5 laskettua x eri voittotodennäköisyyksille.

Taulukko 5. Arvioidut voittotodennäköisyydet ja niitä vastaavat optimaaliset pelattavat osuudet 3 pelaajan HexaPro -turnaukseen.

b	rake	p	x	1/x
1,76773	0,06853	0,33	-0,07499	-13,3349
1,76773	0,06853	0,34	-0,05895	-16,9645
1,76773	0,06853	0,35	-0,0429	-23,309
1,76773	0,06853	0,36	-0,02686	-37,2339
1,76773	0,06853	0,37	-0,01081	-92,4845
1,76773	0,06853	0,38	0,005232	191,1307
1,76773	0,06853	0,39	0,021277	46,99985
1,76773	0,06853	0,4	0,037321	26,79434
1,76773	0,06853	0,41	0,053366	18,73854
1,76773	0,06853	0,42	0,069411	14,40702
1,76773	0,06853	0,43	0,085455	11,70203
1,76773	0,06853	0,44	0,1015	9,852227
1,76773	0,06853	0,45	0,117545	8,507414

Taulukosta 5 nähdään, että HexaPro:ta pelataksaan tarvitaan vähintään 38 % omaksi voittotodennäköisyydeksi. Tämä tarkoittaa, että kyseisessä pelissä pelaaja tarvitsee huomattavan edun vastustajiaan vastaan, jotta pelaaminen olisi järkevää. Suurimmissa sisäänostoluokissa voi olla hyvin vaikeaa päästä kyseiseen 38 %:n voittotodennäköisyyteen, sillä vastustajat ovat huomattavasti tasokkaampia, usein hyvin suurilla pelikassoilla operoivia ammattipelaajia. Esimerkiksi jos omaksi voittotodennäköisyydeksi arvioitaisiin 40 %, saataisiin kaavalla (16) optimaaliseksi pelattavaksi osuudeksi

$$x = (0,40 * (1,76773 + 0,06853 + 1) - 0,06853 - 1) / 1,76773 = 0,037321 = 3,73 \%$$

Eli pelaajan tulisi pelata pelikassalla, joka vastaisi $1 / 0,037321 \approx 26,8$ sisäänostoa kyseiseen peliin. Se tarkoittaisi esimerkiksi 500 €:n pelikassalla 18,66 €:n optimaalista panoskokoa eli pelaaja pelaisi tällöin 10 €:n panoksella, sillä se on lähin taso sen alapuolella. Arvioidaan seuraavaksi panosrajat siten, että kukin panostasoo saa omat arviot niiden voittotodennäköisyyksistä. Taulukossa 6 on vertailtu kahden eri pelaajan pienesti eroavia voittotodennäköisyyksiä ja niiden vaikutuksia saataviin panosrajoihin.

Taulukko 6. Vertailu eri voittotodennäköisyyksillä ja vaikutus panosrajoihin.

Pelaaja1						
panostaso	r	p	b	x	1/x	alaraja
1	0,06853	0,41	1,76773	0,05337	18,7385	18,7385
2	0,06853	0,41	1,76773	0,05337	18,7385	37,4771
4	0,06853	0,4	1,76773	0,03732	26,7943	107,177
10	0,06853	0,4	1,76773	0,03732	26,7943	267,943
25	0,06853	0,39	1,76773	0,02128	46,9998	1175
50	0,06853	0,38	1,76773	0,00523	191,131	9556,54
100	0,06853	0,38	1,76773	0,00523	191,131	19113,1

Pelaaja1	
panos	pelikassan rajat (€)
1 €	18,74 - 37,47
2 €	37,48 - 107,17
4 €	107,18 - 267,94
10 €	267,95 - 1174,99
25 €	1175 - 9556,53
50 €	9556,54 - 19113,1
100 €	19113,1 -

Pelaaja2						
panostaso	r	p	b	x	1/x	alaraja
1	0,06853	0,4	1,76773	0,03732	26,7943	26,7943
2	0,06853	0,4	1,76773	0,03732	26,7943	53,5887
4	0,06853	0,39	1,76773	0,02128	46,9998	187,999
10	0,06853	0,38	1,76773	0,00523	191,131	1911,31
25	0,06853	0,38	1,76773	0,00523	191,131	4778,27
50	0,06853	0,35	1,76773	-0,0429	-23,309	-1165,45
100	0,06853	0,34	1,76773	-0,05895	-16,9645	-1696,45

Pelaaja2	
panos	pelikassan rajat (€)
1 €	26,8 - 53,58
2 €	53,59 - 187,99
4 €	188 - 1911,3
10 €	1911,31 - 4778,26
25 €	4778,27 -
50 €	-
100 €	-

