

LAPPEENRANNAN-LAHDEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

School of Engineering Science

Laskennallisen tekniikan koulutusohjelma

Kandidaatintyö

Henri Ropponen

Biljardilyönnin analysointi kiihtyvyyssanturin ja gyroskoopin avulla

Ohjaaja: TkT Jouni Sampo

TIIVISTELMÄ

Lappeenrannan-Lahden teknillinen yliopisto

School of Engineering Science

Laskennallisen tekniikan koulutusohjelma

Henri Ropponen

Biljardilyönnin analysointi kiihtyvyyssanturin ja gyroskoopin avulla

Kandidaatintyö

2021

44 sivua, 41 kuvaa, 24 taulukkoa, 6 liitettä

Ohjaaja: TkT Jouni Sampo

Avainsanat: biljardi; snooker; kiihtyvyyssanturi; gyroskooppi

Tässä kandidaatin työssä tutkitaan mahdollisuutta hyödyntää nykyaikaista teknologiaa biljardissa. Tutkimuksen taustana ovat muut urheilulajit, joissa hyödynnetään sekä kiihtyvyyssantureita että kameroita. Näistä urheilulajeista tyypillisin on golf, jossa laadukkaat simulaattorit tarjoavat pelaajalle reaaliajassa simulaation lyöntitapahtumasta.

Tutkimus tarjoaa informaatiota taitotason vaikutuksesta lyönnissä vaikuttaviin eri suureisiin. Tällaisia suureita ovat esimerkiksi voimantuotanto, sivuttaissuuntainen liike ja biljardikepin asento lyönnin aikana. Tässä tutkimuksessa analysoidaan yhteensä viittä eri biljardin pelaajaa neljässä eri lyönnissä. Työssä hyödynnetään kahta eri kiihtyvyyssanturia, joista toinen sijoittuu biljardikepin päytyyn ja toinen pelaajan päähän kiinni hikipannalla.

Tutkimuksen tuloksista ilmenee kuinka korkeamman taitotason omaava pelaaja pystyy toistamaan lyönnin hyvin samankaltaisesti muuttamatta asentoa tai lyöntityyliä. Vastaavasti matalamman taitotason pelaajien tuloksista havaitaan enemmän vaihtelua. Tutkimus tarjoaa perustan lyönnin analyysin jatkokehitykselle, johon kuuluu muun muassa järjestelmän automatisointi ja luokittelualgoritmin kehittäminen.

Sisällys

Symboli- ja lyhenneluettelo	5
1 JOHDANTO	6
1.1 Tausta	6
1.2 Tutkimusongelma, tavoitteet ja rajaus	6
1.3 Tutkimusmetodologia	7
1.4 Tutkimusjärjestelyt	7
2 KIRJALLISUUSKATSAUS	8
3 MALLIN TAUSTA JA TEORIA	9
3.1 Liikemäärän säilyminen biljardissa	9
3.2 Kiihtyvyyssanturin ja gyroskoopin toimintaperiaate	11
3.3 Anturin asennon määrittäminen painovoiman avulla	13
3.4 Anturin asennon määrittäminen MATLABin imufilter()-funktiolla	17
3.5 Tilastollinen analyysi	20
4 AINEISTO JA OHJELMISTOT	22
4.1 Yost Labs 3-Space Suite	22
4.2 MathWorks MATLAB (R2020b)	24
4.3 Lyöntitilanteiden esittely	25
5 TULOKSET	27
5.1 imufilter()-funktion rotaatiomatriisi	27
5.2 Kiihtyvyyssanturin herkkyys ja mittausvirhe	28

5.3	Biljardikepin asento lyönnin aikana	30
5.4	Biljardikeppiin tuotettu voima ja nopeus	35
5.5	Kepin kiertymä ja sivuttaissuuntainen poikkeama	36
5.6	Hikipannan kokonaiskiihtyvyys	38
5.7	Poikkeavat tulokset	39
6	KESKUSTELU	41
7	JOHTOPÄÄTÖKSET	43
	LÄHTEET	44
	Taulukot	45
	Kuvat	47
	Liitteet	
	Liite 1: \bar{F}_y jakaumat taitotasoilla 5 ja 4	
	Liite 2: $[\bar{F}_y]_S$, $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$, v_{max} ja t_a taulukoituna	
	Liite 3: Sivuttaissuuntainen poikkeama $\Delta\bar{x}_a$ ensimmäisessä lyöntitilanteessa	
	Liite 4: Biljardikepin kiertymä γ ensimmäisessä plyöntitilanteessa	
	Liite 5: Normaalijakautuneisuuden testaus	
	Liite 6: Hypoteesitestit taulukoille 3 ja 7	

Symboli- ja lyhenneluettelo

α	Kriittinen arvo hypoteesitestissä
γ	Kepin pyörähdys y-akselin ympäri lyönninaikana
Δd	Matka, jonka kohdepallo poikkeaa metrin matkalla
Δx	Kiven poikkeama suoraviivaisesta linjasta
ν	Studentin t-testin vapausaste
ϕ	Biljardikepin pyörähdyskulma pituussuuntaisen akselinsa ympäri
ψ	Biljardikepin nousukulma suhteessa pöytään
θ	Kulma, jonka suuntaan kohdepallo liikkuu törmäyksen jälkeen
ω	Kulmanopeus
$[\bar{a}]_S$	Kiihtyvyys sensorin koordinaatistossa
$[\bar{a}_i]_S$	Kiihtyvyyssanturin arvo suunnassa i
$[\bar{a}]_W$	Kiihtyvyys maailman koordinaatistossa
$[\bar{a}_g]_S$	Sensorin koordinaatistossa kiihtyvyys, josta on poistettu putoamiskiihtyvyys
$[\bar{a}_g]_W$	Maailman koordinaatistossa kiihtyvyys, josta on poistettu putoamiskiihtyvyys
$[\bar{a}_{\text{sivuttais}}]_W$	Sivuttaissuuntainen kiihtyvyys maailman koordinaatistossa
\bar{G}_i	Putoamiskiihtyvyys suuntaan i
H_i	Hypoteesi
k	Jousivakio
L	Kulmaliikemäärä
P	P-luku hypoteesitestissä
r	Pallon säde
$[R]_W$	Rotaatiomatriisi maailman koordinaatistossa
R_{ij}	Rotaatiomatriisin rivin i sarakkeen j alkio
s	Otoshajonta
S	Jousen poikkeama tasapainoasemastaan
t	Studentin t-testin t-arvo
t_a	Kiihdytysaika
v_{max}	Maksiminopeus osumahetkellä

1 JOHDANTO

1.1 Tausta

Kiihtyvyyssanturit ja gyroskoopit mahdollistavat urheilussa tapahtuvien liikkeiden mallin-
nuksen, jonka avulla voidaan havainnollistaa eroavaisuuksia ideaaliseen liikkeeseen. Eri liik-
keiden määrittämiseen tarvitaan paljon aineistoa, jotta niihin sisältyviä ominaisuuksia voi-
daan analysoida. Tällaisia ominaisuuksia ovat esimerkiksi lyöjän taitotaso ja eri lyöntitilan-
teet. Näistä urheilulajeista tyypillisin on golf *SkyTrak Launch Monitor 2021* sekä Ueda et al.
2013.

Biljardissa ideana on lyödä kepillä palloa, joka on yleensä valkoinen. Tätä palloa kutsutaan
kiveksi. Kivelle annettulla liikkeellä pyritään osumaan toiseen palloon ja tavoitteena on pus-
sittaa kohdepallo ilman, että kivi menee pussiin. Biljardin alalajeja ovat muun muassa kasi-
pallo, ysipallo ja snooker, joissa pätee sama periaate pussituksessa. Lyöntitapahtumassa ke-
pin heilunta pysty- ja vaakasuunnissa on kriittistä, koska se määrittää lyönnin kohdistuman
biljardipalloon. Näistä suunnista vaakasuunta on kriittisempi pallon pussituksen kannalta,
koska sen vaikutus pallon sivuttaissuuntaiseen liikerataan on ratkaisevampi tekijä.

1.2 Tutkimusongelma, tavoitteet ja rajaus

Tutkimuksen pääongelma on analysoida biljardilyöntien toteutuksia ja ominaisuuksia eri tai-
totasoilla. Työ pyrkii luomaan seuraaviin kysymyksiin vastaukset: “Onko lyönnissä teknisiä
virheitä, joita lyöjä ei itse huomaa?”, “Kuinka hyvä harjoittelijan taitotaso on teknisesti?” ja
“Kuinka hyvin lyöjä pystyy toistamaan lyönnin?”

Tutkimus pyrkii tarjoamaan kaiktasoisille pelaajille informaatiota teknisestä tasosta. Työ
on rajattu siten, että tutkimus keskittyy toistoharjoituslyönteihin neljässä eri lyöntitilan-
teessa. Kaikki lyönnit suoritetaan snookerin peliympäristössä, mutta täysin saamaa tutki-
mustapaa voidaan hyödyntää muissakin pelimuodoissa. Tässä työssä syvennyttään vain bil-
jardikepin ja pelaajan liikkeeseen, jolloin kohdepallon liike kuuluu rajauksen ulkopuolelle.
Lisäksi rajauksessa poissuljetaan mittausdatan paloittelun automatisointi.

1.3 Tutkimusmetodologia

Työssä hyödynnetään kahta kiihtyvyyssanturia, joilla mitataan tietoa biljardikepin ja lyöjän liikkeestä. Kuvassa 1 alempi kiihtyvyyssanturi liimataan jatkovarteen, joka kierretään biljardikeppiin kiinni. Kepissä olevalla anturilla mitataan kiihtyvyyssanturin ja gyroskoopin arvoja, joilla mallinnetaan lyönnin liikerataa. Kuvan 1 ylempi anturi kiinnitetään hikipantaan, joka sijoittuu lyöjän päähän. Tällä anturilla pystytään tarkastelemaan lyöjän muun vartalon käyttäytymistä lyönnin aikana. Lyöjän tavoitteena on pysyä mahdollisimman paikoillaan lyödessään. Molemmilta antureilta saatava informaatio yhdistetään yhdeksi kokonaisuudeksi, joka osoittaa lyöntitapahtumassa tapahtuvan liikkeen. Tässä työssä lyönnin ominaisuuksien vertailu tapahtuu silmämääräisesti ja hypoteesitesteillä.



Kuva 1. Työssä käytettävä mittauslaitteisto.

1.4 Tutkimusjärjestelyt

Työ on jaoteltu seitsemään eri osaan. Kirjallisuuskatsaus sisältää tarkastelua ja havaintoja laajemmasta aihepiiristä, jossa vastaavanlaisia lähestymistapoja hyödynnetään muissa tutkimuksissa. Mallin tausta ja teoria -osio käsittelee fysikaalisia ilmiöitä sekä muodostaa matemaattiset mallit, joilla saadaan aineisto käytettävään muotoon. Aineisto ja ohjelmistot -osio kattaa tutkimuksessa käytettävien ohjelmistojen toiminnallisuuksia ja käyttötapoja työn kannalta sekä esitellään aineisto. Tulokset -osiossa esitetään lukijalle tulokset, jotka saadaan ohjelmistoilta. Keskustelu -osiossa kootaan tulokset ja käydään keskustelua ongelmista, joilla on vaikutusta tuloksiin. Lopuksi todetaan johtopäätökset.

2 KIRJALLISUUSKATSAUS

Kun perehdytään tutkimuksen taustalla olevaan kirjallisuuteen teknologian hyödyntämisestä urheilussa, havaitaan tieteellisten tutkimusten määrän olevan rajoitettua. Vastaavasti yritysten omistamia verkkosivuja löytyy lukuisia määriä, kuten esimerkiksi SkyTrakin valmistama golfsimulaattori *SkyTrak Launch Monitor 2021*. Tällaiset lähteet eivät kuitenkaan aina anna todenmukaista kuvaa tuloksista ja mallin sisäisestä teoriasta. Tässä työssä havainnollistetaan vain tieteellisten tutkimusten johtopäätöksiä.

Kornfeind et al. 2015 on aiheeseen liittyvä lyhyempi tutkimus, jossa hyödynnetään biljardi-keppiin asennetun kiihtyvyysanturin lisäksi kahdeksaa tavanomaista kameraa ja yhtä suurnopeuskameraa. Tutkimuksesta ilmenee, että jopa korkeatasoisten pelaajien välillä on eroavaisuuksia niin nopeuksissa kuin lyöntikulmissa.

