

LAPPEENRANNAN-LAHDEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

School of Energy Systems

Sähkötekniikan koulutusohjelma

Kandidaatintyö

*Marek Rehtla*

## **PI-säätimen viritysmenetelmät ensimmäisen kertaluvun viiveelliselle prosessimallille**

Ohjaaja: TkT Niko Nevaranta

## TIIVISTELMÄ

Lappeenrannan-Lahden teknillinen yliopisto LUT  
School of Energy Systems  
Sähkötekniikan koulutusohjelma

Marek Rehtla

### **PI-säätimen viritysmenetelmät ensimmäisen kertaluvun viiveelliselle prosessimallille**

Kandidaatintyö

2021

25 sivua, 7 kuvaa, 6 taulukkoa

Ohjaaja: TkT Niko Nevaranta

Avainsanat: PI-säädin; FOPDT; Ziegler-Nichols; Cohen-Coon; CHR; SIMC; AMIGO; ISE; ISTE; ISTTE;

Työn tarkoituksena oli analysoida PI-säätimen viritysmenetelmiä ensimmäisen kertaluvun viiveelliselle prosessimallille. Tarkasteltavina viritysmenetelminä olivat Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, CHR, SIMC, AMIGO sekä kustannuskriteereihin perustuvat viritysmenetelmät, kuten ISE, ISTE ja IST<sup>2</sup>E.

Työn tavoitteena oli analysoida suljetun systeemin askel- sekä kuormavasteita eri viritysmenetelmiä käyttäen. Viritysmenetelmistä tehtiin lyhyt kirjallisuuskatsaus, jonka jälkeen PI-säätimiä viritettiin MATLAB-ohjelmalla esimerkkiprosessille. Tämän jälkeen säädetyin systeemin ominaisuuksia analysoitiin.

Tarkastelluista viritysmenetelmistä koottiin taulukko, jossa on esitetty PI-säätimen parametrit sekä säädetyin systeemin askelvastetta kuvaavat hyvyyskriteerit, kuten nousuaika, asettumisaika ja suhteellinen ylitys. Muodostetun taulukon perusteella menetelmiä pystyy vertaamaan yleisellä tasolla.

## **ABSTRACT**

Lappeenranta-Lahti University of Technology LUT  
School of Energy Systems  
Electrical Engineering

Marek Rehtla

### **PI-controller tuning methods for first order plus dead time process models**

Bachelor's Thesis

2021

25 pages, 7 figures, 6 tables

Examiner: TkT Niko Nevaranta

Keywords: PI controller; FOPDT; Ziegler-Nichols; Cohen-Coon; CHR; SIMC; AMIGO; ISE; ISTE; ISTTE;

The objective of this thesis was to analyze the tuning methods of a PI controller for a first-order plus dead time process model. The studied tuning methods were Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, CHR, SIMC, AMIGO as well as cost-criterion based ones such as ISE, ISTE and IST<sup>2</sup>E

The aim of this thesis was to analyze the step and load disturbance responses of the closed system loop using different tuning methods. A literature review of the tuning methods was carried out and after that the PI-control laws were tuned with MATLAB for an example process model. After that the properties of the closed loop was analyzed.

A table was compiled of the methods studied showing the coefficients of the PI controller as well as the goodness criteria of the closed loop step response such as rise time, settling time and relative overshoot. The table can be used to compare the properties of the control laws obtained by different tuning approach.

# Sisältö

<b>Symboliluettelo</b>	<b>5</b>
<b>Lyhenneluettelo</b>	<b>6</b>
<b>1 Johdanto</b>	<b>7</b>
<b>2 Viritysmenetelmät</b>	<b>8</b>
2.1 Prosessikokeet . . . . .	8
2.2 Normalisoitu viiveaika . . . . .	9
2.3 Ziegler-Nichols 1.viritysmenetelmä . . . . .	10
2.4 Ziegler-Nichols 2.viritysmenetelmä . . . . .	11
2.5 Cohen-Coon . . . . .	11
2.6 Chien-Hrones-Reswick . . . . .	12
2.7 SIMC . . . . .	12
2.8 AMIGO . . . . .	13
2.9 Kustannuskriteereihin perustuvat viritysmenetelmät . . . . .	14
<b>3 Viritystapojen analysointi</b>	<b>17</b>
3.1 Ziegler-Nichols ja Cohen-Coon . . . . .	17
3.2 CHR, SIMC ja AMIGO . . . . .	18
3.3 ISE, ISTE ja IST <sup>2</sup> E . . . . .	20
3.4 Tulokset . . . . .	21
<b>4 Yhteenveto</b>	<b>23</b>
<b>LAHTEET</b>	<b>24</b>

## Symboliluettelo

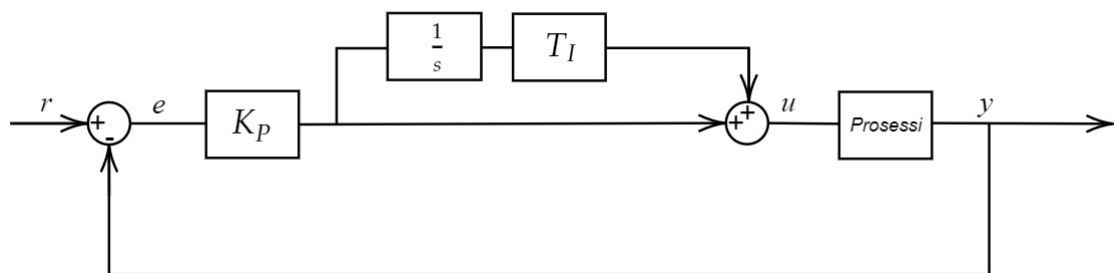
$a$	Vahvistuksen ja viiveen suhde aikavakioon
$e$	Erosuure
$G(s)$	Prosessin siirtofunktio
$G_{PI}(s)$	PI-säätimen siirtofunktio
$K$	Vahvistus
$K_c$	Kriittinen vahvistus
$K_P$	Säätimen vahvistus
$L$	Viive
$\frac{L}{T}$	Normalisoitu viiveaika
$M_s$	Maksimiherkkyys
$n$	indeksi (0, 1, 2)
$t$	aikatermi
$\theta$	vektori PID-rakenteisen säätimen parametreista
$\tau$	Normalisoitu viiveaika
$\tau_c$	Suljetun säätöpiirin aikavakio
$\tau_{cmin}$	SIMC ”tiukassa hallinnassa” käytetty aikavakio $\tau_c$
$\tau_{cmax}$	SIMC ”sujuvassa hallinnassa” käytetty aikavakio $\tau_c$
$T$	Aikavakio
$T_c$	Värähtelyn jaksonaika
$T_D$	Säätimen derivointiaika
$T_I$	Säätimen integrointiaika

## Lyhenneluettelo

AMIGO	Approximate M-constrained Integral Gain Optimization, MIGO:n Approksimaatio
CHR	Chien-Hrones-Reswick
D	Derivative, derivoiva osa
FOPDT	First Order Plus Dead Time, ensimmäisen kertaluvun viiveellinen systeemi
I	Integral, integroiva osa
ISE	Integral of Squared Error
ISTE	Integral of Squared (Time x Error)
IST <sup>2</sup> E	Integral of Squared (Time <sup>2</sup> x Error)
MIGO	M-constrained Integral Gain Optimization
P	Proportional, P-säädin
PI	Proportional-Integral, PI-säädin
PID	Proportional-Integral-Derivative, PID-säädin
SIMC	Simple Internal Model Control
SOPDT	Second Order Plus Dead Time, toisen kertaluvun viiveellinen systeemi