Taulukossa 6 on kahden pelaajan arviot omista voittotodennäköisyyksistä kullakin tasolla sekä niitä vastaavat pelikassan rajat kullekin tasolle. Molemmat pelaajat ovat arvioineet omat voittotodennäköisyydet suuremmiksi pienemmissä sisäänoston peleissä ja pienemmiksi suuremmilla panoksilla. Pelaaja1:n p isoimpiin 50 €:n ja 100 €:n sisäänoston luokkiin on juuri tarvittava vähimmäisvoittotodennäköisyys 38 %, kun pelaaja2 on arvioinut oman voittotodennäköisyytensä realistisemmaksi saaden vain pienen edun muihin pelaajiin 34 – 35 %. Pelaaja2:n etu ei riitä kompensoimaan rakea, joten 50 € ja 100 €:n peleistä tulee kannattamattomia. Muilla panostasoilla erot ovat vain 1 – 2 %-yksikköä, mutta silti pelaajille saadaan varsin erilaiset rajat, minkä kokoisilla pelikassoilla kutakin peliä olisi optimaalisinta pelata. Taulukosta 6 huomataan, että esimerkiksi pelikassan ollessa 1500 €, pelaaja1 pelaisi 25 €:n peliä ja pelaaja2 vastaavasti 4 €:n peliä. Erot ovat suhteellisen suuret, vaikka voittotodennäköisyysarviot erosivat vain hyvin vähän. Tämä kertoo siitä, kuinka kriittinen tekijä oma voittotodennäköisyysarvio on pelikassan hallinnassa. Sen takia on syytä arvioida p maltillisesti mieluummin ala- kuin yläkanttiin, sillä pienetkin virheelliset arviot voivat johtaa liian suurten pelien pelaamiseen ja sitä kautta koko pelikassan häviämiseen pitkällä aikavälillä. Usein on myös hyvin vaikeaa, käytännössä lähes mahdotonta arvioida oma p tarkasti.

3.3 Kellyn kaava 5 pelaajan Sit & Go -turnauksiin

Unibet Poker tarjoaa 1 – 100 €:n sisäänostojen pelejä 5 pelaajan Sit & Go -turnauksiin. Tarjonnassa on 1, 2, 4, 10, 25, 50 ja 100 €:n pelejä. Unibetin ottama rake on 5 % alemmissa 1 – 25 €:n peleissä ja 3 % ylemmällä tasolla 50 – 100 €:n peleissä. Kaikissa peleissä 2 / 3 pelaajille jakautuvista palkinnoista menee 1. sijoittuneelle ja loput 1 / 3 2. sijoittuneelle. Pelaajat aloittavat 2000 pelimerkillä ja sokkohanostaset nousevat 3 minuutin välein alkaen tasolta 15/30. Seuraavassa taulukossa 7 on muokattu Kellyn kaavoja sopiviksi tähän tapaukseen.

Taulukko 7. Modifioidut kaavat 5 pelaajan turnauksiin alemmille (1-25 €) ja ylemmille (50-100 €) tasoille.

Alkuperäinen (22) 6 pelaajaa	$g(x) = (1 - p_1 - p_2) \log(1 - (1 + r)x) + p_2 \log(1 + x) + p_1 \log(1 + 3x)$
1-25 €, 5 pelaajaa, 5 % rake (25)	$g(x) = (1 - p_1 - p_2) \log(1 - (1 + r)x) + p_2 \log(1 + 0,5833x) + p_1 \log(1 + 2,1666x)$
50-100€, 5 pelaajaa, 3% rake (26)	$g(x) = (1 - p_1 - p_2) \log(1 - (1 + r)x) + p_2 \log(1 + 0,6166x) + p_1 \log(1 + 2,2333x)$
Alkuperäinen (23) 6 pelaajaa	$\frac{dg(x)}{dx} = \frac{p_2}{1 + x} + \frac{3p_1}{1 + 3x} - \frac{(1 + r)(1 - p_2 - p_1)}{1 - (1 + r)x} = 0$
1-25 €, 5 % rake 5 pelaajaa (27)	$\frac{dg(x)}{dx} = \frac{0,5833 * p_2}{1 + 0,5833x} + \frac{2,1666 * p_1}{1 + 2,1666x} - \frac{(1 + r)(1 - p_2 - p_1)}{1 - (1 + r)x} = 0$
50-100 €, 3 % rake 5 pelaajaa (28)	$\frac{dg(x)}{dx} = \frac{0,6166 * p_2}{1 + 0,6166x} + \frac{2,2333 * p_1}{1 + 2,2333x} - \frac{(1 + r)(1 - p_2 - p_1)}{1 - (1 + r)x} = 0$

Jotta kyseiseen 5 pelaajan turnaukseen, voitaisiin laskea optimaaliset osuudet pelattavaksi, täytyy kaavoja (22-24) hieman modifioida. Alemmille sekä ylemmille tasoille täytyy laskea hieman eri kaavat, sillä alempien ja ylempien tasojen raket eroavat toisistaan. Muokatut kaavat löytyvät taulukosta 7, johon muutoskohdat on merkitty vihreällä. Kuten taulukosta 7 nähdään, pelikassan odotetun kasvunopeuden alkuperäisessä kaavassa (22) toinen sija kasvatti pelikassaa x:llä eli yhden sisäänoston verran ja voitto puolestaan 3x:llä eli 3 sisäänostoa. Alemman tason peleissä, joissa on 5 % rake, toinen sija kasvattaa pelikassaa 0,5833x ja voitto 2,1666x. Ylemmällä tasolla pienemmän 3 %:n raken takia molemmat palkintosijat kasvattavat pelikassaa hieman enemmän, toisen sijan tuodessa 0,6166x ja voiton 2,2333x. Edelleen, kun uudet g(x):t derivoidaan x:n suhteen, saadaan kaavaa (23)

vastaavat uudet kaavat (27-28) molemmille tasoille ja sijoittamalla arvioidut p_1 ja p_2 saadaan ratkaisuksi x , joka on pienin positiivinen juuri. Uudet kaavat (25-28) vastaavat siis yleisiä Kellyn kaavojen (9) ja (10) sovelluksia.