Tutkimuksen laajempaan aihepiiriin liittyy vahvasti myös golfissa käytettävät simulaattorit, jotka simuloivat pelaajan lyöntejä. Ueda et al. 2013 on golfista tehty tutkimus, jossa hyödynnetään vastaavaa lähestymistapaa. Tutkimuksessa kiihtyvyysanturi ja gyroskooppi asennetaan golfmailan päähän mittaamaan mailan liikerataa ja kulmakiihtyvyyttä. Tutkimuksesta ilmenee, kuinka paljon mailan asento ylä- ja ala-asennoissa vaihtelee lyöntien välillä.

Steels et al. 2020 on tutkimus sulkapallosta, jossa hyödynnetään data-analytiikkaa ja koneoppimista. Tutkimuksessa opetetaan ja optimoidaan konvoluutioneuroverkko, joka pystyy erottamaan kiihtyvyysanturin ja gyroskoopin lukemilla yhdeksän eri peliliikettä jopa 99 % tarkkuudella. Tutkimuksesta ilmenee myös gyroskoopin tärkeys, joka mahdollistaa anturin orientaation määrittämisen tarkemmin. Jos gyroskooppi poistetaan käytöstä, laskee tarkkuus 86 %:iin.

3 MALLIN TAUSTA JA TEORIA

3.1 Liikemäärän säilyminen biljardissa

Täysin kimmainen törmäys on tyypillinen tapa kuvata biljardissa tapahtuvan liikemäärän säilymistä. Lyönnistä johtuvan pallojen liikeradat määräytyvät likimain liikemäärän säilymislaista ja Newtonin III laista. Tarkastellaan seuraavaksi tilannetta, jossa ei huomioida kitkavoimaa eikä voimaa, joka kohdistuu törmäyksestä lyöjän käteen. Lisäksi tilanteessa pidetään pallojen kulmaliikemääriä L mitättöminä. On kuitenkin huomioitava, että kulmaliikemäärä L voi olla merkittävässä roolissa lyönnistä ja tilanteesta riippuen. Jos kivelle tuotetaan lyönnissä kierrettä, siirtyy kohdepallolle osa tästä kierteestä pallojen välisessä törmäyksessä. Kierre mahdollistaa pallolle liikeradan, joka ei ole yksisuuntainen.

Biljardikeppiin tuotettu voima F muuttuu liike-energiaksi kivelle ja biljardikepille, jota pelaaja jarruttaa kädellään. Koska kivi on levossa ennen osumaa, sen liikemäärän muutos Δp on osumahetken impulsissa vaikuttava voima.

Yhtälössä (1) esitetään liikemäärän säilyminen kiven ja kohdepallon törmäyksessä

$$m_1 \bar{v}_{1,1} + m_2 \bar{v}_{2,1} = m_1 \bar{v}_{1,2} + m_2 \bar{v}_{2,2}, \quad (1)$$

jossa $\bar{v}_{1,1}$ ja $\bar{v}_{2,1}$ ovat pallojen nopeudet ennen törmäystä. Vastaavasti $\bar{v}_{1,2}$ ja $\bar{v}_{2,2}$ ovat lyönnin jälkeisiä nopeuksia.

Yhtälössä (2) on pallojen kulmaliikemäärät ennen ja jälkeen törmäystä. Koska tarkasteltavassa tilanteessa liikemäärät ovat mitättömiä, jätetään yhtälön (2) merkityksen tarkastelu huomiomatta.

$$L_{1,1} + L_{2,1} = L_{1,2} + L_{2,2} \quad (2)$$

Koska kohdepallo on levossa ennen törmäystä, voidaan liikemäärän säilyminen lausua

$$m_1 \bar{v}_{1,1} = m_1 \bar{v}_{1,2} + m_2 \bar{v}_{2,2}. \quad (3)$$

Tyypillisesti kaikki biljardissa käytettävät pallot ovat yhtä isoja ja painavia, joten yhtälö (3) sieventyy muotoon

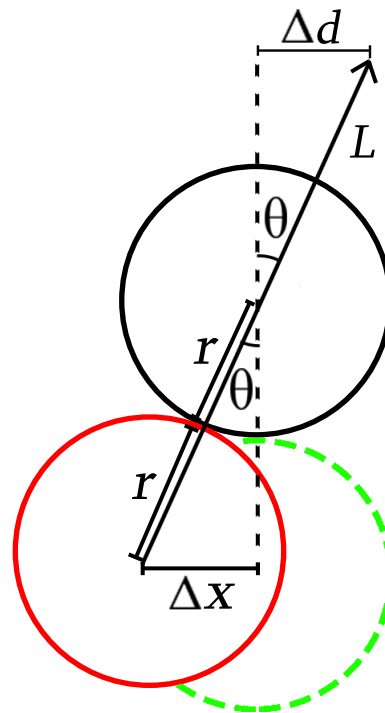
$$\bar{v}_{1,1} = \bar{v}_{1,2} + \bar{v}_{2,2}. \quad (4)$$

Liikemäärän säilyminen voidaan täten esittää yhtälön (4) yksinkertaistetussa tilanteessa vain pallojen nopeuksien avulla. Tällaisessa tilanteessa kiven alkunopeus $\bar{v}_{1,1}$ määrittää pallojen suunnat törmäyksen jälkeen. Tyypillisesti, jos biljardikeppiin tuotetaan suurempi voima ja nopeus, on todennäköisempää, että nopeudet $\bar{v}_{1,2}$ ja $\bar{v}_{2,2}$ poikkeavat odotuksesta kulmaliiikemäärän kasvaessa.

Kuva 2 havainnollistaa törmäystä, jossa kiven keskipiste poikkeaa Δx verran oletetusta suoraviivaisesta linjasta. Poikkeaman Δx myötä kulma θ peilautuu kohdepallon toiselle puolelle, jonka suuntaan se liikkuu törmäyksen jälkeen. Seuraavaksi esitetään esimerkki, jossa kiven poikkeama Δx on 3 mm. Kasipallossa käytettävien pallojen säde r on tyypillisesti 28.5 mm. Yhtälöllä (5) saadaan kulma θ , jonka avulla voidaan laskea yhtälöllä (6) poikkeama Δd . Tässä esimerkissä kohdepallon kulkema matka L on metri. Lopputuloksesta nähdään, kuinka merkittävästi pienikin arvo Δx :ssa vaikuttaa kohdepallon liikerataan.

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\Delta x}{2r}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{3.0 \text{ mm}}{2 \cdot 28.5 \text{ mm}}\right) = 3.017^\circ \quad (5)$$

$$\Delta d = \sin(\theta)L = \sin(3.017^\circ) \cdot 1000 \text{ mm} \approx 52.6 \text{ mm} \quad (6)$$



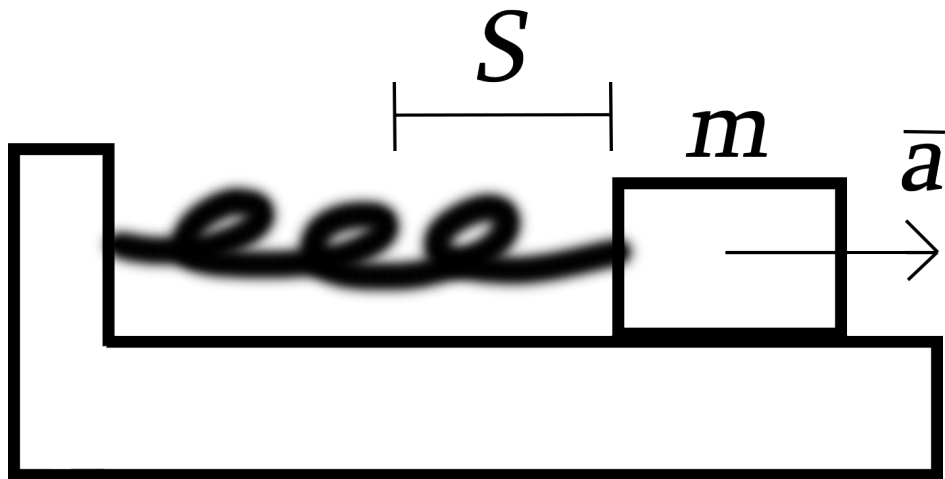
Kuva 2. Kiven poikkeaman vaikutus kohdepallon liikerataan.

Snookerissa pallojen säde r on 26.25 mm, joka aiheuttaa samankaltaisessa tilanteessa 57.1 mm poikkeaman Δd . Tästä syystä tavanomaisessa kasipallossa tapahtuvat virhelyönnit ovat anteeksiantavaisempia kuin snookerissa.

Esimerkiksi poolpöydässä käytettävät nurkkapussit ovat leveydeltään noin 114 mm, joka on kaksi kertaa pallon halkaisija. Jos pallo pussitetaan keskeltä, jää pallolle säteen r verran väljyyttä molemmille puolille. Voidaan siis todeta, että millimetrienkin poikkeamat Δx :ssa johtavat tilanteeseen, jossa ei synny odotettua pussitusta.

3.2 Kiihtyvyyssanturin ja gyroskoopin toimintaperiaate

Kiihtyvyyssantureiden toiminta perustuu niiden sisäänrakennettujen jousien käyttäytymiseen. Kuvassa 3 on 2D-mallinnus kiihtyvyyssanturista, jossa jousi asennetaan tietyn painoiseen massa m kiinni. Kun anturi on kiihtyvässä liikkeessä, poikkeaa massa tasapainoasemastaan S verran. Kolmen jousen asennuksella mahdollistetaan 3D-mallinnus kiihtyvyyksistä. Kun tiedetään asennettujen jousien jousivakiot k ja niiden siirtymät tasapainoasemasta S , voidaan yhtälössä (7) Hooken lailla laskea kyseisessä suunnassa vaikuttava jousivoima.



Kuva 3. Kiihtyvyyssanturin jousen poikkeama tasapainoasemastaan.

$$\bar{F} = -kS \quad (7)$$

Newtonin II lain eli dynamiikan peruslain mukaan anturiin asennettuun massa m vaikuttava voima on muotoa $\bar{F} = m\bar{a}$. Kun yhdistetään tämä laki yhtälöllä (7), saadaan

$$-kS = m\bar{a}$$

$$\bar{a} = \frac{-kS}{m}, \quad (8)$$

jossa k ja m ovat vakioita. Kiihtyvyyden määrittämiseen tarvitaan siis vain reaaliaikainen informaatio siirtymästä S . Koska siirtymä S ja kiihtyvyys a ovat yhdensuuntaisia, saadaan yhtälöstä (8) jousensuuntainen kiihtyvyys.

Gyroskooppi mittaa anturin pyörimistä akselinsa ympäri. Sen avulla voidaan määrittää kappaleen orientaatio tarkemmin, koska kiihtyvyyssanturilta voidaan lukea vain jousien suuntaista liikettä. Useasti gyroskoopin ja kiihtyvyyssanturin lisäksi anturiin sijoitetaan magnetometri, joka pyrkii etsimään pohjois/etelä -suunnan maapallon magneettikentän avulla. Koska magnetometrin toiminta perustuu magneettikentän voimakkuuksiin, on se hyvin herkkä ulkopuolisille magnetoituville lähteille kuten eräille metalleille. Kun yhdistetään näiden kolmen komponentin ominaisuudet, voidaan ilmaista hyvinkin tarkasti kappaleen liikettä ja orientaatiota.

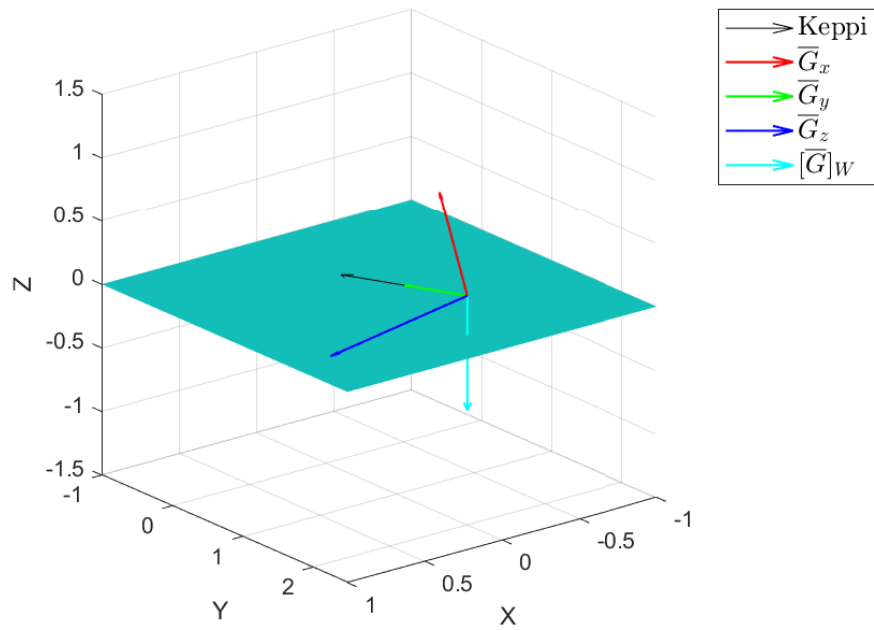
3.3 Anturin asennon määrittäminen painovoiman avulla

Tutkimusta tehdessä huomataan, että anturin orientaation ulostulo on epäluotettava. Tästä syystä asennon määrittämistä tutkitaan kahdella eri tapaa, joista toinen tapahtuu putoamiskiihtyvyyden avulla ja toinen MATLABin `imufilter()`-funktioilla, *imufilter System object* 2018.