# 1 Johdanto

PID-säädin on yksi käytetyimmistä säätörakenteista prosessiteollisuudessa ja sitä käytetään erilaisissa ohjauksissa, kuten lämpötilan, virtauksen, paineen, nopeuden tai muun prosessimuuttujan säädössä (Timo Harju 2000). PID-säädin koostuu P-osasta eli vahvistusosasta (Proportional), I-osasta eli integroivasta osasta (Integral) sekä D-osasta eli derivoivasta osasta (Derivative). Usein teollisuudessa käytetään PID-rakennetta ilman D-osaa, jolloin puhutaan ns. PI-säätimestä. PI-säätimen I-osan avulla pystytään kompensoimaan jatkuvuustilan virhettä, jota ei voida esimerkiksi poistaa pelkän P-säätimen avulla (Dewesoft 2021). Kuvassa 1 on esitetty PI-säätimellä säädetyn prosessin lohkokaavio, jossa takaisinkytkennän avulla prosessin lähtösignaalin  $y$  ja referenssin  $r$  välistä eroa  $e$ , josta PI-säädin laskee ohjaukseen  $u$  (Laitinen 2020). Kuvan säädin on esitetty ideaalimuodossa, jossa säätimen eri osilla on yhteinen vahvistus (Timo Harju 2000).



**Kuva 1.** PI-säätimellä säädetty prosessi (Dewesoft 2021).

Tässä kandidaatintyössä tarkastellaan simuloinein ensimmäisen kertaluvun viiveelliselle prosessimallille kehitettyjä PI-säätimen viritysmenetelmiä. Tällaisia ovat tässä työssä klassisiksi luokiteltuja menetelmiä Ziegler-Nichols ja Cohen-Coon, sekä moderneja menetelmiä kuten CHR (Chien-Hrones-Reswick), SIMC (Simple Internal Model Control) ja AMIGO (Approximate M-constrained Integral Gain Optimization). Viritysmenetelmiä tarkastellaan ja analysoidaan simuloinein. Laitinen on omassa työssään (Laitinen 2020) tarkastellut erilaisia viritysmenetelmiä 1 kl. viivellisen systeemin PI-säätörakenteen rajoitteita tilanteessa, jossa prosessin viive on suurempi kuin systeemin aikavakio. Tässä työssä tarkastellaan ensimmäisen kertaluvun viiveellisen systeemin, jonka aikavakio on suurempi kuin systeemin viive, säätöä PI-säätimellä.

## 2 Viritysmenetelmät

Yksinkertaisin ja teollisuudessa yleisin tapa kuvata järjestelmän käyttäytymistä on askelvaste (Timo Harju 2000). Askelvaste saadaan kokeellisesti määritettyä syöttämällä järjestelmään askelmainen heräte ja mittaamalla sen jälkeen järjestelmän lähtö. Tyypillisesti askelkokeiden perusteella pyritään sovittamaan joko ensimmäisen tai toisen kertaluvun viivellinen prosessimalli mitattuun vasteeseen. Monien teollisten prosessien dynamiikkaa voidaan mallintaa ensimmäisen kertaluvun viivellisen FOPDT (First Order Plus Dead Time) prosessimallin avulla seuraavasti

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-sL}, \quad (1)$$

jossa  $K$  on vahvistus,  $L$  on viive ja  $T$  on aikavakio. Tässä työssä tarkastellaan PI-säätimen viritystä ensimmäisen kertaluvun viiveelliselle mallille, jonka parametrit ovat  $K = 1$ ,  $L = 3$  ja  $T = 10$ . Vastaavasti toisen kertaluvun viiveellisen mallin eli SOPDT-mallin (Second Order Plus Dead Time) voi esittää siirtofunktion avulla seuraavasti

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-sL}, \quad (2)$$

jossa mallissa on kaksi aikavakiota  $T_1$  ja  $T_2$  verrattuna FOPDT-malliin. Tässä kandidaatin työssä suunnitellaan PI-säädin prosessille, jota kuvataan FOPDT-mallilla. PI-säätimen siirtofunktio on

$$G_{PI}(s) = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{sT_I}\right), \quad (3)$$

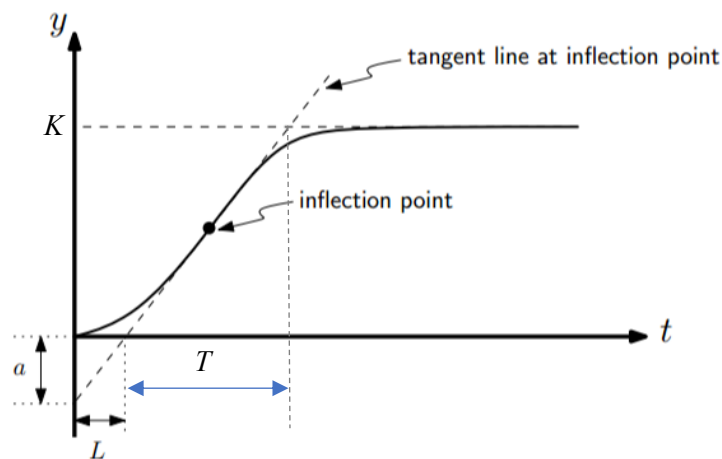
jossa  $K_P$  on säätimen vahvistus ja  $T_I$  integrointiaika.  $K_P$ :an avulla voidaan määrittää säädön vahvistusta ja  $T_I$  integroi erosuuretta ajan suhteen ja täten pyrkii poistamaan jatkuvuustilan virhettä. Säätimien parametrien valintaan on esitty useita analyyttisiä viritysmenetelmiä FOPDT-mallille, joista muutamaa tarkastellaan tässä kandidaatintyössä.

### 2.1 Prosessikokeet

Käytännön teollisuuden järjestelmien dynamiikat ja niitä kuvaavat mallit voivat olla monimutkaisia, mutta säädön virityksen kannalta on parempi, että dynamiikka kuvataan mahdol-



lisimman yksinkertaisen mallin avulla. Tästä syystä usein järjestelmään tehtyjen askelvastekokeiden perusteella pyritään sovittamaan joko ensimmäisen (1) tai toisen (2) kertaluvun viivellinen prosessimalli, mitkä mahdollistavat PID-säätimien virittämisen analyttisesti (Laitinen 2020). Kuva 2 esittää tyypillistä askelvastekäyrää. Askelvastekokeen avulla voidaan sovittaa malli määrittämällä prosessin parametreja graafisesti tai sovitteella (Laitinen 2020). Graafisesti määrittäminen voidaan tehdä esimerkiksi piirtämällä tangentti askelvasteen jyrkimpään kohtaan (P. M. Meshram 2012), jonka avulla voidaan määrittää FOPDT-mallin parametrit.



**Kuva 2.** Askelvastekäyrä (P. M. Meshram 2012)

Jatkamalla kuvassa 2 esittämää tangenttia siten, että se leikkaa y-akselin voidaan määrittää parametri  $a$

$$a = \frac{KL}{T}. \quad (4)$$

Tätä vakiota käytetään usein analyttisten viritysmenetelmien yhteydessä esim. perinteisessä Ziegler-Nichols 1. viritysmenetelmässä.