Jos kaikki pelaajat ovat samantasoisia, jokaiselle sijalle sijoittumisen todennäköisyys on yhtä suuri eli $1/5 = 20\%$. ROI:n täytyy olla kuitenkin suurempi kuin 0, jotta kyseisiä pelejä on kannattavaa pelata. Esimerkiksi 20 %:n oletuksella alemman tason peleille (1 – 25 €) voidaan laskea

$$\text{ROI} = (0,2 * 3,17 + 0,2 * 1,58 - 1) / 1 = - 0.05,$$

joka on alle 0 jos ensimmäiselle ja toiselle sijalle ei saada suurempia todennäköisyyksiä. Sama voidaan havaita ylemmän tason (50 – 100 €) peleille:

$$\text{ROI} = (0,2 * 161,67 + 0,2 * 80,83 - 50) / 50 = - 0.03.$$

Tämä tarkoittaa, että pelatakseen kyseisiä pelejä voittosijoille sijoittumisen täytyy olla todennäköisempää. Seuraavaan taulukkoon 8 on arvioitu kullekin panostasolle palkintosijoille sijoittumisen todennäköisyydet, joilla ROI pysyy positiivisen puolella.

Taulukko 8. Palkintosijatodennäköisyyksien yhteys ROI:hin sekä x :ään.

panos (€)	r	1. sija (€)	2. sija (€)	p_1	p_2	x	$1/x$	ROI	alaraja
1	0,05	3,17	1,58	0,25	0,35	0,221148	4,521855	0,345833	4,521855
2	0,05	6,33	3,17	0,24	0,33	0,173963	5,748357	0,2825	11,49671
4	0,05	12,67	6,33	0,23	0,31	0,128274	7,795797	0,219167	31,18319
10	0,05	31,67	15,83	0,22	0,28	0,072755	13,74484	0,14	137,4484
25	0,05	79,17	39,58	0,2	0,28	0,032375	30,88756	0,076667	772,1889
50	0,03	161,67	80,83	0,19	0,27	0,021752	45,97232	0,050833	2298,616
100	0,03	323,33	161,67	0,18	0,27	0,001249	800,6561	0,0185	80065,61

Todennäköisyys sijoittua ensimmäiselle sijalle on arvioitu luonnollisesti suuremmaksi pienempien panosten pelissä ja vastaavasti suurten panosten pelissä pienemmäksi. Toisen sijan todennäköisyydet on arvioitu samalla tavalla, mutta ne ovat aina hieman suuremmat suhteessa ensimmäiseksi sijoittumiseen. Taulukosta nähdään myös paljonko voittaja ja toiseksi sijoittuneet saavat palkintorahaa. Taulukkoon on laskettu myös suositellut panosrajat, josta näkee mitä peliä kullakin pelikassalla kannattaisi

pelata. Esimerkiksi 25 €:n peliin on saatu taulukon 7 sovelletulla kaavalla (27) optimaaliseksi osuudeksi pelattavaksi

$$x = 0,032375 = 3,24 \%$$

eli sopiva pelikassa olisi $1 / 0,032375 = 30,89$ sisäänostoa.

5 pelaajan turnaukseen voidaan myös löytää sopivat pelikassan rajat, milloin pitäisi siirtyä ylemmille tai alemmille tasoille. Taulukosta 8 voidaan nähdä esimerkiksi, että näillä todennäköisyysarvioilla 500 €:n pelikassalla operoivan kuuluisi pelata 10 €:n pelejä, kunnes hänen pelikassansa nousisi joko 772,19 euroon tai laskisi 137,44 euroon. Rajan yli noustessa hän siirtyisi 25 €:n peleihin ja rajan alle laskiessa 4 €:n peleihin. Alimmalle 1 euron sisäänoston peleihin riittäisi jo 4,53 €:n pelikassa, kun taas ylimpään 100 €:n peleihin tarvittaisiin yli 80 000 €:n pelikassa. Taulukosta voi huomata myös, kuinka pienet erot todennäköisyysarvioissa vaikuttavat suuresti tarvittaviin sisäänostosuosituksiin, sillä 50 €:n ja 100 €:n peleissä on molemmissa sama 27 %:n arvio sijoittua toiseksi ja ensimmäiseksi sijoittuminenkin eroaa vain 1 %-yksikön. Silti 50 €:n peliä pystyisi pelaamaan n. 46 sisäänoston pelikassalla, mutta 100 € peliin tarvitsisi yli 800 sisäänostoa. Tämä kertoo siitä, kuinka herkästi kaavan antama suositusosuus muuttuu, kun todennäköisyysarviot muuttuvat todella minimaalisestikin. Se lisää tarvetta todella tarkoille arvioille ja tässä kannattaisi hyödyntää riskiä pienentävää Kelly-jakajaa, sillä todennäköisyyksiä kyseisiin peleihin on käytännössä mahdotonta arvioida noin tarkasti.