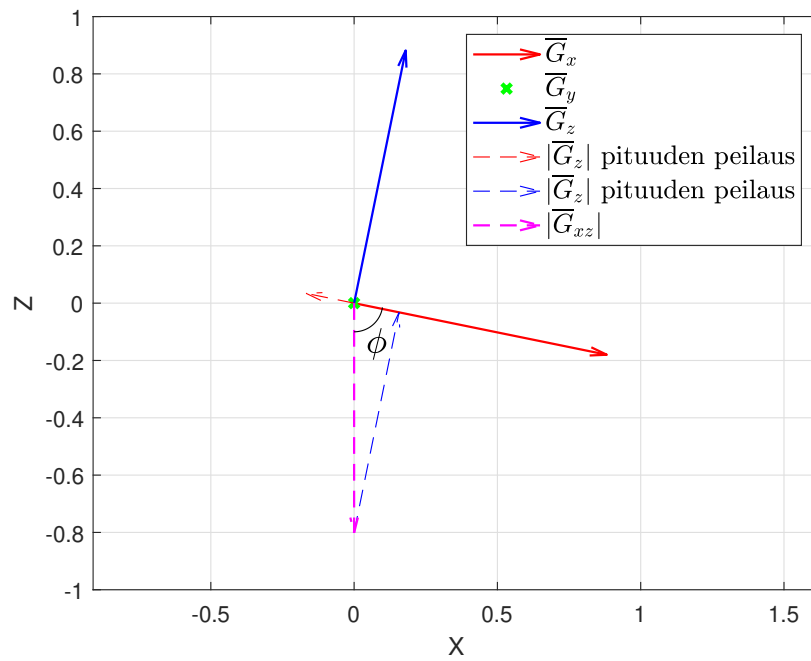
Käsitellään ensin asennon määrittäminen painovoiman avulla. Kun tutkitaan painovoiman jakautumista eri kiihtyvyyksien komponenteille, voidaan todeta kiihtyvyyksianturin raakadatan olevan luotettavaa. Työssä tehdään oletus, että biljardikeppi on levossa hetkellisesti ennen lyönnin aloittamista. Syy oletukselle on siinä, että jotkut pelaajat tekevät sahausliikkeen ennen lopullista kiihdytystä. Kyseiseltä ajalta lasketaan keskiarvo jokaiselle kiihtyvyyden suunnalle. Oletuksen myötä tiedetään kokonaiskiihtyvyyden olevan 1 G, jonka avulla lasketaan sensorin orientaatio.

Kuva 4 havainnollistaa biljardikepin asentoa lyönnin aikana, jossa putoamiskiihtyvyys jakautuu yksikkövektoreiden \bar{G}_x , \bar{G}_y ja \bar{G}_z suuntiin kiihtyvyyksianturin koordinaatistossa. Koska oletuksessa anturiin ei kohdistu ulkopuolista kiihtyvyyttä, saadaan kyseisten vektoreiden todelliset pituudet suoraan kiihtyvyyksianturin ulostuloista. \bar{G}_y on tilanteesta riippumatta aina kepin suuntainen. Vastaavasti \bar{G}_x ja \bar{G}_z muodostavat tason, joka on kohtisuorassa kiihtyvyyteen \bar{G}_y . Kuvassa 4 putoamiskiihtyvyyttä maailman koordinaatistossa merkitään $[\bar{G}]_W$.

Kuvassa 5 esitetään tilanne, jossa suurin osa putoamiskiihtyvyydestä jakautuu vektoreiden \bar{G}_x ja \bar{G}_z suuntiin. Pyörähdyskulmaa sensorin y-akselin ympäri merkitään ϕ :llä, joka lasketaan yhtälöllä (9), jossa itseisarvoilla korostetaan vektoreiden pituuksia. Yhtälön (9) nimittäjä on muotoa $|\bar{G}_{xz}| = |\bar{G}_x + \bar{G}_z|$.



Kuva 4. Yleiskuva biljardikepin asennosta lyönnin aikana.

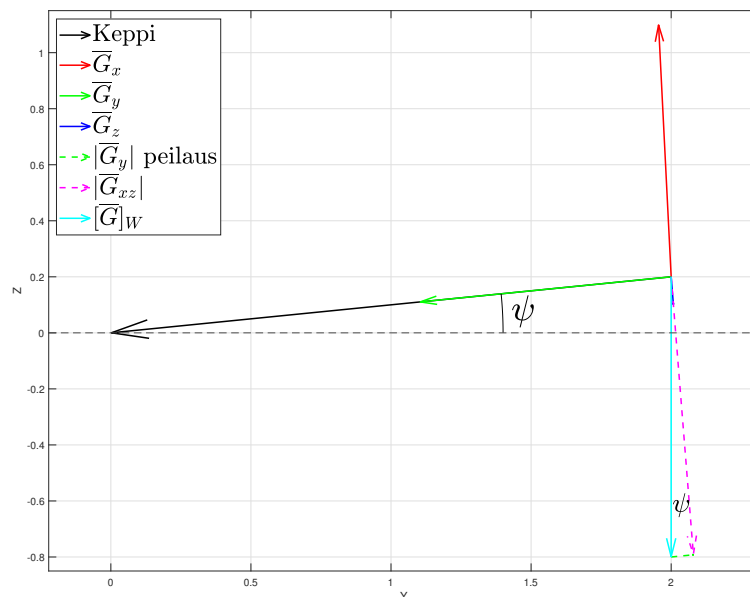


Kuva 5. Putoamiskiivyyden jakautuminen \vec{G}_x ja \vec{G}_z suuntiin.

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{|\bar{G}_x|}{|\bar{G}_{xz}|} \right) \quad (9)$$

Kuvassa 6 havainnollistetaan kulmaa ψ , joka kuvaa maailman koordinaatistossa biljardikepin nousukulmaa pöytään nähden. Kulma ψ lasketaan yhtälöstä (10), jossa osoittaja on vektorin \bar{G}_y pituus. Tavanomaisesti \bar{G}_y :n pituus on huomattavasti pienempi, kuin \bar{G}_x :n ja \bar{G}_z :n pituudet. Pelaajasta riippuen kulma ψ voi muuttua lyönnin aikana huomattavan paljon, mutta on silti tavoiteltavaa pitää kulman muutosta mahdollisimman pienenä.

Painovoiman avulla voidaan laskea kulmat ϕ ja ψ , mutta kolmannen kulman määrittelyssä tulee hyödyntää lisäksi gyroskoopin arvoja pyörimisliikkeestä. Kyseinen kulma antaa informaation pyörähdyksestä z-akselin ympäri, mikä kuvaa maailman koordinaatistossa pelaajan sijaintia biljardipöydän ympäri. Tämä ei kuitenkaan ole tutkimuksen kannalta oleellista tietoa, jonka takia kyseistä kulmaa ei käsitellä tässä työssä.



Kuva 6. Biljardikepin nousukulma ψ pöytään nähden.

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{|\bar{G}_y|}{|\bar{G}_{xz}|} \right) \quad (10)$$

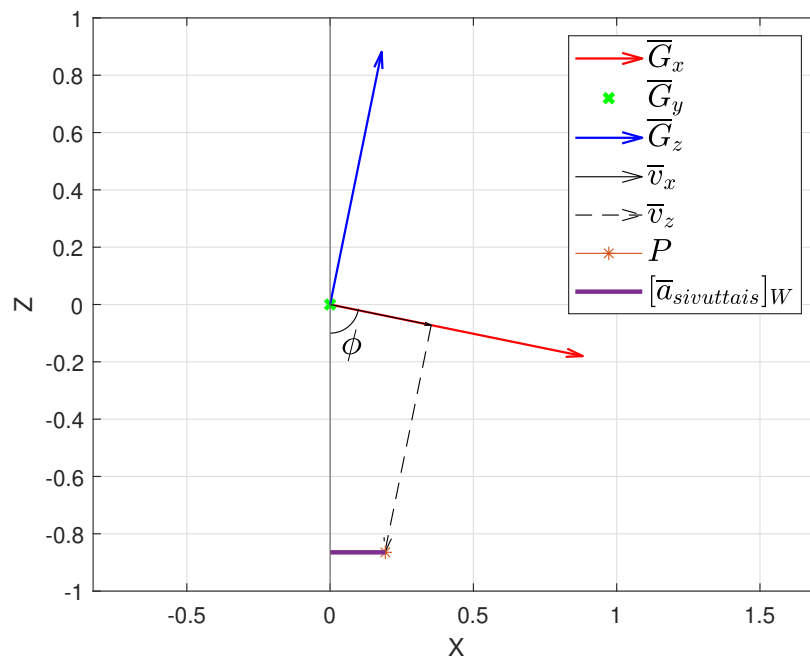
Työssä tehdään oletus, että biljardikepin pyörähdyskulma ϕ pysyy likimain vakiona yksittäisen lyönnin aikana. Tämän oletuksen myötä voidaan tutkia sivuttaissuuntaista kiihty-

vyttä kahden vektorin lineaarikombinaatiolla. Yhtälössä (11) esitetään vektori \bar{v}_x , jonka suunta on anturin x-kiihtyvyyden suuntainen. Koska anturin z-kiihtyvyys on kohtisuorassa vektoria \bar{v}_x , voidaan z-suuntainen kiihtyvyys lausua \bar{v}_x :n yksikkövektorin avulla yhtälön (12) tavoin. Yhtälöissä (11) ja (12) esiintyvät $[\bar{a}_x]_S$ ja $[\bar{a}_z]_S$ ovat kiihtyvyyksianturilta saatavia arvoja suunnissa x ja z.

$$\bar{v}_x = \begin{bmatrix} \sin(\phi) \\ \cos(\phi) \end{bmatrix} [\bar{a}_x]_S \quad (11)$$

$$\bar{v}_z = \frac{\bar{v}_x}{|\bar{v}_x|} [\bar{a}_z]_S \quad (12)$$

Yhtälössä (13) esitetään vektoreiden \bar{v}_x ja \bar{v}_z lineaarikombinaatio, jonka avulla päädytään kuvassa 7 pisteeseen P . Pisteen P poikkeama sivuttaissuunnassa pysty akselista kertoo kiihtyvyyksianturin sivuttaissuuntaisen kiihtyvyyden maailman koordinaatistossa $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$. Kuvan 7 tapauksessa kiihtyvyydet $[\bar{a}_x]_S$ ja $[\bar{a}_z]_S$ ovat arvoiltaan 0.36 G ja 0.81 G. Tällaisessa tilanteessa kulma θ on 78.5° ja sivuttaissuuntainen kiihtyvyys 0.19 G.



Kuva 7. Sivuttaissuuntaisen kiihtyvyyden määrittäminen.

$$P = \bar{v}_x + \bar{v}_z = \begin{bmatrix} \sin(\phi) \\ \cos(\phi) \end{bmatrix} [\bar{a}_x]_S + \frac{\bar{v}_x}{|\bar{v}_x|} [\bar{a}_z]_S \quad (13)$$

Kun tehdään oletukselle virhearvio tilanteessa, jossa kulma θ kasvaakin yhdellä asteella lyönnin aikana, saadaan sivuttaissuuntaiseksi kiihtyvyydeksi 0.21 G. Näinkin pieni muutos kulmassa aiheuttaa yli 10 % suhteellisen virheen.

Lyönninaikainen sivuttaissuuntainen poikkeama saadaan integroimalla kiihtyvyyden $[\bar{a}_{\text{sivuttais}}]_W$ kahdesti. Vastaavasti, jos halutaan tutkia nopeutta, kiihtyvyyden integroidaan kerran. Biljardikepin kärjen poikkeama vaatii tiedon tukikäden etäisyydestä kiveen. Tukikättä voidaan pitää nivelenä kepillä. Tällaisessa tapauksessa kepin kärjen poikkeama muuttuu differentiaaliyhtälön tavoin, koska nivel jakaa kepin kahteen osaan, joiden pituudet ovat ajan funktioita. Näiden pituuksien ja trigonometrian tangentin avulla voidaan peilata anturin puoleinen poikkeama kiven puolelle. Tässä tutkimuksessa ei kuitenkaan mitata nivelen etäisyyttä kivistä, mutta jatkotutkimuksen kannalta informaatio kepin kärjen poikkeamasta on tavoiteltavaa.