## 2.2 Normalisoitu viiveaika

Prosessien dynamiikkaa ja niiden säädettävyyttä PID-säädinrakenteella pystyy usein arvioimaan ns. normalisoidun aikaviiveen  $\tau$ :n avulla. Prosessimalleille, jotka ovat mallinnettu FOPDT-mallin avulla, voidaan määrittää normalisoitu aikaviive seuraavasti (Josefin Berner 2016)

$$\tau = \frac{L}{L+T}, \quad 0 < \tau < 1. \quad (5)$$

Normalisoitu viiveaika  $\tau$  määritetään lukuna 0 ja 1 välillä. Ensimmäisen kertaluvun prosessien suorituskykyisen säädön toteutusta PID-säätimellä voidaan karkeasti arvioida normalisoidun viiveajan avulla. Kun  $0 \leq \tau \leq 0.2$  puhutaan ns. aikavakiopainotteisesta prosessista, jossa aikavakio dominoi dynamiikka ( $T > L$ ). Tämänkaltainen prosessi on usein helppoiten säädettävä prosessi PID-tyyppisellä säätörakenteella. Vastaavasti kun  $0.2 < \tau < 0.7$  (ns. balansoitu), PID-perusteisen säädön viritys hieman vaikeutuu, mutta on toteutettavissa sopivaa viritysmenetelmää käyttämällä. Vastaavasti kyseessä on viivepainotteinen prosessi, kun normalisoitu viiveaika on välillä  $0.7 \leq \tau \leq 1.0$  (Garpinger 2015). Usein voidaan todeta, että perinteisillä viritysmenetelmillä viritetyllä säätimellä on vaikeampi saada täytettyä suorituskykyä  $\tau$ :n lähestyessä arvoa 1 (Garpinger 2015).

Näiden määritelmien avulla pystytään saamaan selville millainen prosessi on kyseessä säädettävyyden näkökulmasta ja löytämään tapaukselle sopivimman viritysmenetelmän. Tässä työssä tarkasteltavan FOPDT-prosessimallin  $\tau$ :n arvo yhtälön (5) avulla laskettuna on 0.23 eli se on tässä työssä käytettyjen määrittelyvälien perusteella balansoitu.

### 2.3 Ziegler-Nichols 1.viritysmenetelmä

John G. Ziegler ja Nathaniel B. Nichols vuonna 1942 kehittämiä PID-säätimien analyttisiä viritysmenetelmiä kutsutaan Ziegler-Nicholsin viritysmenetelmiksi. Ensimmäistä menetelmää (ns. askelvastemenetelmä) sovelletaan avoimiin systeemeihin ja viritystä varten on tehtävä ensin askelvastekoe mallin parametrien määrittämiseksi (P. M. Meshram 2012). Saa dusta askelvastekäyrästä voidaan määrittää vahvistuksen  $K$ , aikavakion  $T$ , viiveen  $L$  ja  $a$  parametrin arvot, joita käytetään Ziegler-Nichols 1. viritysmenetelmän PI-säätimen laatimiseen. Ziegler-Nichols 1.viritysmenetelmän PI-säätimen parametrit  $K_P$  ja  $T_I$  on määritetty

$$K_P = \frac{0.9}{a}, \quad (6)$$

$$T_I = 3L. \quad (7)$$

Ziegler-Nichols 1. viritysmenetelmä pyrkii  $\frac{1}{4}$  amplitudin vaimennukseen (eli peräkkäisten ylitysten vaimenemiseen 4:1 suhteessa). Ziegler-Nichols 1.viritysmenetelmä soveltuu aikavakiopainotteisille prosesseille hyvin, mutta usein se antaa hyvin aggressiivisen säätöratkaisun. Lisäksi tässä muodossa viritystä ei ole suotavaa käyttää sellaiselle prosessille, jossa dominoi viive, sillä tällöin Ziegler-Nicholsin viritysmenetelmän avulla säädetty säädin ei toimi kunnolla (Laitinen 2020).

## 2.4 Ziegler-Nichols 2.viritysmenetelmä

Toinen menetelmä (ns. värähtelyrajamenetelmä) perustuu takaisinkytkettyyn systeemiin, jota stabiloidaan P-säätimellä. Tarkoituksena on siis asettaa PID-säätörakenteen  $T_I$  ja  $T_D$  nolliksi ja kasvattaa vahvistusta  $K_P$  nollasta siihen asti, kunnes järjestelmä asettuu värähtelemään vakioamplitudilla ja vakiotaajuudella (John Gerry 2003). Värähtelyn tuottavaa suljetun piirin vahvistusta kutsutaan kriittiseksi vahvistukseksi  $K_c$  ja värähtelyn jaksonaikaa  $T_c$ . Näitä arvoja käytetään PI-säätimen parametrien määrittämiseen seuraavasti

$$K_P = 0.4K_c , \quad (8)$$

$$T_I = 0.8T_c . \quad (9)$$

Esimerkiksi tässä työssä tarkasteltavalle FOPDT-prosessimallille (1) kriittiseksi vahvistukseksi saadaan  $K_c = 5.88$  ja värähtelyn jaksonajaksi  $T_c = 10.83$ . Nämä edellä mainittuja arvoja käytetään Ziegler-Nichols 2. viritysmenetelmän PI-säätimen parametrien  $K_P$  ja  $T_I$  laskemiseen.

## 2.5 Cohen-Coon

Cohen-Coon -viritysmenetelmä on modifioitu Ziegler-Nicholsin -viritysmenetelmä, joka antaa nopeamman nousuajan verrattuna Ziegler-Nicholsin menetelmään. Se on kehitetty vuonna 1953 ja sitä voidaan pitää toiseksi tunnetuimpana klassisena viritysmenetelmänä Ziegler-Nicholsin jälkeen. Kyseistä viritysmenetelmää pystytään soveltamaan niin aikavakiopainotteisille kuin balansoiduille prosesseille (Garpinger 2015), mutta ainoastaan 1. kertaluvun viiveelliselle prosessimallille (Woolf 2021). Kuten Ziegler-Nichols 1. viritysmenetelmä, Cohen-Coon -viritysmenetelmä pyrkii peräkkäisten ylitysten vaimenemiseen 4:1 suhteessa. Cohen-Coon -viritysmenetelmän PI-säätimen parametrit  $K_P$  ja  $T_I$  voidaan määrittää seuraavasti

$$K_P = \frac{T}{KL} \cdot \left(0.9 + \frac{L}{12T}\right) \quad (10)$$

$$T_I = \frac{L \cdot (30T + 3L)}{(9T + 20L)} . \quad (11)$$

Cohen-Coon menetelmä antaa nopeasti reagoivan säätimen, mutta viritys usein toteuttaa oskiloivan vasteen kuten edellä esitetty Ziegler-Nichols viritysmenetelmä.

## 2.6 Chien-Hrones-Reswick

CHR-viritysmenetelmät on suunniteltu vasteen asetusarvon seurantaan ja/tai kuormitushäiriöiden kompensointiin. Häiriövastekäyttäytymisellä kuvataan säätimen kykyä reagoida prosessiin ilmestyviin kuormitushäiriöihin ja niiden aiheutumien muutosten korjaamiseen (Collins 2019). Asetusarvon seuranta on usein säätöpiirin yksi tärkeimmistä tehtävistä; prosessit voivat esimerkiksi vaatia hyvin tarkan lämpötilan tai nopeuden toimiakseen tehokkaasti, joten jos haluttua asetusarvoa ei saavuteta, voi se mahdollisesti johtaa tuotannon ongelmiin (Timo Harju 2000). CHR-menetelmälle on esitetty taulukon 2 mukaiset PI-säätimen viritysparametrit, kun tavoitteena on tarkka asetusarvon seuranta. Vastaavasti taulukossa 3 on annettu parametrit, kun prosessille halutaan hyvä häiriövastekäyttäytyminen. Viritystavat on esitetty tilanteille, joilla saavutetaan joko 0 % tai 20 % ylitys vasteessa. Taulukkoa 2 pystyy soveltamaan PI-säätimen virittämiseen asetusarvon seurantaan ja taulukkoa 3 häiriövastekäyttäytymiseen.