Kun tuloksia tarkastellaan vielä taulukkolaskennan avulla tarkemmin muuttaen esimerkiksi 100 €:n pelin voittodennäköisyyttä 18 %:sta -> 19 %:iin, putoaa tarvittava sisäänostomäärä yli 800:sta noin 46:een ja samalla alaraja tarvittavasta yli 80 000 €:n pelikassasta noin 4600 euroon. Vastaavasti jos voittodennäköisyyttä pienentää yhdellä prosenttiyksiköllä 18 %:sta 17%:iin, muuttuu peli jo kannattamattoman puolelle x :n ollessa miinusmerkinen. Myös sellainen huomio voidaan tehdä, jos esimerkiksi sekä 25 €:n ja 50 €:n pelissä p_1 on 19 %, mutta 25 €:n pelissä p_2 on 27 % ja 50 €:n pelissä p_2 on pienempi 26 %, 50 €:n peli muuttuu huomattavasti kannattavammaksi. Siihen tarvitaan paljon vähemmän sisäänostoja ja alaraja muuttuu alemmaksi. Vaikka 25 €:n pelissä on hieman paremmat todennäköisyydet päästä voitolle, niin ero raken

suuruudessa määrittelee 50 €:n pelin huomattavasti kannattavammaksi. Vastaavia huomioita voi tehdä kätevästi muuttaessa eri tekijöiden arvoja Excelissä tarkastellen eri tekijöiden vaikutuksia.

3.4 Tulokset tiivistetysti

Kahden pelaajan turnauksissa rake on eri peleistä pienin, 3 %. Viiden pelaajan turnauksissa rake on 5 % alemman sisäänoston 1 – 25 euron peleissä ja 3 % ylemmän sisäänoston eli 50 – 100 euron peleissä. Suurin rake on 3 pelaajan pelissä oleva 6,853 %. Raket ovat hyvin maltillisia varsinkin 2 ja 5 pelaajan Sit & Go turnauksissa, mutta 3 pelaajan HexaPro turnauksen rake on hieman korkea. Rake määrittelee hyvin pitkälti sen, mikä on tarvittava vähimmäisvoittotodennäköisyys kyseisiin turnauksiin. Kahden pelaajan turnauksessa se on 51 %, kolmen pelaajan turnauksessa 38 % ja viiden pelaajan turnauksessa se muotoutuu ROI:n sekä x:n avulla, joiden molempien täytyy olla suurempi kuin nolla, mikä käytännössä tarkoittaa rahasijoille sijoittumisen täytyvän olla yli 40 % yhteensä tilanteesta riippuen. Kun vähintään tarvittava voittotodennäköisyys saavutetaan, pelin odotusarvo on silloin positiivinen ja siihen osallistuminen on kannattavaa.

Vaikka odotusarvo olisi positiivinen, se ei aina tee osallistumisesta kannattavaa, sillä myös pelikassan odotetun kasvunopeuden eli EGR:n täytyy olla positiivinen. Näissä kyseisissä tilanteissa EGR oli positiivinen kaikissa kelpuutetuissa pelitilanteissa. EGR sai aina suurimmat arvonsa kunkin pelimuodon pienimmillä panostasoilla. Seuraavassa taulukossa 9 näkyy tiivistetysti aiemmilla todennäköisyysarvioilla lasketut kuhunkin pelimuotoon sopivat rajat, jolloin pelaaja näkee minkä panoksen peliä kannattaisi pelata tietyllä pelikassalla. Rajat on saatu kertomalla optimaalinen sisäänostomäärä kullakin tasolla sen panoksella. Rajat on laskettu siten, että suurimmatkin panostasot ovat sisältyneet mukaan niukasti kannattavina. Jos raja ylitetään, kuuluu siirtyä pienempiin tai suurempiin panoksiin taulukon mukaisesti.

Taulukko 9. Panostasorajat eri pelimuotoihin.

2 pelaajaa			3 pelaajaa			5 pelaajaa		
panos	pelikassan rajat		panos	pelikassan rajat		panos	pelikassan rajat	
1 €	7,87	- 23,12	1 €	18,74	- 37,47	1 €	4,53	- 11,49
2 €	23,13	- 60,42	2 €	37,48	- 107,17	2 €	11,50	- 31,18
4 €	60,43	- 151,05	4 €	107,18	- 267,94	4 €	31,19	- 137,44
10 €	151,06	- 544,66	10 €	267,95	- 1174,99	10 €	137,45	- 772,18
25 €	544,67	- 1089,32	25 €	1175	- 9556,53	25 €	772,19	- 2298,61
50 €	1089,33	- 3906,24	50 €	9556,54	- 19113,1	50 €	2298,62	- 80065,60
100 €	3906,25	- 37735,9	100 €	19113,1	-	100 €	80065,6	-
200 €	37735,9	-						