3.4 Anturin asennon määrittäminen MATLABin `imufilter()`-funktiolla

Työssä tutkitaan mahdollisuutta hyödyntää MATLABin `imufilter()`-funktiota kiihtyvyyden anturin orientaation määrittämisessä. Funktio on eräänlainen Kalman-suodin *imufilter System object* 2018, jolle syötetään kiihtyvyyden $[\bar{a}]_S$ ja kulmanopeus $[\bar{\omega}]_S$ sensorin koordinaatistossa. Ulostuloksi funktiolta saadaan rotaatiomatriisi R , jonka käänteismatriisi R^{-1} on rotaatiomatriisi maailman koordinaatistossa $[R]_W$. Koska rotaatiomatriisi on ortogonaalinen, voidaan se esittää maailman koordinaatistossa myös sen transpoosilla $R^{-1} = R^T = [R]_W$. Yhtälö (14) havainnollistaa muunnoksessa käytettävää rotaatiomatriisia, jonka jokainen sarake on yksikkövektori tiettyyn suuntaan. Kun rotaatiomatriisi $[R]_W$ kerrotaan sensorin tuntemalla kiihtyvyydeellä $[\bar{a}]_S$ yhtälön (15) tavoin, saadaan koordinaatistomuunnoksesta kiihtyvyydet maailman koordinaatistossa $[\bar{a}]_W$.

$$[R]_W = \begin{bmatrix} R_{xx} & R_{yx} & R_{zx} \\ R_{xy} & R_{yy} & R_{zy} \\ R_{xz} & R_{yz} & R_{zz} \end{bmatrix}_W \quad (14)$$

$$[\bar{a}]_W = [R]_W [\bar{a}]_S \quad (15)$$

Koska kiihtyvyyssanturi nauhoittaa myös putoamiskiihtyvyyden, tulee maailman koordinaatiston z-suunnasta yhtälön (16) tavoin vähentää 1 G.

$$[\bar{a}_g]_W = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Kun putoamiskiihtyvyys on vähennetty maailman koordinaatistossa, voidaan $[\bar{a}_g]_W$ palauttaa takaisin sensorin tuntemaan koordinaatistoon yhtälöllä (17). $[\bar{a}_g]_S$ on sensorin tuntema kiihtyvyys, joka ei sisällä putoamiskiihtyvyyttä.

$$[\bar{a}_g]_S = [R]_W^T [\bar{a}_g]_W \quad (17)$$

Koska koordinaatistomuunnoksen päätavoitteena on päästä tutkimaan sensorin sivuttaissuuntaista kiihtyvyyttä, valitaan yhtälössä (18) $[\bar{a}_g]_S$ vektorin x ja z-suuntaiset komponentit vektoriin $[\bar{a}_{xz}]_S$. Tämän jälkeen $[\bar{a}_{xz}]_S$ voidaan palauttaa takaisin maailman koordinaatistoon yhtälön (19) tavoin.

$$[\bar{a}_{xz}]_S = \begin{bmatrix} a_{g,x} \\ 0 \\ a_{g,z} \end{bmatrix}_S \quad (18)$$

$$[\bar{a}_{xz}]_W = [R]_W [\bar{a}_{xz}]_S \quad (19)$$

Tutkittaessa pysty- ja sivuttaissuuntaista kiihtyvyyttä liikkuminen tapahtuu rotaatiomatriisin $[R]_W$ ensimmäisen ja kolmannen sarakkeen virittämällä tasolla V . Sivuttaissuuntaisen liikkeen yksikkövektori \bar{v}_1 määritetään yhtälössä (20) tason V virittäjävektoreiden lineaarikombinaatiolla. Kun tiedetään, että vektorin alkio \bar{v}_{1z} tulee olla nolla, voidaan vakio c_2 lausua vakion c_1 avulla.

$$[\bar{v}_1]_W = \begin{bmatrix} \bar{v}_{1x} \\ \bar{v}_{1y} \\ 0 \end{bmatrix}_W = \begin{bmatrix} c_1 R_{xx} + c_2 R_{zx} \\ c_1 R_{xy} + c_2 R_{zy} \\ c_1 R_{xz} + c_2 R_{zz} \end{bmatrix}_W \quad (20)$$

$$c_2 = -\frac{c_1 R_{xz}}{R_{zz}} \quad (21)$$

Koska vektorin \bar{v}_1 tulee olla yksikkövektori, voidaan sen pituuden yhtälöön (22) sijoittaa vakio c_2 yhtälön (21) muodossa. Yhtälöstä (22) saadaan vakiolle c_1 kaksi ratkaisua, joiden avulla voidaan valita vektorin suunta tasolla V vasemmalle tai oikealle. Tässä työssä valitaan vakion c_1 negatiivinen arvo, jolloin suunta kohdistuu oikealle. Valittu arvo sijoitetaan takaisin yhtälöön (21), josta ratkaistaan jäljelle jäänyt vakio c_2 .

$$\sqrt{\left(c_1 R_{xx} - \frac{c_1 R_{xz} R_{zx}}{R_{zz}}\right)^2 + \left(c_1 R_{xy} - \frac{c_1 R_{xz} R_{zy}}{R_{zz}}\right)^2} = 1 \quad (22)$$

Pystysuuntainen vektori \bar{v}_2 muodostetaan vastaavanlaisesti tason V virittäjävektoreiden lineaarikombinaatiolla. Vektorin \bar{v}_2 tapauksessa tulee yhtälössä (23) huomioida myös anturin z -suuntainen kiihtyvyyys. Vektorin \bar{v}_2 vakioiden d_1 ja d_2 laskeminen aloitetaan hyödyntämällä vektoreiden \bar{v}_1 ja \bar{v}_2 välistä kulmaa. Tiedetään, että vektorit ovat kohtisuorassa toisiinsa, jolloin täytyy niiden pistetulo olla nolla yhtälössä (24).

$$[\bar{v}_2]_W = \begin{bmatrix} \bar{v}_{2x} \\ \bar{v}_{2y} \\ \bar{v}_{2z} \end{bmatrix}_W = \begin{bmatrix} d_1 R_{xx} + d_2 R_{zx} \\ d_1 R_{xy} + d_2 R_{zy} \\ d_1 R_{xz} + d_2 R_{zz} \end{bmatrix}_W \quad (23)$$

$$\bar{v}_{1x} \cdot \bar{v}_{2x} + \bar{v}_{1y} \cdot \bar{v}_{2y} + 0 \cdot \bar{v}_{2z} = 0 \quad (24)$$

Sijoitetaan yhtälöstä (23) \bar{v}_{1x} , \bar{v}_{1y} ja \bar{v}_{1z} yhtälöön (24), josta ratkaistaan vakio d_2 .

$$d_2 = -d_1 \frac{\bar{v}_{1x} R_{xx} + \bar{v}_{1y} R_{1y}}{\bar{v}_{1x} R_{zx} + \bar{v}_{1y} R_{zy}} \quad (25)$$

Yhtälön (25) muodossa oleva vakio d_2 voidaan nyt sijoittaa yhtälön (22) tavoin sen pituuden yhtälöön, josta saadaan vakiolle d_1 arvo. Saatu arvo sijoitetaan takaisin yhtälöön (25), josta ratkaistaan jäljelle jäänyt d_2 . Kun tiedetään vakioiden c_1 , c_2 , d_1 ja d_2 arvot, voidaan vektorit $[\bar{v}_1]_W$ ja $[\bar{v}_2]_W$ lausua yksiselitteisesti.

Koordinaatistomuunnoksesta saatu kiihtyvyyss $[\bar{a}_{xz}]_W$ peilataan skalaariprojektiolla \bar{v}_1 suuntaiseksi. Tällöin lopputuloksena on kepin kiihtyvyyss sivuttaissuunnassa $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$.

$$[\bar{a}_{sivuttais}]_W = \frac{[\bar{a}_{xz}]_W \cdot \bar{v}_1}{|\bar{v}_1|} \quad (26)$$

3.5 Tilastollinen analyysi

Anturilta saataviin arvoihin liittyy aina epävarmuutta, jonka suuruutta havainnollistetaan työssä otoshajonnalla s . Yhtälössä (27) esitetään otoskeskihajonta, jolla kuvataan työssä myös tulosten eroavaisuuksia. Analysoitaessa mittaustulosten tarkkuutta on hyödyllistä tutkia suhteellista virhettä, joka saadaan jakamalla keskihajonta s mittausten keskiarvolla \bar{x} . Suhteellinen virhe kertoo, kuinka merkittävää hajonta on suhteellisesti. Kun anturi asetetaan lepoon, voidaan arvioida saatujen tulosten virheellisyyttä, koska hajonnan tulisi levossa olla pientä. Useasti antureilta saatavaa raakadataa parannetaan suodattamalla sitä eri algoritmien avulla, jolloin hajonta pienenee huomattavasti, mutta tulosten virheellisyys kasvaa. Tässä työssä käytetään vain suodattamatonta dataa.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (27)$$

Jos biljardikepin asento lasketaan putoamiskiihtyvyyden avulla, se voidaan määrittää kahdesta eri kohtaa mittaustuloksista: joko huomattavasti ennen lyöntiä tai juuri ennen kiihdyttämisen aloittamista. Näiden kahden sijainnin eron merkittävyyttä havainnollistetaan yhtälön (28) t-testillä, jossa \bar{x}_i on otoskeskiarvo ja n_i otosten määrä. Testi mahdollistaa kahden toisistaan riippumattoman otoksen hypoteesin testauksen. Tällaisessa tilanteessa hypoteeseiksi muodostuu $H_0 : \psi_1 = \psi_2$ ja $H_1 : \psi_1 \neq \psi_2$. Jos nollahypoteesi jää voimaan, voidaan kumpaakin sijaintia pitää yhtäpitävinä asennon laskemisessa.

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad (28)$$

Hypoteesin testauksessa vaaditaan myös P-luku, joka kertoo todennäköisyyden sille onko nollahypoteesi H_0 totta. P-luku saadaan sijoittamalla saatu t-testisuure ja vapausaste ν esimerkiksi Excelin T.DIST.2T()-funktioon. Jos P-luku on suurempi kuin α , hyväksytään nollahypoteesi H_0 .

Kun työssä testataan jakauman normaalijakautuneisuutta, hyödynnetään Kolmogorov-

Smirnovin testiä, joka visualisoi testattavan otoksen normaalijakautuneisuutta. Testissä verrataan otoksen kertymäfunktia normaalijakautuneeseen kertymäfunktioon. Testi voidaan suorittaa yksinkertaisesti MATLABin `kstest()`-funktiolla `kstest 2006`, josta saadaan hylätty tai hyväksytty nollahypoteesi sekä P-luku.

Tutkimuksen kannalta tärkeässä roolissa on myös otoshajontojen välinen tarkastelu, joka suoritetaan Fisherin F -jakaumalla. Tässäkin hypoteesitestissä hypoteesit ovat muotoa: $H_0 : s_1 = s_2$ ja $H_1 : s_1 \neq s_2$. F -testisuure lasketaan yhtälön (29) tavoin

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, \quad (29)$$

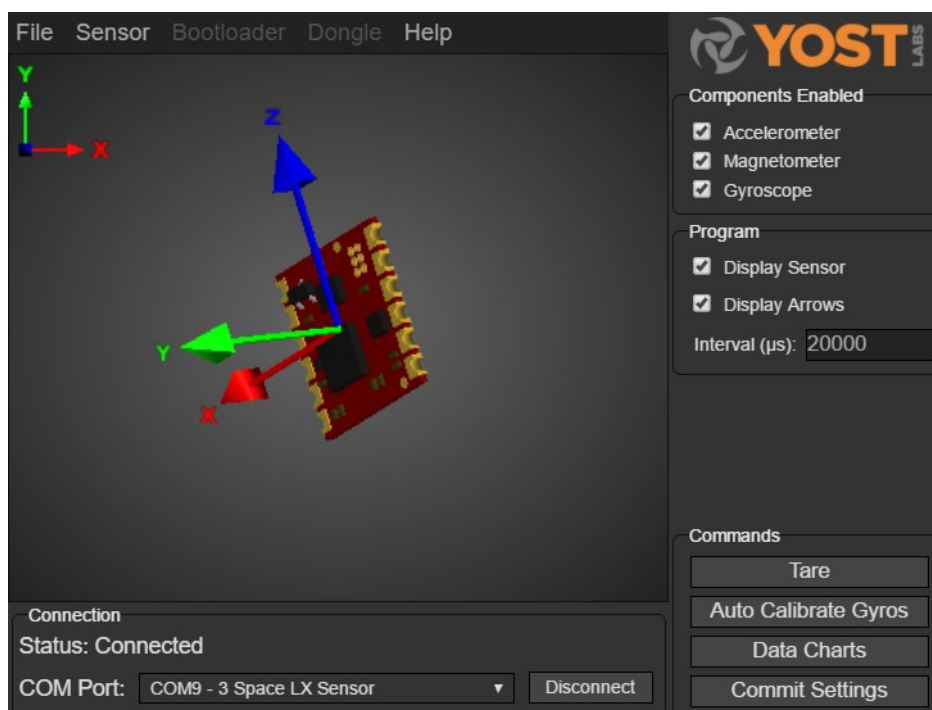
jossa verrataan kahden otoshajonnan suhdetta. Yhtälöstä (29) saatava tulos ja vapausasteet ν sijoitetaan MATLABin `fcdf()`-funktioon `fcdf 2006`, joka laskee F -jakauman kertymäfunktion. Ulostuloksi funktiolta saadaan P-luku, jonka avulla voidaan hyväksyä tai hylätä nollahypoteesi riskitasolla α .