**Taulukko 2.** CHR-menetelmän PI-säätimen viritys asetusarvon seurantaan.

Säädin	0 % ylitys		20 % ylitys	
	$K_P$	$T_I$	$K_P$	$T_I$
<b>PI</b>	$0.35/a$	$1.2T$	$0.6/a$	$T$

**Taulukko 3.** CHR-menetelmän PI-säätimen viritys, jos tavoitteena hyvä häiriövastekäyttäytyminen.

Säädin	0 % ylitys		20 % ylitys	
	$K_P$	$T_i$	$K_P$	$T_i$
<b>PI</b>	$0.6/a$	$4L$	$0.7/a$	$2.3L$

Taulukoissa esitetyissä viritysmenetelmissä hyödynnetään parametria  $a$ , joka määritettiin yhtälöllä (4). Taulukoita vertaillen havaitaan, että asetusarvon seurannassa integrointiajan valinta on riippuvainen prosessin aikavakiosta  $T$  ja vastaavasti kuormitushäiriövirityksessä integraattorin valinta on riippuvainen viivestä  $L$ .

## 2.7 SIMC

SIMC -viritysmenetelmä on kehitetty versio IMC -viritysmenetelmästä, jonka tavoitteena on tarjota sopiva kompromissi suorituskyvyn ja robustisuuden välille (Daniel E. Rivera 1999).

Kyseisen viritysmenetelmän on todettu parantavan aikavakiopainotteisten prosessien suorituskykyä (Garpinger 2015). SIMC-viritysmenetelmän PI-säätimen parametreja  $K_P$  ja  $T_i$  ovat

$$K_P = \frac{1}{K} \cdot \left( \frac{T}{\tau_c + L} \right) \quad (12)$$

$$T_i = \min \{ T, 4(\tau_c + L) \}, \quad (13)$$

jossa  $\tau_c$  toimii SIMC-viritysmenetelmässä ainoana viritysparametrina, jolla määritetään suljetun piirin haluttu aikavakio. Toisin sanoen,  $\tau_c$  voidaan määrittää sen perusteella, miten suljetun systeemin vasteen halutaan käyttäytyvän. Jos lähdön halutaan olevan tiukassa hallinnassa (SIMC ”tight control”) eli pyritään pitämään lähtösignaali mahdollisimman lähellä asetusarvoa, suositellaan valintaa  $\tau_c = L$ . Tämä valinta usein takaa nopean vasteen ja häiriövastekäyttäytymisen. Käytännössä vasteen seuraantaa voidaan parantaa valitsemalla  $\tau_c = 0.5L$ , mutta tämä valinta johtaa huonompaan robustisuuteen.

Jos vasteen halutaan olevan sujuvassa hallinnassa (SIMC ”smooth control”), suositellaan  $\tau_c > L$ . Tosin  $\tau_c$  ei tällöin voi kasvaa liian suureeksi, sillä silloin mahdollinen kuormahäiriö aiheuttaa epästabiilisuuden (Sigurd Skogestad 2012). Teoriassa  $\tau_c$ :n pystyy valitsemaan vapaasti, mutta käytännössä  $\tau_c$ :lle on esitetty edellä mainittujen hallintatapojen (smooth/tight control) perusteella  $\tau_{c,min} < \tau_c < \tau_{c,max}$  määrittelyväli (Sigurd Skogestad 2012). Määrittelyväliissä  $\tau_{c,min}$  kuvaa tiukassa hallinnassa käytettyä  $\tau_c$  arvoa ja  $\tau_{c,max}$  kuvaa sujuvassa hallinnassa käytettyä  $\tau_c$  arvoa. Viritysmenetelmää on kuvattu lisää lähteessä (Sigurd Skogestad 2012).

## 2.8 AMIGO

Tore Hägglundin ja K.J. Åströmin kehittämä AMIGO-viritysmenetelmä on kehittyneempi versio K.J. Åströmin laatimasta MIGO (M-constrained Integral Gain Optimization) menetelmästä. MIGO-viritysmenetelmä perustuu integraalivahvistuksen maksimointiin, johon kohdistuu maksimiherkkyuden rajoituksia. Käytännössä MIGO-viritysmenetelmässä ainoana viritysparametrina toimii maksimiherkkyys, jota on hyödynnetty AMIGO-menetelmän laatimisessa (T. Hägglund 2004a). AMIGO-menetelmässä PI-säätimen parametrit  $K_P$  ja  $T_i$  on määritetty oheisesti

$$K_P = \frac{0.15}{K} + \left( 0.35 - \frac{LT}{(L+T)^2} \right) \cdot \frac{T}{KL}, \quad (14)$$

$$T_I = 0.35L + \frac{6.7LT^2}{T^2 + 2LT + 10L^2}. \quad (15)$$

Åströmin mukaan AMIGO-viritysmenetelmä perustuu maksimiherkkyden rajoitukseen  $M_s = 1.4$ , sillä tämä arvo MIGO-viritysmenetelmän tutkimuksessa (T. Hägglund 2004b) antaa hyvän kompromissin suorituskyvyn ja robustisuuden välillä. Tämä arvo osoittautui myös hyväksi, sillä Åström tutkittaessa lukuisia prosesseja AMIGO-menetelmää varten huomasi AMIGO-virityssääntöjen nostavan maksimiherkkyden rajoitusta korkeintaan 15 %. Tämä tarkoittaa, että prosessi on korkeintaan 15 % herkempi prosessin parametrien muutoksille. AMIGO virityssäännöt toimivat hyvin PI-säätimelle, kun  $\tau \leq 0.5$  (T. Hägglund 2004b).

## 2.9 Kustannuskriteereihin perustuvat viritysmenetelmät

PI-säädin voidaan virittää myös hyödyntämällä kustannusfunktioita, jotka ovat painotettuja aikaintegraaleja. Tällaisia kustannusfunktioita ovat esimerkiksi ISE (Integral of Squared Error), jossa hyödynnetään virheen integraalia ajan suhteen, ISTE (Integral of Squared (Time x Error)) sekä IST<sup>2</sup>E (Integral of Squared (Time<sup>2</sup> x Error)). Kyseisiä menetelmiä pystyy kuvaamaan seuraavalla yhtälöllä

$$J_n(\theta) = \int_0^{\infty} [t^n \cdot e(\theta, t)]^2 dt, \quad (16)$$

jossa  $e(\theta, t)$  on virhesignaali,  $\theta$  kuvaa PID-rakenteisen säätimen parametreja ja  $n$  saa arvoja 0, 1 ja 2. Kun  $n = 0$ , kyseessä on ISE, kun  $n = 1$ , kyseessä ISTE ja vastaavasti kun  $n = 2$  on IST<sup>2</sup>E (Dingyu Xue 2007). Kustannusfunktiot ilman aikatermiä,  $n = 0$ , kuten ISE, pyrkivät minimoimaan erosuuretta koko integroimisajalta, jolloin lopputulokseksi saadaan pieni ylitys. Vastaavasti kustannusfunktiot, joissa on mukana aikatermi, kuten ISTE, pyrkivät tekemään vasteesta nopeamman.