Taulukosta 9 voidaan nähdä, että 3 pelaajan peleihin tarvitsee aina suurimman pelikassan kaikille tasolle verrattuna 2 ja 5 pelaajan peleihin. Pois lukien suurimman panoksen pelissä, mutta siihenkin todennäköisesti tarvitsisi, koska 5 pelaajan pelissä 100 €:n pelin alaraja putosi noin 4600 euroon aikaisemmassa vertailussa, kun voittotodennäköisyyttä muutettiin yhden prosenttiyksikön verran. Kaikista nopeimmin voi edetä 5 pelaajan pelissä seuraavalle panostasolle 1 – 10 euron panoksilla, mutta sen jälkeen 10 eurosta ylöspäin pääsee pienimmällä pelikassalla nopeimmin tasoja ylös 2 pelaajan pelissä. Suurimpia pelejä panoskooltaan pystyisi siis pelaamaan 2 pelaajan turnauksissa. Esimerkiksi 500 €:n pelikassalla pelaaja pelaisi jokaisessa pelimuodossa 10 €:n pelejä, vastaavasti 2000 €:n pelikassalla pelaaja pelaisi 2 pelaajan peleissä 50 €:n pelejä, 3 pelaajan peleissä 25 €:n, mutta olisi hyvin lähellä pudota takaisin 10 €:n panoksiin ja 5 pelaajan pelissä pelaisi 25 €:n pelejä, melko lähellä nousemista 50 €:n panoksiin.

Taulukossa 10 on esitetty tärkeitä eri lukuja vertailtavaksi sekä pelimuodon sisällä että toisiin pelimuotoihin. Kaikkien EGR on positiivinen, joten pelit täyttävät kassanhallinnan näkökulmasta kannattavuuden määritelmän, sillä sekä odotusarvot, että EGR ovat positiivisia. EGR:t on laskettu kaavoilla (13), (16), (27) ja (28) riippuen pelaajamäärästä. Jokaisessa pelimuodossa ROI laskee, kun siirrytään isompiin panoksiin. Todennäköisesti se johtuu siitä, että pienimmillä panoksilla omat todennäköisyydet voittoon ovat suuremmat. Tuotto per peli -mittari on saatu kertomalla ROI ja sitä vastaava panos keskenään. Se paljastaa esimerkiksi 2 pelaajan peleistä, että 50 €:n peli on sillä mitattuna kaikista tuotteliain. Vaikka 200 €:n turnauksen piti olla odotusarvoltaan ja EGR:ltään positiivinen, niin sen ROI on negatiivinen ja pelin

parissa hävitään joka pelissä keskimäärin 2,12 euroa. 50 euron peli olisi 2 pelaajan turnauksista näillä todennäköisyyksillä kannattavin valinta, kunhan sitä pelattaisiin riittävällä sisäänostomäärällä. 3 pelaajan pelissä tuotto per peli kasvaa koko ajan isompiin panoksiin mentäessä, mutta koska 50 ja 100 euron pelit vaativat niin paljon enemmän pelikassaa sisäänostojen muodossa, näyttää paras vaihtoehto olevan 25 €:n peli, jossa tuotto per peli on noin 1,99 euroa. 5 pelaajan pelissä 50 ja 25 euron pelit näyttävät parhaimmilta vaihtoehdoilta, kunhan pelikassa riittää niiden pelaamiseen. Myös 10 euron peli näyttää melko hyvältä vaihtoehdolta 1,40 euron tuotollansa ja melko korkealla ROI:lla ja EGR:llä. Kaikista suurimmat ROI:n ja EGR:n arvot saadaan 5 pelaajan pienempien panosten pelissä. Muutenkin 5 pelaajan pelit vaikuttavat houkuttavimmalta kaikkien arvojensa perusteella. Niihin pääsee pelaamaan pienimmällä tarvittavalla sisäänostomäärällä ja tuotot ovat yleisesti parhaita lähes kaikilla tasoilla. Näillä todennäköisyysarvioilla suositeltavimpia olisi 5 pelaajan turnaukset pelikassasta riippumatta, sitten 2 pelaajan turnauksista etenkin 50 € peli (jos varaa) ja lopuksi 3 pelaajan turnauksista pelikassaa vastaava taso, kunhan todennäköisyysarviot vaikuttavat luotettavilta niihin.

Taulukko 10. Eri pelimuotojen ROI, tuotto per peli ja EGR.

2 pelaajaa						tuotto per		
panostaso	r	p		voittajalle	x	ROI	pelin (€)	EGR
1	0,03	0,57		1,94	0,1271	0,1058	0,1058	0,00342
2	0,03	0,55		3,88	0,0865	0,067	0,134	0,00158
4	0,03	0,54		7,76	0,0662	0,0476	0,1904	0,00093
10	0,03	0,54		19,4	0,0662	0,0476	0,476	0,00093
25	0,03	0,53		48,5	0,0459	0,0282	0,705	0,00044
50	0,03	0,53		97	0,0459	0,0282	1,41	0,00044
100	0,03	0,52		194	0,0256	0,0088	0,88	0,00014
200	0,03	0,51		388	0,0053	-0,0106	-2,12	5,9E-06