4 AINEISTO JA OHJELMISTOT

Työssä hyödynnetään kahta eri TSS-MBT v1.0 -anturia, sekä kahta eri ohjelmistoa. Ensimmäinen tehtävä on saada Yost Labs 3-Space Suite -ohjelmistolta tarvittavat mittaustulokset kiihtyvyyssantureilta ja gyroskoopeilta .txt-tiedostoon, jota on mahdollista analysoida MathWorksin MATLABilla, *3-Space Sensor Suite Manual 2019*. Seuraavat alaotsikot kuvaavat tarkemmin ohjelmistojen työn kannalta tärkeitä ominaisuuksia.

4.1 Yost Labs 3-Space Suite

Yost Labs 3-Space Suite on ohjelmisto, jonka käyttöliittymä mahdollistaa työssä käytettävien TSS-MBT v1.0 -antureiden kanssa kommunikoinnin Bluetooth-yhteydellä, *3-Space Sensor Mini Bluetooth User's Manual 2020*. Työssä käytetään uusinta ohjelmistoversiota 1.1.7, joka on päivitetty maaliskuussa 2020. Kuvassa 8 esitetään 3-Space Suiten pääikkuna, joka mahdollistaa erinäisten muutoksien tekemisen anturin tehdasasetuksiin kuten gyroskoopin kalibroinnin. Antureiden tapauksessa uusin versio on 2.0.0, joka julkaistiin toukokuussa 2018.



Kuva 8. Yost Labs 3-Space Suite pääikkuna.

Kun anturin asetukset on saatu haluttuun muotoon, voidaan ne lähettää anturin sisäiseen muistiin talteen. Muutoin anturi suorittaa aina uudelleenkäynnistyksessä niin sanotun soft resetin eli palauttaa ohjelmistossa tehdyt muutokset takaisin anturin sisäisessä muistissa oleviin asetuksiin.

Aineiston kerääminen analysointia varten tapahtuu ohjelmiston Data Graph -ikkunasta, joka esitetään kuvassa 9. Työn edetessä tallennetaan kepissä olevalta anturilta seuraavat muuttujat: Corrected Accelerometer, Corrected Gyroscope, Untared Orientation (Euler Angles) ja Linear Acceleration. Vastaavasti hikipannassa olevalta anturilta tallennetaan vain Corrected Accelerometer ja Corrected Gyroscope.

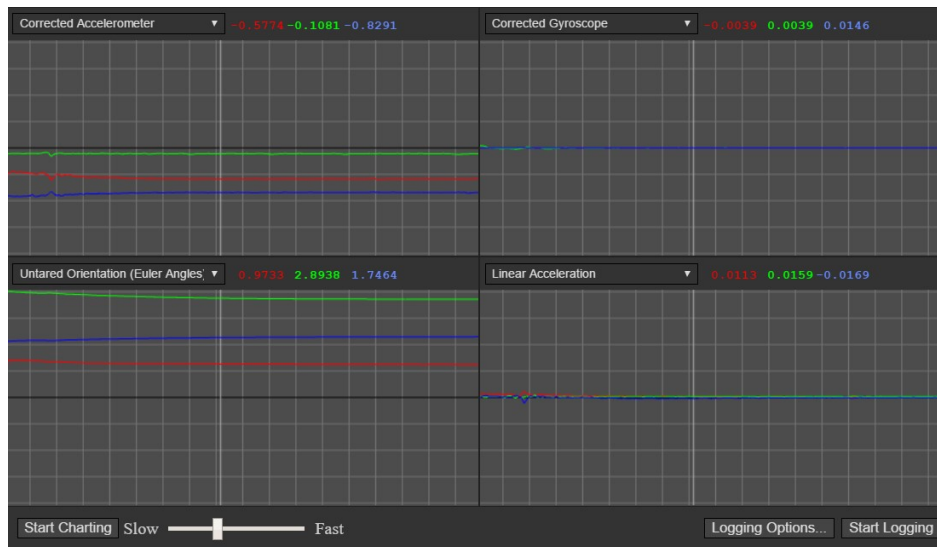
Taulukosta 1 nähdään muuttujat, joita voidaan nauhoittaa anturilta. Ohjelmisto mahdollistaa maksimissaan neljän eri muuttujan tallennuksen yhteen tiedostoon. Jos käyttäjä näkee tarpeelliseksi muuttaa anturin tuntemaa orientaatiota toiseen nolla-asentoon, tapahtuu se painamalla 3-Space Suiten ”Tare” -nappia. Taulukossa 1 olevat Tared/Untared Orientation -muuttujat antavat käyttäjälle mahdollisuuden käyttää itseasetettua nollaorientaatiota tai gyroskoopin kalibroinnin jälkeistä nolla-asentoa.

Ohjelmiston valikosta voidaan valita orientaation ulostuloformaattiksi, joko kvaternio, Eulerin kulma tai akselikulma. Taulukon 1 Raw -formaatti viittaa tulosteisiin ennen anturille tehtyä kalibrointia. Vastaavasti Corrected -formaatti on kalibroinnin jälkeinen ja Normalized -valinnalla saadaan ohjelmistolta yksikkövektorit halutusta anturin komponentista.

Corrected -formaatin jatkojalostus on Linear Acceleration, joka kuvastaa kiihtyvyyksiä maailman koordinaatistossa ilman putoamiskiihtyvyyttä. Valittaessa muita kiihtyvyyden ulostuloja anturin tuntema putoamiskiihtyvyys on läsnä. Lisäksi 3-Space Suite mahdollistaa lämpötilojen nauhoittamisen Celciusasteina tai Fahrenheiteissä.

Taulukko 1. Vaihtoehdot tallennettaville muuttujille Data Graph -ikkunasta.

	Valinta		
Tared Orientation	Quaternion	Euler Angles	Axis Angle
Untared Orientation	Quaternion	Euler Angles	Axis Angle
Raw	Gyroscope	Accelerometer	Magnetometer
Corrected	Gyroscope	Accelerometer	Magnetometer
Normalized	Gyroscope	Accelerometer	Magnetometer
Linear Acceleration	Linear Acceleration	-	-
Temperature	Celcius	Fahrenheit	-



Kuva 9. Yost Labs 3-Space Suite Data Graph -ikkuna.

Ohjelmistolla ei ole suoranaisesti mahdollista tallentaa usealta sensorilta dataa samanaikaisesti, mutta on mahdollista avata useampia sovelluksia rinnalle, jotka toimivat anturikohtaisesti. Data Graph -ikkunan asetuksista voidaan lisätä ulostulevan tiedoston formaattiin mittausriveille aikaleima, jonka ohjelmisto saa tietokoneen sisäiseltä kellolta. Koska tiedostoihin kirjauksissa sisältyy vaihteleva viive kahden anturin välillä, ei yhteisen nollakohdan määrittäminen tuo haluttua tarkkuutta. Tästä syystä on käytännöllisempää kopauttaa kahta sensoria yhteen, joka luo yhteisen piikin kiihtyvyyteen, josta voidaan määritellä ajalle nollakohta.

4.2 MathWorks MATLAB (R2020b)

MathWorksin luoma MATLAB on ohjelmisto, joka keskittyy numeeriseen laskentaan. Työn kannalta ohjelmisto on erittäin käytännöllinen, koska se mahdollistaa sensorilta saatavan datan havainnollistamisen kuvaajiin. Koska Yost Labs 3-Space Suite kirjoittaa anturilta saavat arvot .txt-tiedostoon, se täytyy parsia .csv-tiedoston tavoin, jossa alkioden eroittimena toimii pilkku.

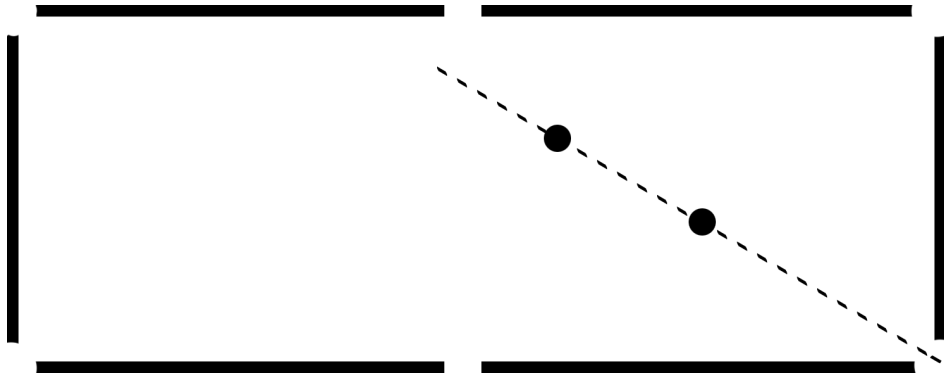
Ensimmäinen tehtävä, joka MATLABilla tehdään on kahden anturin yhteisen ajan nollakohdan määrittäminen. Tämä tapahtuu tutkimalla antureiden yhteistä kopautusta ja vertaamalla sitä tiedostoon kirjattuun aikaleimaan. Kun löydetään yhtenevät kopautus antureiden välillä, voidaan molemmilta antureilta siirtää nolla-aika kyseiseen kohtaan.

Kun antureiden ajan synkronointi on valmis, tutkitaan biljardikepissä olevan kiihtyvyyssanturin arvoja ajan funktiona. Lyöntitapahtumat saadaan yksiselitteisesti seuraamalla y-suuntaista kiihtyvyyttä. Yksittäiset lyönnit erotetaan toisistaan 102x3x90 kokoiseen 3D-matriisiin, jonka jokainen sivu sisältää yksittäisen lyönnin kiihtyvyyden kolmeen eri suuntaan ja 102 kappaletta mittausrivejä. Koska kaikki data on nyt samassa ajassa, voidaan samalla kiihtyvyyden ajan indeksillä tehdä matriisiit pannassa olevalta anturilta. Biljardikepin ja kiven törmäys sijoittuu matriisissa 51. riville. Tällöin yksi lyöntisuoritus kestää matriisissa 2.04 sekuntia. Varsinainen kiihdytysaika määritetään sensorin $[\bar{a}_y]_S$ kiihtyvyyden muutoksesta. Kun muutos ylittää arvon 0.3 G, erottuu kepin liikerata huomattavasti muusta liikehinnästä ja tällöin voidaan katsoa lyönnin alkaneen.

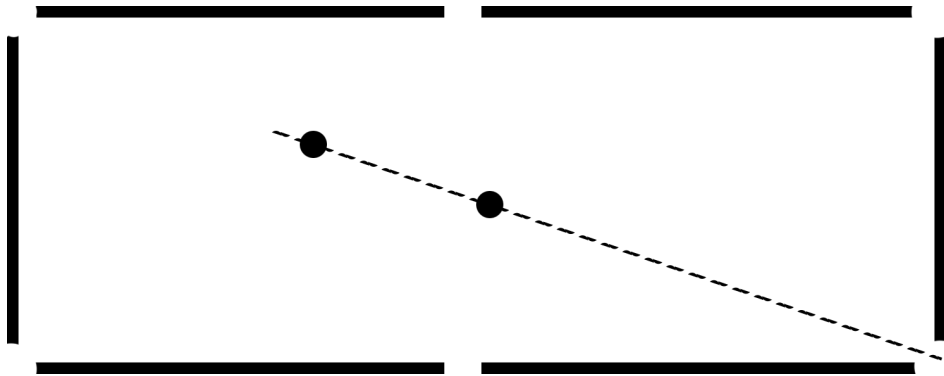
4.3 Lyöntitilanteiden esittely

Seuraavaksi käydään läpi neljän eri lyöntitilanteen tulokset, joissa jokaisessa on yhteensä 90 kappaletta toistoja pelaajaa kohden. Kuvassa 10 esitetään ensimmäinen ja toinen lyöntitilanne. Ensimmäisessä pyritään lyömään kivi siten, että se pysähtyy kohdepallon alkupisteen läheisyyteen. Tällaista lyöntiä kutsutaan stopparilyönniksi. Toisessa lyöntitilanteessa lyödään kiven alakulmaan, jolloin tavoitteena on pallojen törmäyksen jälkeen saada kivi takaisin lähtöpisteeseen alakierteen avulla. Kuvassa 11 on tilanne, jossa lyöntimatka on noin puolet pöydän pituudesta. Kuva 12 havainnollistaa lyöntitilannetta, jossa kivi on lähellä biljardipöydän reunaa, jolloin lyönti tapahtuu korkeammalta.