Usein teollisuudessa saattaa esiintyä huonosti viritettyjä säätöpiirejä. Kustannusfunktioperusteista säätöviritystä voidaan usein hyödyntää säädetyin prosessin suorituskyvyn parantamiseen. Kun halutaan parantaa asetusrvon seuranta, voidaan valita PI-säätimen parametrit  $K_P$  ja  $T_I$  (Dingyu Xue 2007)

$$K_P = \frac{a_1}{K} \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^{b_1}, \quad (17)$$

$$T_I = \frac{T}{a_2 + b_2 \cdot (L/T)}, \quad (18)$$

jossa  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  ja  $b_2$  ovat kertoimia, jotka ovat määritetty kustannusfunktioiden perusteella. Taulukossa 4 on kuvattu kertoimet, joita käytetään PI-säätimen yhtälöissä (17) ja (18), kun viritystavoiteena on tarkka asetusarvon seuranta. Käytännössä riippuen millainen prosessi on kyseessä, viritysparametrit voidaan jakaa aikavakion ja viiven  $\frac{L}{T}$  suhteen perusteella.

**Taulukko 4.** PI-säätimen kertoimia asetusarvon seurantaan.

Kertoimia	$\frac{L}{T} = 0.1-1$			$\frac{L}{T} = 1.1-2$		
	ISE	ISTE	IST <sup>2</sup> E	ISE	ISTE	IST <sup>2</sup> E
$a_1$	0.980	0.712	0.569	1.072	0.786	0.628
$b_1$	-0.892	-0.921	-0.951	-0.560	-0.559	-0.583
$a_2$	0.690	0.968	1.023	0.648	0.883	1.007
$b_2$	-0.155	-0.247	-0.179	-0.114	-0.158	-0.167

Vastaavasti kun halutaan parantaa säädetyn systeemin häiriönvastekäyttäytymistä, PI-säätimen parametrit  $K_P$  ja  $T_I$  ovat (Dingyu Xue 2007)

$$K_P = \frac{a_1}{T} \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^{b_1}, \quad (19)$$

$$T_I = \frac{T}{a_2} \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^{b_2}. \quad (20)$$

Taulukossa 5 on määritetty  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  ja  $b_2$  kertoimet, joita käytetään yhtälöissä (19) ja (20) eri kustannusfunktioihin perustuen. Prosessista riippuen kertoimet valitaan aikavakion ja viiven  $\frac{L}{T}$  suhteen perusteella.

**Taulukko 5.** PI-säätimen kertoimia kuormitushäiriövastekäyttäytymiselle.

Kertoimia	$\frac{L}{T} = 0.1-1$			$\frac{L}{T} = 1.1-2$		
	ISE	ISTE	IST <sup>2</sup> E	ISE	ISTE	IST <sup>2</sup> E
$a_1$	1.279	1.015	1.021	1.346	1.065	1.076
$b_1$	-0.945	-0.957	-0.953	-0.675	-0.673	-0.648
$a_2$	0.535	0.667	0.629	0.552	0.687	0.650
$b_2$	0.586	0.552	0.546	0.438	0.427	0.442

Kustannusfunktioiden analysointia varten tässä työssä käytetään taulukkojen arvoja  $\frac{L}{T}$  suhteen ollessa 0.1-1 välillä. Tämä vastaa tässä työssä tarkasteltua prosessia, jonka parametrit ovat  $K = 1$ ,  $L = 3$  ja  $T = 10$ , jolloin  $\frac{L}{T}$ -suhde on 0.3. Taulukkojen  $\frac{L}{T}$ -suhteesta nähdään, että viritysmenetelmiä suositellaan prosesseille, jotka luokitellaan normalisoidun viiveajan perusteella joko aikavakiopainotteisille tai balansoiduille systeemeille.



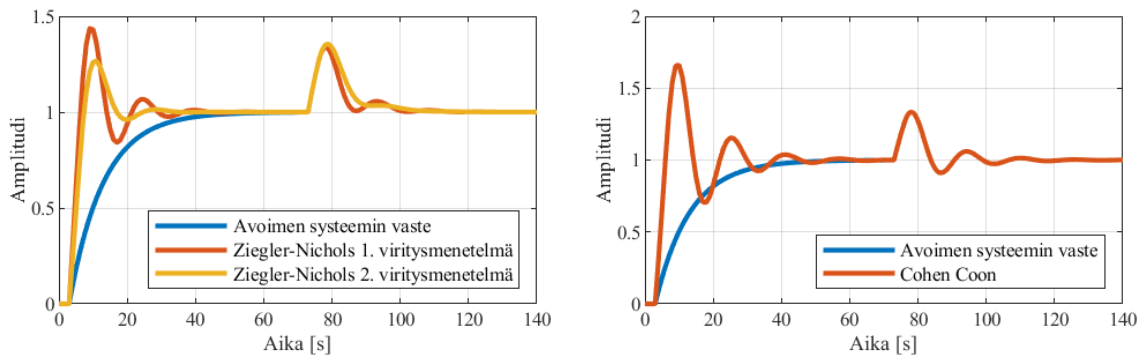
### 3 Viritystapojen analysointi

Tässä kappaleessa tarkastellaan simuloinein edellä kuvattuja viritysmenetelmiä olettaen, että prosessin parametrit  $K = 1$ ,  $L = 3$  ja  $T = 10$  tunnetaan tarkasti ja käyttäen niitä PI-säätimen viritukseen analyttisten yhtälöiden avulla. Viritysmenetelmien tuottamien säätimien suorituskykyä vertaillaan asetusarvon sekä kuormitushäiriön askelmaisten muutoksien avulla. Lisäksi myöhemmin esitettävässä taulukossa 6 on koottuna viritysmenetelmien tuottamat säätimien parametrit  $K_P$  ja  $T_I$  sekä viritysmenetelmien vasteiden hyvyyskriteerit, kuten nousuaika, asettumisaika ja suhteellinen ylitys.

#### 3.1 Ziegler-Nichols ja Cohen-Coon

Työssä tarkastellaan ensin niin sanottujen perinteisten viritysmenetelmien suorituskykyä. Kuvassa 3 esitetään suljetun piirin askelvasteita, kun PI-säädin on viritetty klassisilla menetelmillä, ja niitä verrattu avoimen systeemin vasteeseen (1). Kuvassa 3 vasen kuvaaja esittää Ziegler-Nichols 1. viritysmenetelmällä viritetyn PI-säätimen ja sen avulla muodostetun suljetun systeemin askelvastekäyttäytymistä. Säätimen parametrit on laskettu yhtälöiden (6) ja (7) avulla. Samassa kuvassa on myös esitetty vastaava tulos Ziegler-Nichols 2. viritysmenetelmän perusteella, jonka PI-säädin on laskettu yhtälöiden (8) ja (9) avulla. Kuvasta todetaan, että Ziegler-Nichols 1. viritysmenetelmä pyrkii peräkkäisten ylitysten vaimenemiseen 4:1 suhteessa. Ziegler-Nichols viritysmenetelmät usein tuottavat aggressiivisen ja paljon ylitystä sisältävän vasteen, toisin sanoen nopeammin nousuajan sekä asettumisaajan kuin avoimen systeemin vaste. Kuvasta nähdään, että vaikka Ziegler-Nichols 2. viritysmenetelmä antaa paremman tuloksen, käytännössä siihen liittyvä prosessikoe asettaa usein käytännönrajoitteita. Kun värähtelyrajaperusteista testiä (Ziegler-Nichols 2. viritysmenetelmä) aloitetaan P-säädintä käyttäen, voidaan päätyä epästabiileille toiminta-alueille ja testitulanteesta voi tulla hallitsematon (Woolf 2021).