3 pelaajaa						tuotto per		
panostaso	r	p	b	voittajalle	x	ROI	pelin (€)	EGR
1	0,06853	0,41	1,76773	2,76773	0,05337	0,13477	0,13477	0,00101
2	0,06853	0,41	1,76773	5,53546	0,05337	0,13477	0,26954	0,00101
4	0,06853	0,4	1,76773	11,0709	0,03732	0,10709	0,42837	0,0005
10	0,06853	0,4	1,76773	27,6773	0,03732	0,10709	1,07092	0,0005
25	0,06853	0,39	1,76773	69,1933	0,02128	0,07941	1,98537	0,00016
50	0,06853	0,38	1,76773	138,387	0,00523	0,05174	2,58687	9,8E-06
100	0,06853	0,38	1,76773	276,773	0,00523	0,05174	5,17374	9,8E-06

5 pelaajaa							tuotto per		
panos	r	voittajalle	toiselle	p1	p2	x	ROI	pelin (€)	EGR
1	0,05	3,17	1,58	0,25	0,35	0,22115	0,34583	0,34583	0,01504
2	0,05	6,33	3,17	0,24	0,33	0,17396	0,2825	0,565	0,00952
4	0,05	12,67	6,33	0,23	0,31	0,12827	0,21917	0,87667	0,00531
10	0,05	31,67	15,83	0,22	0,28	0,07275	0,14	1,4	0,00178
25	0,05	79,17	39,58	0,2	0,28	0,03238	0,07667	1,91667	0,00035
50	0,03	161,67	80,83	0,19	0,27	0,02175	0,05083	2,54167	0,00016
100	0,03	323,33	161,67	0,18	0,27	0,00125	0,0185	1,85	5,4E-07

4. YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET

Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, millainen kassanhallinta mahdollistaa voitollisen pokerin pelaamisen. Ensinnäkin pelisivustojen ottama rake on yleisesti tiedossa ja sen perusteella täytyy määrittää, mikä on oltava oma vähimmäistodennäköisyys voittaa, jotta pelin odotusarvo on positiivinen. Toisin sanoen täytyy ymmärtää, mikä on oma etu vastapelaajiin. Mitä suurempi etu eli todennäköisyys voittaa, sitä suuremmilla panoksilla ja pienemmällä pelikassalla suhteessa sisäänostoihin on mahdollista pelata. Vastaavasti jos pelisivuston ottama rake on korkeampi, täytyy oman voittotodennäköisyydenkin olla korkeampi, jotta odotusarvo pysyy positiivisena.

Tässä tutkielmassa tutkittiin 2 – 5 pelaajan pieniä pokeriturnauksia ja tarkastelussa oli Unibet Poker -pelisivuston oikeat pelattavissa olevat turnaukset. Niiden avulla pyrittiin löytämään vastauksia, minkä kokoisia turnauksia ja millaisella pelikassalla niitä olisi optimaalista pelata. Tarkastelussa oli myös, milloin pelatessa kannattaisi siirtyä suurempiin tai pienempiin panoksiin. Kuhunkin turnaukseen saatiin laskettua Kellyn kaavan avulla sopivat osuudet pelattavaksi ja tietyt panosrajat, jotka määrittivät, millä tasolla kullakin pelikassalla olisi kannattavinta pelata. Tuloksiksi saatiin myös sijoitetun pääoman tuotto ROI, tuotto per peli ja odotetun pelikassan kasvunopeus EGR jokaisen pelimuodon tietyille panoksille. Tuloksista ei voida johtaa täysin luotettavia yleisiä päätelmiä, sillä omat todennäköisyysarviot vaikuttavat suuresti tuloksiin, vaikka ne pyrittiin arvioimaan mahdollisimman realistisesti. Tutkimuksessa havaittiin kuitenkin, että viiden pelaajan turnauksissa oli suurimmat ROI:t ja EGR:t sekä yleisesti parhaimmat tuotot per peli. Tutkimuksen perusteella viiden pelaajan turnauksissa on mahdollista nousta nopeimmin panostasoissa ja ne vaativat alkuun pienimmän pelikassan. Kahden pelaajan turnauksissa pystyy kuitenkin pelaamaan suurimpien panosten pelejä kaikista pienimmällä pelikassalla. Kolmen pelaajan turnauksissa tarvitaan melko suuri etu vastapelaajiin ja ne eivät ole niin kannattavia, sillä niissä on huomattavasti suurempi rake. Kolmen pelaajan turnausten suurimmissa panosluokissa on kuitenkin mahdollista saada suurin tuotto per peli, mutta ne vaativat erittäin suuren pelikassan ja luultavasti omat voittotodennäköisyydet eivät todellisuudessa riitä kompensoimaan rakea.