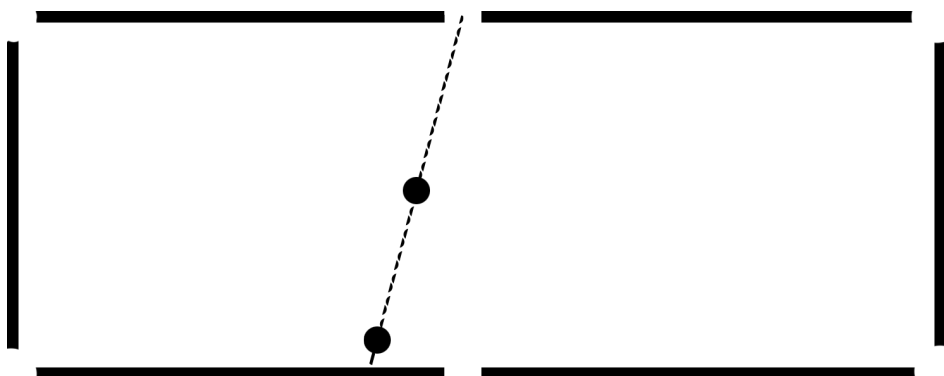
Pelaajien taitotasot määritetään numeroilla, joissa suurempi numero viittaa kokeneempaan pelaajaan. Taitotasot menevät seuraavasti: 5 maajoukkuepelaaja, 4 harrastekilpapelaja, 3 usein pelaava harrastelija, 2 satunnaisesti pelaava ja 1 aloittelija. Tässä työssä tutkitaan taitotasojen 5, 4, 3 ja 2 välisiä eroja. Koska taitotason 2 omaavia pelaajia on kaksi kappaletta, merkitään heitä 2A ja 2B. Aikataulullisista syistä kaikkia lyöntitilanteita ei suoriteta kaikilla pelaajilla.



Kuva 10. Ensimmäinen ja toinen lyöntitilanne ylhäältäpäin.



Kuva 11. Kolmas lyöntitilanne ylhäältäpäin.

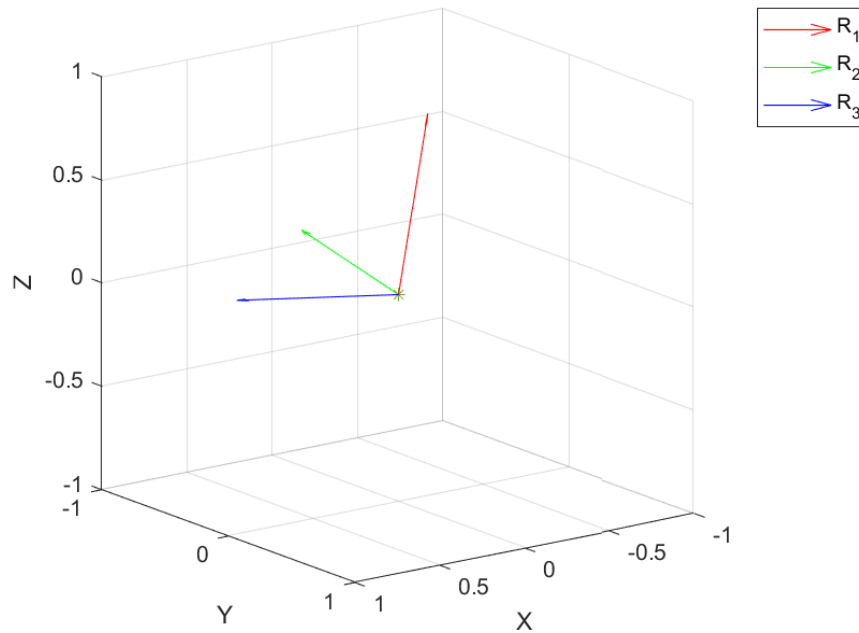


Kuva 12. Neljäs lyöntitilanne ylhäältäpäin.

5 TULOKSET

5.1 imufilter()-funkcion rotaatiomatriisi

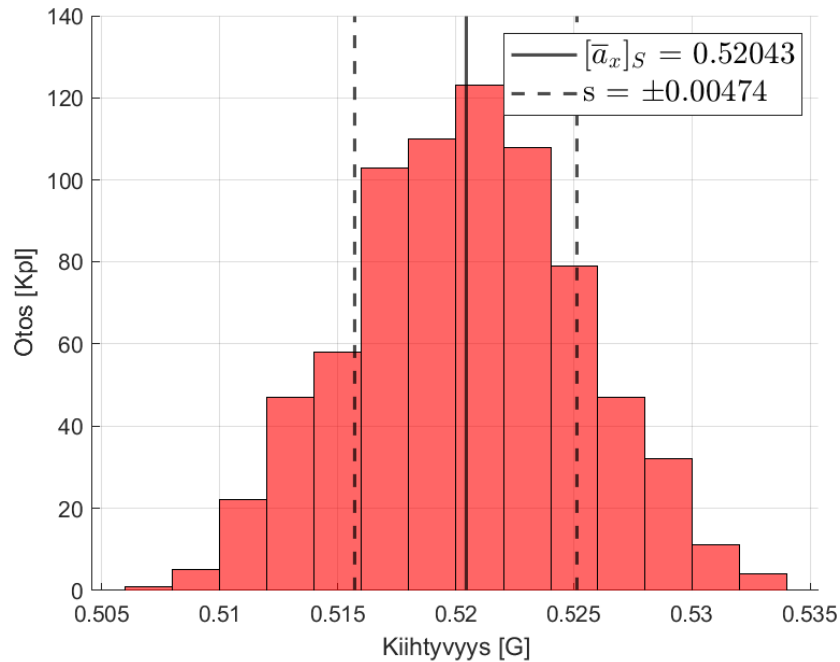
Kuvassa 13 on erään lyönnin rotaatiomatriisi maailman koordinaatistossa. R_2 kuvastaa biljardinkepin lyönnin suuntaa. Tässä tapauksessa R_2 :n suunta on positiivisella z-akselilla, joka tarkoittaisi biljardikepin kärjen osoittavan biljardipöydästä ylöspäin. Tämä ei kuitenkaan ole missään lyöntitilanteessa mahdollista, joten voidaan todeta lopputuloksen olevan täysin epärealistinen. Tästä syystä työn edetessä biljardikepin asento määritetään yhtälöistä (9) ja (10).



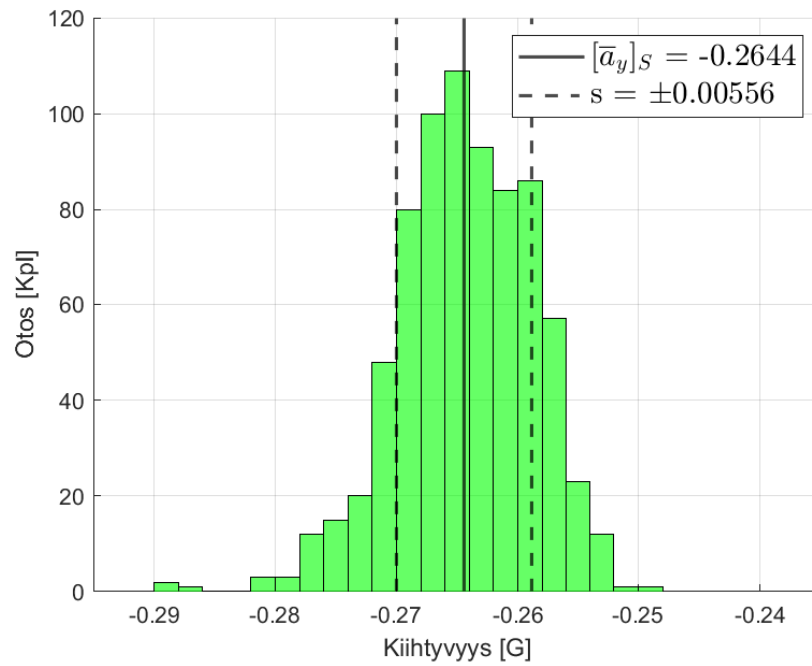
Kuva 13. MATLABin `imufilter()`-funktiolta saatu rotaatiomatriisi maailman koordinaatistossa.

5.2 Kiihtyvyyssanturin herkkyyks ja mittausvirhe

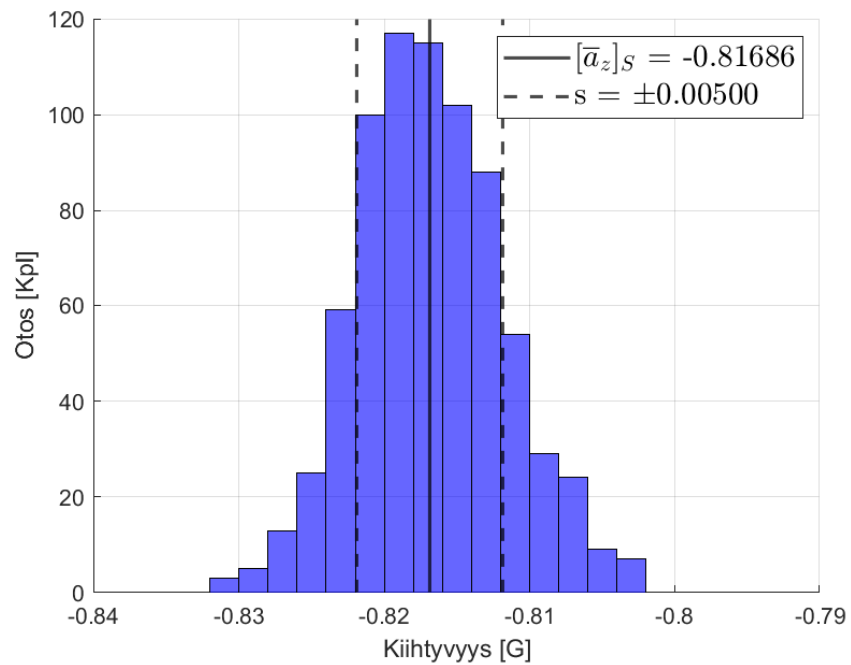
Antureilta saataviin tuloksiin liittyy aina mittausvirheitä, joita havainnollistetaan otosten jakaumilla. Kuvissa 14, 15 ja 16 esitetään 750 otoksen eli 15 sekunnin ajalta kiihtyvyyksien jakaumat, kun anturi on levossa pehmeällä alustalla ja siihen vaikuttaa vain putoamiskiihtyvyys. Anturi asetetaan siten, että sen asento muistuttaa löyntitapahtumaa. Jakaumista nähdään virheen jakautuvan normaalijakauman tavoin. Jakaumista ilmenee myös katkovivalla piirretyt otoshajonnat s , jotka sijoittuvat $\pm s$ päähän keskiarvosta. Otoshajonnan arvo saadaan yhtälöstä (27).



Kuva 14. Kiihtyvyyden $[\bar{a}_x]_S$ otosjakauma anturin olleessa levossa.



Kuva 15. Kiihtyvyyden $[a_y]_s$ otosjakauma anturin olleessa levossa.



Kuva 16. Kiihtyvyyden $[a_z]_s$ otosjakauma anturin olleessa levossa.

Tehdään vastaavanlainen koe, mutta anturin pyörähdyskulmaa ϕ kierretään 180° . Kokeesta saadaan x , y ja z -suuntiin uudet keskihajonnat, jotka ovat 0.00476, 0.00494 ja 0.00483. Hajonnan merkittävyyttä voidaan kuitenkin havainnollistaa parhaiten suhteellisella virheellä, joka saadaan jakamalla otoshajonta s otosten odotusarvolla $E([\bar{a}_i]_S)$. Taulukossa 2 verrataan näiden kahden testin välisiä suhteellisia virheitä. Tulokset osoittavat, että jopa täysin levossa pehmeällä alustalla kiihtyvyysanturi havainnoi kohinaa. Tämä kohina tuo virhettä orientaation määrittämiseen, koska se tapahtuu täysin putoamiskiihtyvyyden avulla. Ideaalisessa tilanteessa otoshajonnan tulee olla levossa nolla.