Kuvan 3 oikea kuvaaja esittää Cohen-Coon:n menetelmällä saadun PI-säätimen ja sen avulla muodostetun suljetun systeemin askelvastekäyttäytymistä. Säätimen parametrit on laskettu yhtälöiden (10) ja (11) avulla. Vertaamalla saatua tulosta Ziegler-Nichols:in vastaaviin, voidaan huomata samanlaista  $\frac{1}{4}$  amplitudin vaimennusta kuin Ziegler-Nichols 1. viritysmenetelmällä. Lisäksi molempien menetelmien simuloinnissa noin 75 sekunnin kohdalla tapahtuu kuormausku. Havaitaan, että Ziegler-Nichols:in kuormavastekäyttäytyminen on lähes samanlainen kuin Cohen-Coon:lla, mutta siinä ei havaita samanakaltaista oskillointia kuin esimerkiksi systeemin tapauksessa. Jotta Cohen-Coon viritysmenetelmä olisi käytännöllinen, vaaditaan, että prosessimallin normalisoitu viiveaika olisi balansoidulla alueella (Woolf 2021).



**Kuva 3.** Suljetun systeemin askelvaste verrattuna avoimen systeemin vasteeseen. Vasemmalla Ziegler-Nichols 1. ja 2. viritysmenetelmät ja oikealla Cohen-Coon menetelmä.

Muussa tapauksessa säädin toteuttaa lisää ylitystä vasteeseen, mikä huomataan verrattaessa kuvan 3 viritysmenetelmiä keskenään.

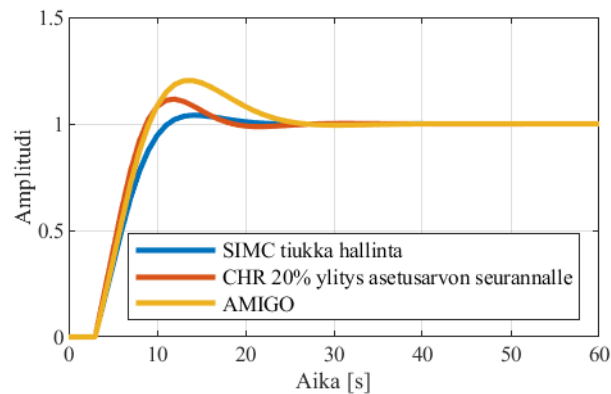
Taulukosta 6 huomataan, että Ziegler-Nichols 2. viritysmenetelmä asettuu nopeammin ja sen ylitys ei ole niin suuri kuin Ziegler-Nichols 1. viritysmenetelmällä. Taulukkoa 6 sekä kuvaa 3 katsoen ja vertaillen todetaan, että menetelmät tuottavat aggressiivisia säätimiä, jotka havaitaan nopeasta nousuajasta, ylityksestä sekä oskilloivasta vasteesta. Aggressiivisuudella tässä yhteydessä tarkoitetaan kuinka nopeasti vaste pyrkii asettumaan asetusarvoonsa. Näitä menetelmiä tässä muodossa käytetäänkin harvoin modernien prosessien viritystapoina.

### 3.2 CHR, SIMC ja AMIGO

Tässä kappaleessa käsitellään CHR, SIMC ja AMIGO viritysmenetelmiä, koska niiden avulla suljetun piirin asetusarvo- ja kuormitushäiriövastekäyttäytyminen on samankaltainen. Kuvassa 4 on esitetty näiden viritysmenetelmien tuottaman PI-säätimen perusteella laskettujen suljetun piirien askelvasteet.

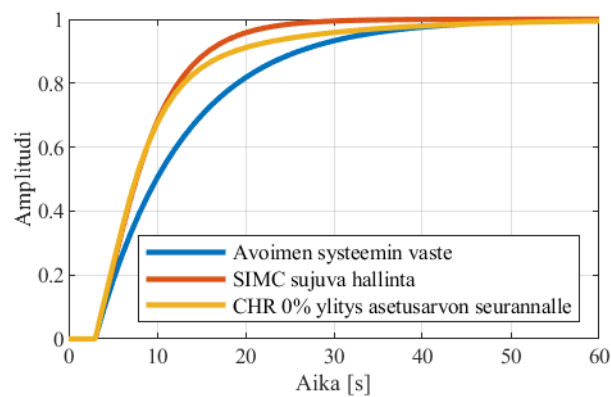
Kuvassa 4 esitetään suljetun piirin askelvasteita, kun PI-säätimet ovat viritetty CHR viritysmenetelmällä taulukkoa 2 käyttäen, SIMC ”tiukka hallinta” viritysmenetelmällä yhtälöitä (12) ja (13) käyttäen sekä AMIGO viritysmenetelmällä yhtälöitä (14) ja (15) käyttäen. Kuvasta huomataan, että AMIGO:n sekä CHR:n nousuajat ovat lähes identtiset, mutta CHR:lla on selkeästi nopeampi asettumisaika. SIMC:n suhteellinen ylitys on noin 2.9 kertaa pienempi kuin CHR:lla ja noin 5 kertaa pienempi kuin AMIGO:lla. Nämä tulokset voidaan havaita taulukkoa 6 katsomalla. Toisaalta CHR:n asettumisaika on lyhyempi verrattuna AMIGO:on ja SIMC:iin. Kun verrataan näiden säätimien askelvasteita klassisten säätimien askelvasteisiin, huomataan asettumisajassa ja suhteellisessa ylityksessä selkeästi parempaa vas-

tekäyttäytymistä.



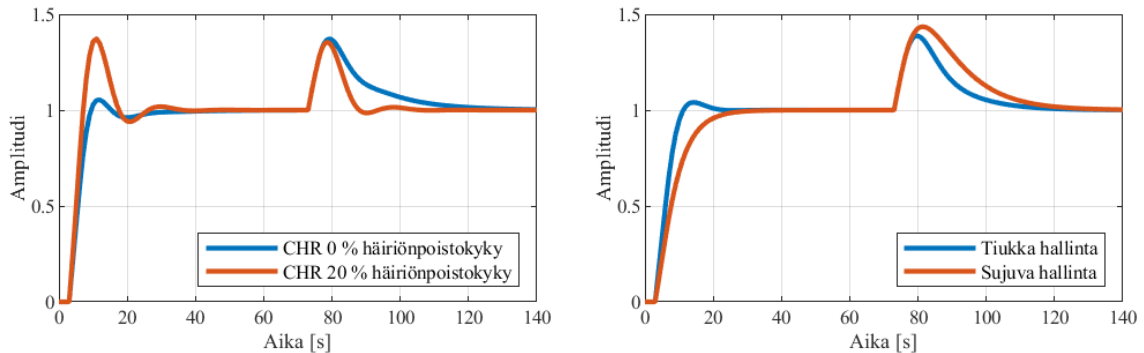
**Kuva 4.** Suljetun systeemin askelvasteet, kun PI-säätimen viritysmenetelmänä on SIMC ”tiukka hallinta”, CHR 20 % ylitys asetusrvon seurannalle ja AMIGO.

Kuvassa 5 on vielä vertailtu suljetun piirin vasteita avoimen systeemin vasteeseen, missä PI-säätimen virittämiseen käytettiin CHR 0 % ylitys asetusrvon seurannalle olevaa menetelmää, joka on laskettu taulukon 2 avulla sekä SIMC ”sujuva hallinta”yhtälöiden (12) ja (13) perusteella. SIMC:n ”sujuvassa hallinnassa” $\tau_c$ :n arvoksi valittiin  $2L$ . Taulukosta 6 huomataan, että kyseisten menetelmien suhteellinen ylitys on 0 %. CHR:lla asettumisaika on lähellä avoimen systeemin asettumisaikaa, kun taas SIMC:n asettumisaika on tuplasti nopeampi. Kyseisten menetelmien tarkoituksena on tuottaa nopeampi vaste ilman ylitystä.