Tutkimuksen pääongelmana oli, millainen on tuoton ja riskin tasapainon näkökulmasta optimaalisin kassanhallintatapa No Limit Texas Hold'em turnauspokeriin. Kellyn kaavan avulla voidaan sanoa, että kunhan oma taitotaso kompensoi pelisivuston ottaman raken sekä odotusarvo ja pelikassan odotettu kasvunopeus ovat positiivisia, niin on mahdollista laskea optimaaliset osuudet pelattaviksi kuhunkin peliin. Kellyn kaavalla saadaan jokaiseen peliin laskettua optimaalinen osuus pelattavaksi, jota voi pienentää itse päätettävällä Kelly-jakajalla. Pokerissa turnausten voittotodennäköisyyksien arviointi on hyvin hankalaa, koska jo pienet prosenttiyksikköjen erot voivat muuttaa tuloksia hyvin paljon. Sen takia, mitä epävarmemmat todennäköisyysarviot, sitä suurempaa Kelly-jakajaa kannattaa käyttää optimaalisen osuuden määrittelyssä hyväksi. On parempi pelata mieluummin optimaalista pienemmillä panoksilla kuin suuremmilla, sillä vaikka osasta potentiaalista luovutaan, pelikassan odotettu kasvunopeus pysyy silti positiivisena, mutta jos pelataan liian suurilla panoksilla niin EGR voi kääntyä negatiiviseksi ja johtaa koko pelikassan häviämiseen. Optimaalisin kassanhallintatapa on siis arvioida mahdollisimman tarkasti voittotodennäköisyydet tiettyihin turnauksiin, ja sen perusteella muokata Kellyn kaavalla saatavaa optimaalista osuutta pelattavaksi. On myös erittäin tärkeää, että jatkuvasti tarkkaillaan sekä pelikassan koon muutoksia, että muuttuuko oma voittotodennäköisyys heikommaksi tai paremmaksi suhteessa vastapelaajiin tietyllä tasolla. Pelikassan koon muuttuessa täytyy tietää, pysyäkö samassa pelissä vai täytyykö nousta tai laskea eri panostasojen välillä.

Varianssi täytyy ottaa myös huomioon kassanhallinnassa, sillä vaikka tekisi oikeita ratkaisuja odotusarvollisesti, voi silti hävitä ja pitkällä aikavälillä kaikki pelaajat tulevat kohtaamaan jonkinlaisia varianssista johtuvia kassan heilahteluja sekä alas - että ylöspäin. Varianssi pitää sisällään pelin tuurielementin ja sen takia pelaajalla täytyy olla riittävän suuri pelikassa, jotta pelikassan varianssista johtuvat muutokset eivät haittaa pelaamista. Pelaajan pelityyli vaikuttaa suuresti kohdattavaan varianssiin ja se täytyy huomioida pelikassan hallinnassa siten, että mitä aggressiivisempi pelaaja (sijoittuu useammin kärkeen kuin toiseksi), sitä suuremman pelikassan hän tarvitsee. Vastaavasti varovaisempi pelaaja, pystyy operoimaan pienemmälläkin pelikassalla. On tärkeä laskea esimerkiksi ROI:ta arvioitaessa ääripäitä, miten pelityyli vaikuttaa suoraan tarvittaviin sisäänostomääriin. Tässä tutkimuksessa tarkastelluissa turnauksissa on vähemmän varianssia kuin suuremmissa turnauksissa, joissa

odotetaan harvemmin sijoittuvan rahasijoille. Kyseisiä pelejä voi siis pelata pienemmällä pelikassalla kuin suurempia esimerkiksi kymmenien pelaajien turnauksia.

Kuten aikaisemmissakin tutkimuksissa, tässä tutkimuksessa havaittiin, että pelikassan hallinnassa pelinjärjestäjien ottama rake, palkintomaksurakenteet ja arvioidut voittotodennäköisyydet muita pelaajia vastaan vaikuttavat suuresti siihen, mikä on optimaalinen osuus pelattavaksi. Tästä tutkimuksesta saatiin hyvää lisätietoa muun muassa Unibet Pokerin peleistä ja rakennettua sopivat sovellettavat käytännön laskumallit muillekin sivustoille. Kyseisiä laskumalleja voivat esimerkiksi aloittelevat tai kokeneemmatkin pokerinpelaajat käyttää hyödykseen tarkastellessaan omaa pelikassan hallintaansa. Jatkotutkimusaiheita voisi olla muiden pelisivustojen tarkastelu ja vertailu keskenään, esimerkiksi mistä löytyy tuottavimpia pelejä ja millä sivustoilla olisi kannattavinta pelata tietynkokoista, tietyllä panoksella pelattavaa peliä. Todennäköisesti pienemmiltä pelisivustoilta olisi mahdollista löytää paremmin tuottavia pelejä kuin esimerkiksi markkinajättien PokerStarsin ja PartyPokerin - sivustoilta. Myös kätevämpien laskumallien johtaminen useamman lopputuleman peleihin tai eri pelaajien kassanhallintatapojen vertailu olisi erittäin kiinnostava jatkotutkimuksen aihe.

LÄHDELUETTELO

Barnett, T. (2011) How Much to Bet on Video Poker. *Chance*, 24, 2, 10–14.

Browne, B. R. (1989) Going on tilt: Frequent poker players and control. *Journal of Gambling Behavior*, 5, 1, 3–21.

Buchen, P. W. & Grant, A. (2012) A Comparison of Simultaneous Kelly Betting Strategies. *The Journal of Gambling Business and Economics*, 6, 2, 1–28.