Taulukko 2. Suhteelliset virheet levossa olevan sensorin kiihtyvyyksissä.

Testityyppi	Suhteellinen virhe		
	$[\bar{a}_x]_S$	$[\bar{a}_y]_S$	$[\bar{a}_z]_S$
Ilman pyöräytystä	0.911 %	2.11 %	0.613 %
Pyörähdyskulma $\phi=+180^\circ$	0.604 %	1.87 %	0.854 %

5.3 Biljardikepin asento lyönnin aikana

Taulukoissa 3, 4, 5 ja 6 esitetään eri lyöntitilanteissa biljardikepin asento noin 0.4 sekuntia ennen sen kiihdyttämistä. Kulmat ϕ ja ψ saadaan yhtälöistä (9) ja (10), joissa kiihtyvyydet ovat keskiarvoja lyhyeltä aikaväliltä huomattavasti ennen lopullista kiihdytystä. Pyörähdyskulman ϕ otoshajonnasta s_ϕ voidaan todeta, onko pelaajalle vakiintunut tietty asento pitää kiinni biljardikepistä. Taulukoista 3, 4, ja 5 nähdään kuinka samankaltaisesti taitotason 5 omaava pelaaja pitää kepistään kiinni, vaikka hän käyttää liitua jokaisen lyönnin jälkeen.

Kun verrataan taulukoiden 3 ja 4 nousukulmia ψ , huomataan niiden olevan hyvin samankaltaisia. Odotuksena pidetään, että kulma ψ olisi korkeampi jälkimmäisessä taulukossa, koska tavoitteena on lyödä alakierrettä kiveen. Tavanomaisesti pienemmällä nousukulmalla mahdollistetaan luontevampi lyöntiasento ja parempi kontakti kiveen, jolloin lyöntivirheiden todennäköisyys pienenee. Nousukulma ei saa kuitenkaan olla liian pieni, koska silloin käsi voi osua lyödessä biljardipöydän valliin.

Taulukko 3. Biljardikepin asento ennen kiihdytystä ensimmäisessä lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Kulma ϕ	29.56	110.51	62.22	94.05	86.81
Otoshajonta s_ϕ	3.79	27.58	46.64	42.83	52.68
Pussitus, kulma ψ_p	9.16	4.12	7.60	13.54	5.99
Ohilyönti, kulma ψ_o	9.23	4.03	7.08	15.17	4.90
Otoshajonta s_ψ	0.48	0.39	1.79	4.76	2.16
Pussitusprosentti	78.78	67.78	51.11	15.56	22.22

Taulukko 4. Biljardikepin asento ennen kiihdytystä toisessa lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Kulma ϕ	148.37	95.23	52.69	125.67	
Otoshajonta s_ϕ	2.58	46.81	51.86	25.21	
Pussitus, kulma ψ_p	8.15	4.65	9.85	10.85	
Ohilyönti, kulma ψ_o	9.02	4.31	9.89	12.56	
Otoshajonta s_ψ	1.07	0.72	3.39	5.85	
Pussitusprosentti	87.78	75.56	35.56	12.22	

Taulukko 5. Biljardikepin asento ennen kiihdytystä kolmannessa lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Kulma ϕ	133.86	63.97		118.02	
Otoshajonta s_ϕ	33.72	21.28		35.94	
Pussitus, kulma ψ_p	10.07	4.83		9.70	
Ohilyönti, kulma ψ_o	9.93	4.73		9.42	
Otoshajonta s_ψ	0.55	0.44		3.25	
Pussitusprosentti	35.56	31.11		3.33	

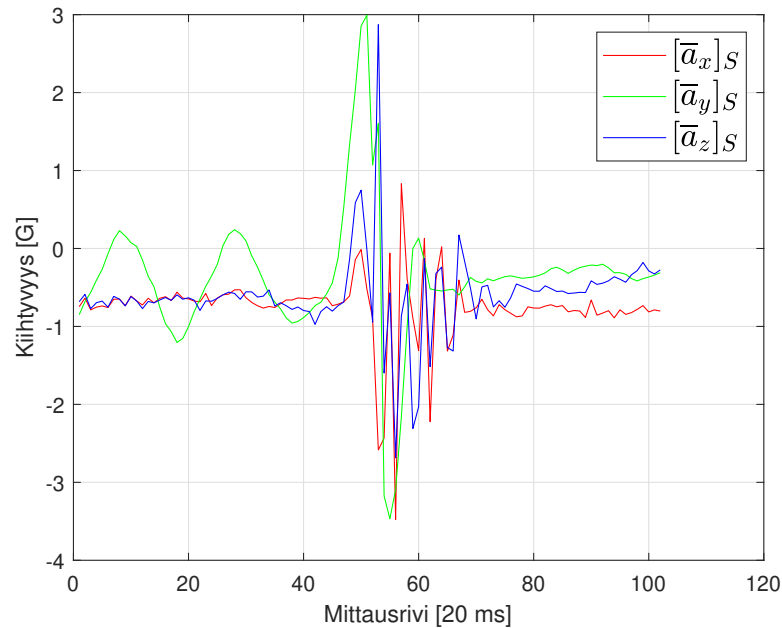
Taulukko 6. Biljardikepin asento ennen kiihdytystä neljännessä lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Kulma ϕ	141.65	96.79		91.21	
Otoshajonta s_ϕ	4.71	56.04		45.69	
Pussitus, kulma ψ_p	20.82	13.72		22.11	
Ohilyönti, kulma ψ_o	22.48	14.21		22.40	
Otoshajonta s_ψ	3.77	1.13		6.10	
Pussitusprosentti	37.78	74.44		22.22	

Tutkitaan seuraavaksi tilannetta, jossa taulukon 3 taitotason 5 pussituksien kulma ψ_p laske- taankin juuri ennen kiihdyttämistä, eikä huomattavasti ennen tätä. Näille kahdelle kulmalle suoritetaan hypoteesitesti, jossa $H_0 : \psi_{p_1} = \psi_{p_2}$ ja $H_1 : \psi_{p_1} \neq \psi_{p_2}$. Verrataan testiä kriitti- seen arvoon $\alpha = 0.05$. Taulukosta 3 saadaan $\psi_{p_1} = 9.16$. Tätä vastaava otoshajonta s_{ψ_2} on 0.48. Kun asento lasketaan juuri ennen kiihdytystä saadaan tuloksiksi: $\psi_{p_2} = 8.10$ ja $s_{\psi_2} = 4.71$. Molemmissa tilanteissa otoksia n on 70 kappaletta. Näillä tiedoilla voidaan tehdä t-testi sijoittamalla arvot yhtälöön (28).

$$t = \frac{9.16 - 8.10}{\sqrt{\frac{0.48^2}{70} + \frac{4.71^2}{70}}} = 1.8728$$

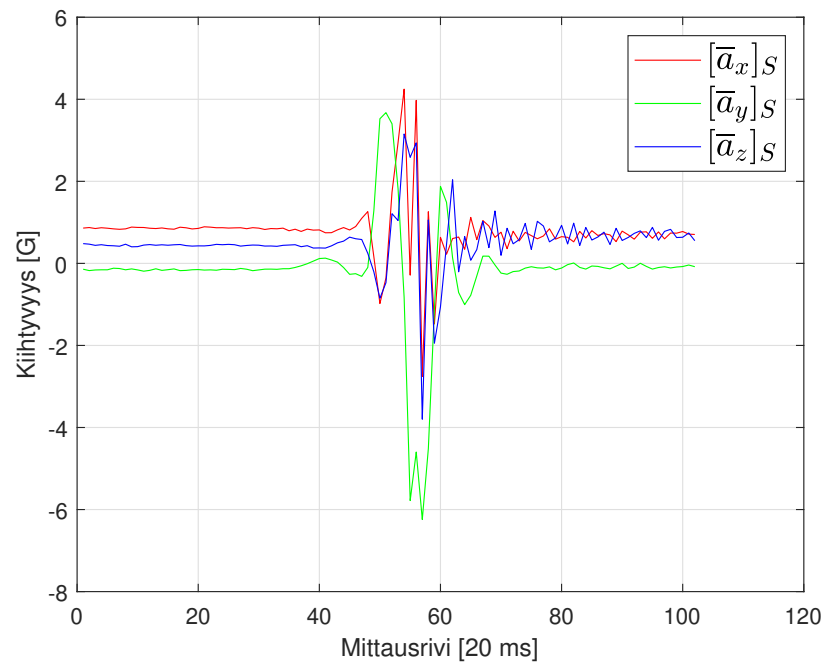
Hypoteesitestiä varten vaaditaan P-luku, jonka avulla voidaan hylätä tai hyväksyä nollahypo- teesi. P-luvulle saadaan tarkka arvo 0.06533 Excelin T.DIST.2T()-funktioista. Koska $P > \alpha$, hyväksytään nollahypoteesi $H_0 : \psi_{p_1} = \psi_{p_2}$. Toisin sanoen molemmat sijainnit, joista asento lasketaan, ovat tämän testin mukaan yhtäpitäviä toistensa kanssa. Vaikka nollahypoteesi hyväksytään, sen oikeellisuus yksittäisten lyöntien vertailussa voi johtaa virheelliseen hypo- teesiin H_1 . Molemmilla sijainneilla on hyvät ja huonot puolensa. Jos asento määritetään kau- kaa lyönnistä, on mahdollista, että pelaaja tekee sahausliikettä ennen lyöntiä, jolloin kiihty- vyyksien keskiarvot vääristyvät. Kuva 17 havainnollistaa, kuinka eräässä lyönnissä tapahtuu huomattavan paljon sahausliikettä. Tämänkaltaisessa tilanteessa asennon laskeminen putoa- miskiihtyvyyden avulla ei tuota haluttua tarkkuutta.



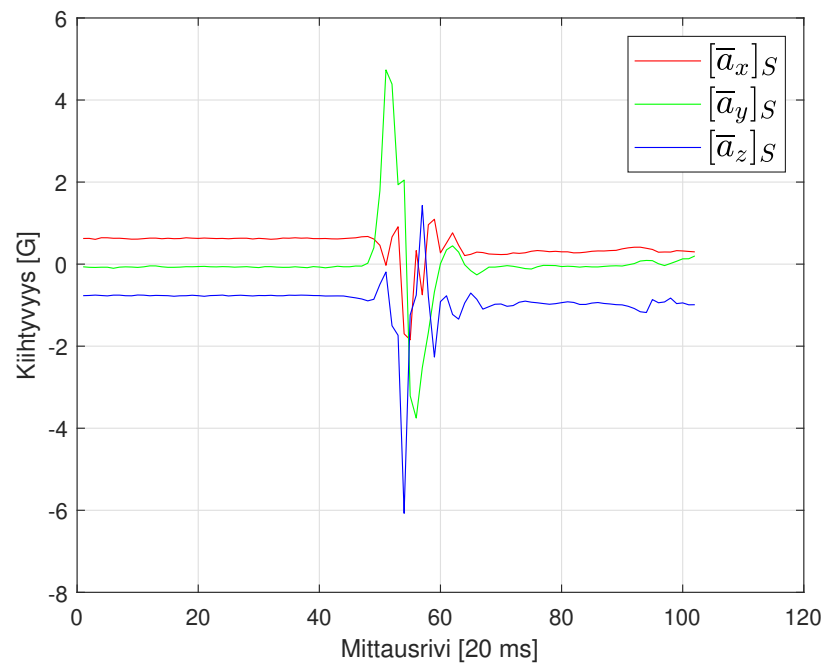
Kuva 17. Biljardikepin kiihtyvyys neljännessä lyöntitilanteessa taitotasolla 2A.

Jos asento lasketaan juuri ennen lopullista kiihdytystä, voi kiihtyvyys $[\bar{a}_y]_S$ poiketa huomattavasti odotusarvosta, joka on hyvin lähellä nollaa. Kuvassa 18 on eräs lyönti ensimmäisestä lyöntitilanteesta taitotason 5 omaavalta pelaajalta. Kuvasta 18 nähdään, kuinka pelaaja tekee pienen sahausliikkeen ennen varsinaista lyöntiä. Jos asennon laskeminen tapahtuisi tämän aaltoliikkeen aikana, tulisi tuloksista huomattavasti virheellisempiä. Kun verrataan kuvassa 19 olevaan taitotason 4 omaavaan lyöntiin, huomataan lyönnin olevan rauhallisempi. Kuvien 18 ja 19 välisistä eroavaisuuksista voidaan todeta, ettei asennon laskemisen automatisointi tietyltä ajanjaksolta ole yksiselitteistä.