**Kuva 5.** CHR 0 % ylitys asetusrvon seurannalle ja SIMC ”sujuva hallinta”

Kuvassa 6 on esitetty suljetun systeemin askelvasteita. Vasemmalla PI-säädin on viritetty CHR 0 % sekä 20 % ylityskriteerillä kuormahäiriön säätöön. Oikealla PI-säädin on viritetty SIMC-menetelmiä käyttäen. Huomataan, että SIMC:n kuormavasteet ovat lähes identtisiä CHR 0 % häiriövastekäyttäytymisen -menetelmän kuormavasteen kanssa. Kuormavasteet ovat lähes identtisiä siksi, koska taulukossa 3 ja SIMC:n menetelmissä integraattorin valinta on riippuvainen viiveestä  $L$ .

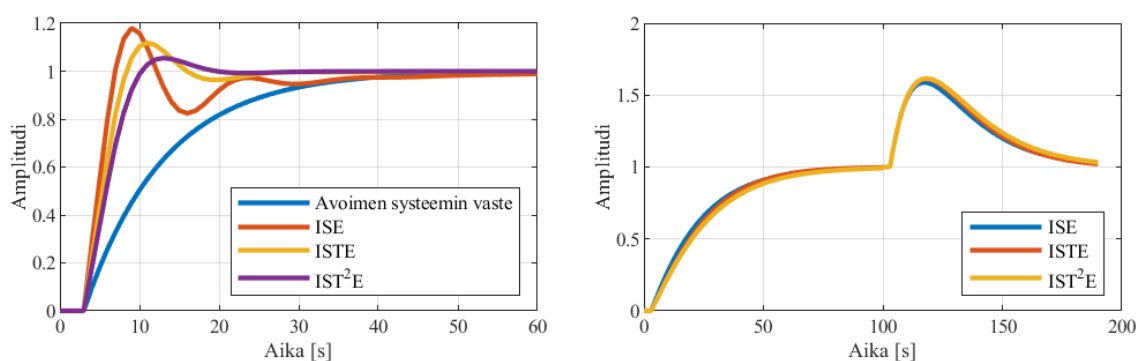


**Kuva 6.** Suljetun systeemin askelvasteita. Vasemmalla CHR vitysmenetelmät häiriövastekäyttäytymiselle ja oikealla SIMC:t

### 3.3 ISE, ISTE ja $IST^2E$

Kuvassa 7 on esitetty suljetun systeemin vasteita, kun PI-säätimet ovat viritetty kustannuskriteereihin perustuvien vitysmenetelmien avulla. Säätimen parametrin asetusravon seurantaan oli laskettu yhtälöiden (17) ja (18) avulla sekä taulukon 4 kertoimia käyttäen. ISE pyrkii minimoimaan erosuuretta koko integroimisajalta. Tämä huomataan taulukosta 6 pitkänä asettumisaikana verrattuna muihin kustannuskriteereihin perustuviin vitysmenetelmiin. Taulukosta huomataan myös, että lisäämällä aikatermi  $t$  eli kun yhtälössä (16)  $n$  on suurempi kuin 0, muodostettujen säätimien integroimisaika sekä vahvistus pienenevät. Näiden menetelmien avulla viritetty PI-säädin prosessin säädössä näyttäisi pienentävän asettumisaikaa sekä suhteellista ylitystä, mutta vastaavasti nousuaika kasvaa hieman. Tarkasteltavan esimerkkiprosessin tapauksessa voidaan todeta, että aikatermiä  $t$  sisältävät kustannusfunktiot antavat paremman askelvasteen, kun vityksen tavoitteena on asetusravon seurannan parantaminen.

Häiriövastekäyttäytymisen parantaminen oli laskettu yhtälöiden (19) ja (20) avulla sekä taulukon 5 kertoimia käyttäen. Huomataan, että esimerkkiprosessin säädön tapauksessa askel- ja kuormavasteet ovat erittäin hitaita verrattuna edellä tarkasteltuihin vitysmenetelmiin, joilla parannetaan häiriövastekäyttäytymistä. Nousuajat ovat tuplasti pidemmät kuin avoimella systeemillä ja asettumisaika on iso, esimerkiksi  $IST^2E$ :lla se on 82.74 sekuntia.



**Kuva 7.** Suljetun systeemin askelvasteita, kun PI-säätimen viritysmenetelminä on ISE, ISTE ja  $IST^2E$ . Vasemmalla säädön tavoitteena tarkka asetusrvon seuranta ja oikealla kuormahäiriövastekäyttäytyminen.

### 3.4 Tulokset

Taulukko 6 sisältää tässä työssä käsiteltävien viritysmenetelmien PI-säätimen (3) tuottamat parametrit  $K_P$  ja  $T_I$  1. kertaluvun viiveelliselle prosessimallille (1) sekä askelvasteen hyvyyskriteerejä, kuten nousuaika, asettumisaika sekä suhteellinen ylitys. Tässä työssä nousuajalla tarkoitetaan aikaa, joka vasteelta kuluu noustessa 10 %:sta 90 %:iin tavoitearvosta. Asettumisajan määritelmänä tässä pidetään aikaa, jonka jälkeen askelvaste pysyy 2 %:n sisällä loppuarvosta. Lisäksi ylityksellä tarkoitetaan vasteen ensimmäisen värähtelyn amplitudin ja vasteen loppuarvon erotusta. Aiemmin epätarkkojen toimilaitteiden aikana oli usein välttämätöntä omia suuri ylitys, jotta säätöpiirin asentovirhe saataisiin pienemmäksi. Nykyään tämä ei enää ole tarpeellista eikä suotavaa (Timo Harju 2000).

Taulukon perusteella havaitaan, että riippuen säätöviritysmenetelmän teoriasta, säätimelle saadaan erilaisia parametrikonfiguraatiota ja toisaalta on selvää, että suljetun piirin säätösystemillä on erilaisia ominaisuuksia vertailtaessa niitä tunnuslukujen perusteella. Jos tarkastellaan esimerkiksi SIMC:n molempia viritysmenetelmiä, huomataan, että  $T_I$  arvo pysyy samanlaisena, kun taas  $K_P$  arvossa on pieni ero. Kun  $K_P$ :ta pienennetään, huomataan, että vasteesta tulee hieman hitaampi ja suhteellinen ylitys häviää. Kun verrataan SIMC ”tiukka hallinta” ja CHR asetusrvon seuranta 20 % ylitys -viritysmenetelmiä keskenään, huomataan  $K_P$  arvossa eroja, kun taas  $T_I$  arvo pysyy samanlaisena. Koska CHR:lla on enemmän vahvistusta, sen vaste on nopeampi kuin SIMC:n vaste valitulla viritystavalla. Tämän lisäksi sen suhteellisen ylityksen arvo on isompi kuin valitulla aikavakiolla saadulla SIMC virityksellä. Tämän työn tarkastelu rajoittui yhteen systeemiin esimerkkiparametrein ja viritysmenetelmät perustuvat eri lähtökohtiin, joten on selvää, että säätimien vertailu ei ole yksinkertaista.