Chen, B. & Ankenman, J. (2006) *The Mathematics of Poker*. 1. p. Pittsburgh PA, ConJelCo.

DeDonno, M. A. & Detterman, D. K. (2008) Poker Is a Skill. *Gaming Law Review*, 12, 1, 31–36.

Eil, D. & Lien, J. W. (2014) Staying ahead and getting even: Risk attitudes of experienced poker players, *Games and Economic Behavior*, 87, 50–69.

ESBC (2018) Kellyn kaava, ESBC:n nettisivut. [Viitattu 29.11.2018]. Saatavilla <https://esbc.fi/articles/info/kelly/>

Griffiths, M. Parke, J. Wood, R. & Rigbye, J. (2010) Online Poker Gambling in University Students: Further Findings from an Online Survey. *International Journal of Mental Health and Addiction*, 8, 1, 82–89.

Hannum, R. C. & Cabot, A. N. (2009) Toward Legalization of Poker: The Skill vs. Chance Debate. *UNLV Gaming Research & Review Journal*, 13, 1, 1–20.

Hannum, R., Rutherford, M. & Dalton, T. (2012) Economics of Poker: The Effect of Systemic Chance. *The Journal of Gambling Business and Economics*, 6, 1, 25–48.

Harris, L. (1993) *The Winners and Losers of the Zero-Sum Game: The Origins of Trading Profits, Price Efficiency and Market Liquidity*. Finance Spring.

Kauhanen, E. (2007) Pokeri - enemmän kuin matematiikkaa. *Tiede*, 6/2007. [Viitattu 14.11.2018]. Saatavilla

https://www.tiede.fi/artikkeli/jutut/artikkelit/pokeri_enemman_kuin_matematiikkaa_37

Knight, C. (2018) Poker Bankroll Management Tips & Tools That Work in 2018, Upswing Poker. [Viitattu 29.11.2018] Saatavilla

<https://upswingpoker.com/pokerbankroll-management-strategy-2018/>

Laine, M., Bamberg, J. & Jokinen, P. (2007) Tapaustutkimuksen taito. Helsinki, Gaudeamus Helsinki University Press.

Lantz, B. (2015) Bankroll Management in Large Poker Tournaments. The Journal of Gambling Business and Economics, 9, 3, 3–13.

Lantz, B. (2016) Bankroll Management in Sit and Go Poker Tournaments. The Journal of Gambling Business and Economics, 10, 2, 1-10.

Levitt, S. D. & Miles, T. J. (2014) The Role of Skill Versus Luck in Poker: Evidence From the World Series of Poker. Journal of Sports Economics, 15, 31–44.

Money-zine (2018) Risk of Ruin (Probability of Ruin) [verkkodokumentti]. [Viitattu 11.12.2018]. Saatavilla

<https://www.money-zine.com/definitions/investingdictionary/risk-of-ruin/>

Nasdaq (2017) Zero-sum game Definition [verkkodokumentti]. Saatavilla

<https://www.nasdaq.com/investing/glossary/z/zero-sum-game>

PokerNews (2018) How To Play Texas Hold'em Poker - The Official Rules, PokerNews nettisivut. [Viitattu 6.11.2019]. Saatavilla

<https://www.pokernews.com/poker-rules/texas-holdem.htm>

Reber, A. S. (2012) The EVF Model: A Novel Framework for Understanding Gambling and, by Extension, Poker. UNLV Gaming Research & Review Journal, 16, 1, 59–76.

Rose, I. N. & Owens, M. D. (2009) Internet gaming law. 2. p. New Rochelle, NY, Mary Ann Liebert.

Schoonmaker, A. N. (2000) The psychology of poker. Nevada: Two Plus Two Publishing.

Sit and Go Planet (2018) Using The Kelly Criterion In Poker A New Approach to SNG Bankroll Management [verkkodokumentti]. [Viitattu 17.12.2018]. Saatavilla

http://www.sitandgoplanet.com/sitandgo/sng_bankroll/Kelly_Criterion.html

Sklansky, D. (1999) The Theory of Poker. 4. p. Two Plus Two Publishing. 38

Tendler, J. & Carter, B. (2011) The Mental Game of Poker: Proven Strategies for Improving Tilt Control, Confidence, Motivation, Coping with Variance And More. Jared Tendler, LLC.

Thorp, E. O. (2006) The Kelly Criterion in Blackjack, Sports Betting And the Stock Market. The 10th International Conference on Gambling and Risk Taking, June 1997 Montreal, Canada.

Unibet Poker (2019) HexaPro - Unibet Poker rules [verkkodokumentti]. [Viitattu 11.12.2019]. Saatavilla https://cf-mt-cdn1.relaxg.com/chew/rules/com/en_GB/hexapro/

Walker, G. (2018a) Poker Standard Deviation, ThePokerBank [verkkodokumentti]. [Viitattu 20.12.2018]. Saatavilla <http://www.thepokerbank.com/articles/software/standard-deviation/>

Walker, G. (2018b) Poker Variance, ThePokerBank [verkkodokumentti]. [Viitattu 28.11.2018]. Saatavilla <http://www.thepokerbank.com/strategy/other/variance/>