**Taulukko 6.** Klassisten menetelmien parametrien arvot ja tunnusluvut

Menetelmä	Parametrien arvot		Referenssin seuraaminen		
	$K_P$	$T_I$	Nousuaika [s]	Asettumisaika [s]	Suhteellinen ylitys [%]
Avoin systeemi			21.97	42.12	0.00
Ziegler-Nichols 1. viritysmenetelmä	3.00	9.00	2.63	33.45	44.38
Ziegler-Nichols 2. viritysmenetelmä	5.88	2.35	3.38	22.53	26.86
Cohen-Coon	3.08	6.18	2.39	43.78	67.04
CHR asetusarvon seuranta 0 % ylitys	1.16	12.00	14.87	40.57	0.00
CHR asetusarvon seuranta 20 % ylitys	2.00	10.00	4.34	17.05	11.63
CHR häiriövastekäyttäytyminen 0 % seuranta	2.00	12.00	4.63	25.58	5.47
CHR häiriövastekäyttäytyminen 20 % seuranta	2.33	6.90	3.22	24.61	37.31
SIMC ”tiukka hallinta”	1.66	10.00	5.72	18.14	4.05
SIMC ”sujuva hallinta”	1.11	10.00	11.90	23.68	0.00
AMIGO	1.70	6.90	4.64	23.82	20.43
ISE asetusarvon seuranta	2.86	15.54	2.98	34.65	22.50
ISTE asetusarvon seuranta	2.16	11.18	4.04	23.31	11.84
IST <sup>2</sup> E asetusarvon seuranta	1.78	10.32	5.18	17.08	5.45
ISE häiriövastekäyttäytyminen	0.39	9.23	42.71	77.51	0.00
ISTE häiriövastekäyttäytyminen	0.32	7.71	42.50	73.63	0.00
IST <sup>2</sup> E häiriövastekäyttäytyminen	0.32	8.24	46.66	82.74	0.00

## 4 Yhteenveto

Työssä tarkasteltiin ensimmäisen kertaluvun viiveellisen systeemin PI-säätimen viritystapoja, kuten Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, CHR, SIMC, AMIGO, ISE, ISTE ja IST<sup>2</sup>E. Viritysmenetelmien analyysia varten muodostettiin yksinkertainen ensimmäisen kertaluvun malli, jolle viritettiin PI-säädin edellä mainittujen viritysmenetelmien avulla.

Analysoidessa viritysmenetelmiä huomattiin joissain tapauksissa suljettujen piirien vasteiden olevan lähes identtisiä. Tämä todettiin erityisesti SIMC:llä ja CHR:llä, sillä näiden menetelmien integraattorin valinta on lähtökohtaisesti riippuvainen viiveestä  $L$ . Lisäksi havaittiin, että ISE, ISTE ja IST<sup>2</sup>E -viritysmenetelmät häiriövastekäyttäytymiselle aiheuttivat vasteelle suuremman nousu- ja asettumisajan. Kyseisiltä menetelmiltä odotettiin samanlaista vasteen käyttäytymistä kuin asetusarvon seurannalla. Työssä huomattiin, että jokaisen viritysmenetelmän lähtökohta on erilainen ja tämän takia viritysmenetelmien virityssäännöt ovat erilaisia. Täten tuloksia ei voida suoraan verrata keskenään.

Työtä olisi voitu jatkaa tarkastamalla jokaisen säätimen parametrien suhdetta normalisoituun viiveaikaan, niin kuin T. Hägglund ja K. J. Åström tekivät lähteissä (T. Hägglund 2004a) ja (T. Hägglund 2004b) selviittääkseen AMIGO-viritysmenetelmän robustisuutta. Lisäksi tällöin voisi tulkita eri menetelmien suorituskykyä systeemin muuttuessa aikavakiopainotteisesta prosessista viivepainotteiseksi.

## Lähteet

- Collins, Danielle (2019). *What is disturbance rejection in motion control?* URL: <https://www.motioncontroltips.com/what-is-disturbance-rejection-in-motion-control/>.
- Daniel E. Rivera Amanda J. Wruble, Kyoung-Shik Jun (1999). "Internal Model Control: A Comprehensive View". URL: [https://www.academia.edu/19329120/Internal\\_Model\\_Control\\_A\\_Comprehensive\\_View\\_Contents](https://www.academia.edu/19329120/Internal_Model_Control_A_Comprehensive_View_Contents).
- Dewesoft (2. maaliskuuta 2021). *PID Control*. URL: <https://training.dewesoft.com/online/course/pid-control>.
- Dingyu Xue YangQuan Chen, Derek P. Atherton (2007). *PID Controller Design*. URL: <https://archive.siam.org/books/dc14/DC14Sample.pdf>.
- Garpinger, Olof (2015). "Analysis and Design of Software-Based Optimal PID Controllers". URL: <https://lup.lub.lu.se/search/ws/files/3650342/5275184.pdf>.
- John Gerry, P.E. (2003). "Ziegler-Nichols Tuning Rules and Limitations". URL: <https://www.automation.com/en-us/articles/2003-1/ziegler-nichols-tuning-rules-and-limitations>.
- Josefin Berner Tore Hägglund, Karl Johan Åström (2016). "Improved relay autotuning using normalized time delay". URL: <https://ieeexplore-ieee-org.ezproxy.cc.lut.fi/document/7525191>.
- Laitinen, Lauri (2020). "Viiveellisen prosessimallin identifointi häiriöisestä mittausdatasta ja PI-säädön mallipohjainen viritys". URL: <http://urn.fi/URN:NBN:fi-fe2020060240147>.
- P. M. Meshram, Rohit G. Kanojiya (2012). "Tuning of PID controller using Ziegler-Nichols method for speed control of DC motor". URL: <https://ieeexplore-ieee-org.ezproxy.cc.lut.fi/document/6216102>.
- Sigurd Skogestad, Chriss Grimholt (2012). "The SIMC Method for Smooth PID Controller Tuning". URL: <http://folk.ntnu.no/skoge/publications/2012/skogestad-improved-simc-pid/PIDbook-chapter5.pdf>.
- T. Hägglund, K. J. Åström (2004a). "REVISITING THE ZIEGLER-NICHOLS TUNING RULES FOR PI CONTROL — PART II THE FREQUENCY RESPONSE METHOD".



URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.571.2483&rep=rep1&type=pdf>.

T. Hägglund, K. J. Åström (2004b). “Revisiting the Ziegler–Nichols step response method for PID control”. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152404000034>.

Timo Harju, Arto Marttinen (2000). *Säätötekniikan koulutusmateriaali*. URL: [https://www.automaatioseura.fi/site/assets/files/1426/pid\\_kirja\\_1-1.pdf](https://www.automaatioseura.fi/site/assets/files/1426/pid_kirja_1-1.pdf).

Woolf, Peter (2021). *9.3: PID Tuning via Classical Methods*. URL: [https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Industrial\\_and\\_Systems\\_Engineering/Book%3A\\_Chemical\\_Process\\_Dynamics\\_and\\_Controls\\_\(Woolf\)/09%3A\\_Proportional-Integral-Derivative\\_\(PID\)\\_Control/9.03%3A\\_PID\\_Tuning\\_via\\_Classical\\_Methods#:~:text=The%20most%20common%20classical%20controller,the%20system%20is%20not%20available..](https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Industrial_and_Systems_Engineering/Book%3A_Chemical_Process_Dynamics_and_Controls_(Woolf)/09%3A_Proportional-Integral-Derivative_(PID)_Control/9.03%3A_PID_Tuning_via_Classical_Methods#:~:text=The%20most%20common%20classical%20controller,the%20system%20is%20not%20available..)