Kuva 19 havainnollistaa tavanomaisempaa snookerlyöntiä, jossa tavoitteena on suoraviivainen liike ilman jatkuvaa sahausliikettä juuri ennen lyöntiä. Tällaisesta liikkeestä on luotettavampaa analysoida biljardikepin asentoa. Lisäksi kuvasta 18 ilmenee, että voimantuotto biljardikeppiin jatkuu törmäyksen jälkeenkin. Tätä ilmiötä kutsutaan läpilyönniksi. Vastaavasti kuvan 19 tapauksessa kiihtyvyyttä rajoitetaan huomattavasti enemmän törmäyksen jälkeen.



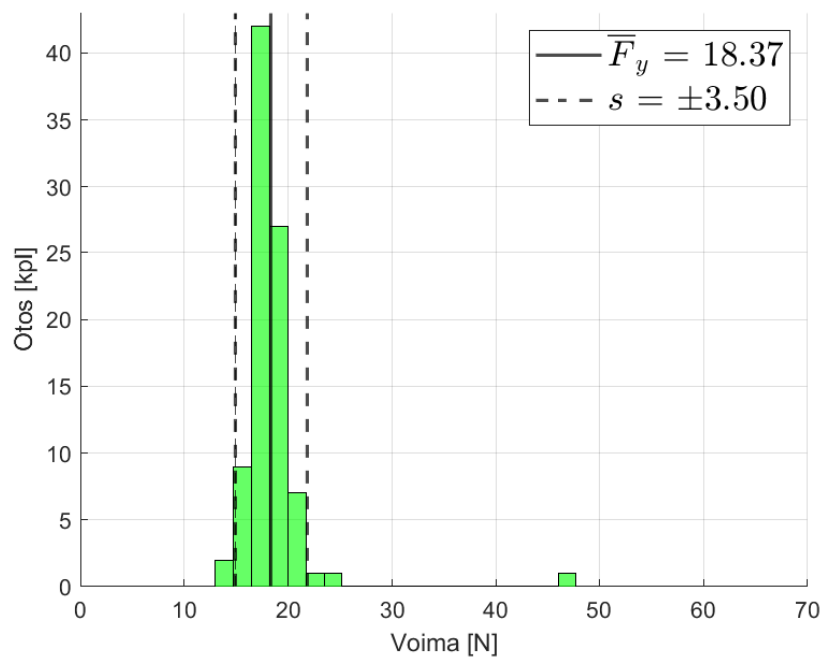
Kuva 18. Biljardikepin kiihtyvyys ensimmäisessä lyöntitilanteessa taitotasolla 5.



Kuva 19. Biljardikepin kiihtyvyys ensimmäisessä lyöntitilanteessa taitotasolla 4.

5.4 Biljardikeppiin tuotettu voima ja nopeus

Kuvassa 20 esitetään voimantuotanto y-suunnassa ensimmäisessä lyöntitilanteessa, jossa pelaaja on taitotasoa 5. Voima $[F_y]_S$ on biljardikeppiin kohdistetun voiman määrä hetkellä, kun keppi osuu kiveen. Taulukko 7 sisältää samasta lyöntitilanteesta sivuttaissuuntaisen kiihtyvyyden itseisarvon summan $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$, maksiminopeuden y-suunnassa v_{max} ja kiihdytysajan t_a . Maksiminopeus lasketaan integroimalla kiihtyvyys $[\bar{a}_y]_S$ kiihdytysajalla. Tuloksista voidaan todeta, ettei taitotaso ole merkittävä tekijä suureiden välillä. Otoshajonnoista ilmenee kuinka taitotason 5 omaava pelaaja kykenee toistamaan mahdollisimman samankaltaisia lyöntejä. Vastaavasti korkeampia otoshajontoja on havaittavissa matalemmilla taitotasolla. Lisäksi taulukosta 7 ilmenee, että taitotasolla 5 on huomattavasti korkeampi sivuttaissuuntainen kiihtyvyys.



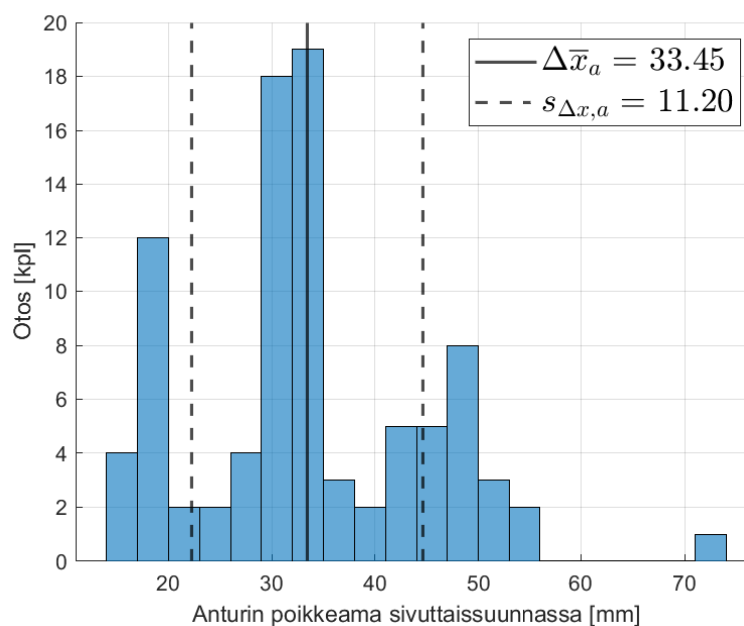
Kuva 20. Biljardikeppiin tuotettu voima F_y ensimmäisen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 5.

Taulukko 7. Kiihdytyksenaikainen liike biljardikepissä ensimmäisessä lyöntitilanteessa.

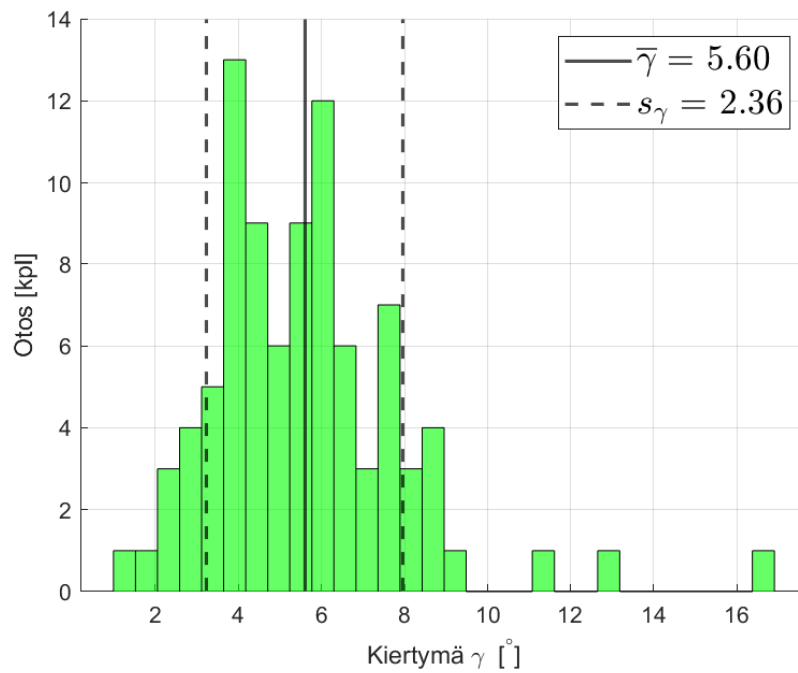
	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo $[\bar{F}_y]_S$ [N]	18.37	32.06	35.74	23.25	14.40
Otoshajonta $s_{F,y}$ [N]	3.50	7.60	4.02	5.09	3.71
Keskiarvo $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$ [G]	4.23	0.63	1.88	2.69	1.75
Otoshajonta $s_{a,sivuttais}$ [G]	0.64	0.49	1.71	1.86	1.31
Keskiarvo v_{max} [m/s]	1.50	1.59	1.36	1.89	0.90
Otoshajonta $s_{v,max}$ [m/s]	0.47	0.87	0.48	0.46	0.26
Kiihdytysajan keskiarvo t_a [s]	0.11	0.09	0.07	0.13	0.09
Otoshajonta $s_{t,a}$ [s]	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02

5.5 Kepin kiertymä ja sivuttaissuuntainen poikkeama

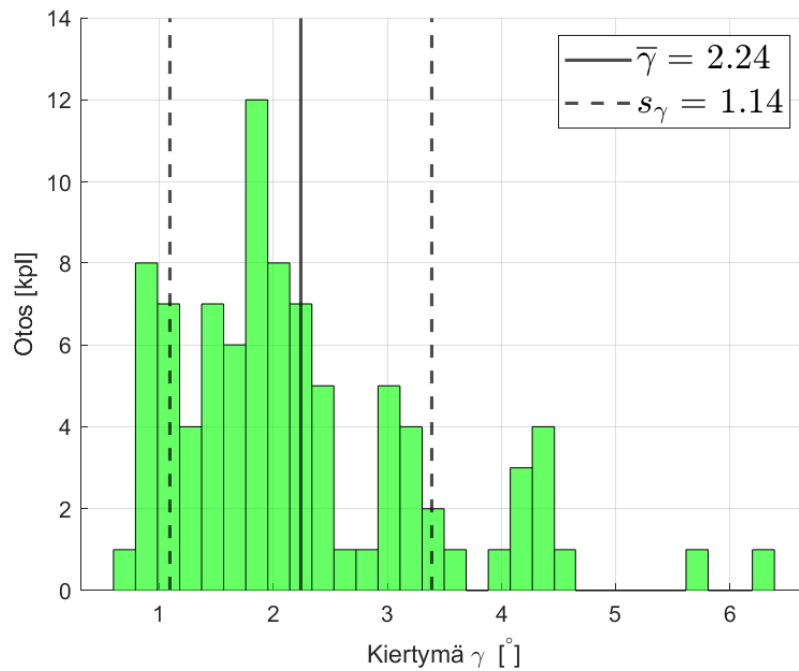
Kuvassa 21 on jakauma, joka kuvaa biljardikeppiin asetetun kiihtyvyyssanturin poikkeamaa sivuttaissuunnassa lyöntien aikana. Poikkeama kuvaa tällaisenaan, kuinka paljon biljardikepin päädyssä oleva anturi poikkeaa alkutilasta verrattuna osumahetkeen.

**Kuva 21.** Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 5.

Kuvissa 22 ja 23 esitetään biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana γ ensimmäisessä lyöntitilanteessa. Jakaumista ilmenee, kuinka huomattavasti enemmän taitotasoon 5 tapauksessa keppi kiertyy verrattuna taitotasoon 2A. Vaikka molemmat jakaumat sisältävät mahdollisia outlieriteitä, tulee kyseiset tulokset sisällyttää keskiarvon ja otoshajonnan laskennassa, koska ei voida olettaa pelaajan suoriutuvan lyönnistä aina täysin samoilla tuloksilla. Kiertymän γ suuruuteen voi vaikuttaa esimerkiksi käden jäykkyys lyönnin aikana.



Kuva 22. Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 5.



Kuva 23. Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 2A.

5.6 Hikipannan kokonaiskiihtyvyys

Taulukot 8, 9, 10 ja 11 sisältävät jokaisesta lyöntitilanteesta pantaan asennettun kiihtyvyyssanturin kokonaiskiihtyvyyden osumahetkellä. Jos anturiin vaikuttava kokonaiskiihtyvyys on tasan 1 G eli putoamiskiihtyvyys, pelaaja suoriutuu lyönnistä liikuttamatta muuta kuin lyöntikättään. Tuloksista ei voida johtaa konkreettisesti pelaajien välisiä eroavaisuuksia.

Taulukko 8. Pannan kokonaiskiihtyvyys osumahetkellä ensimmäisessä lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo \bar{a}_{panta}	1.03	1.03	1.01	1.02	1.01
Otoshajonta \bar{a}_{panta}	0.08	0.05	0.02	0.04	0.03

Taulukko 9. Pannan kokonaiskiihtyvyyden osumahetkellä toisessa lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo \bar{a}_{panta}	1.01	1.01	1.01	1.01	
Otoshajonta \bar{a}_{panta}	0.03	0.09	0.01	0.09	

Taulukko 10. Pannan kokonaiskiihtyvyyden osumahetkellä kolmannessa lyöntitilanteessa.

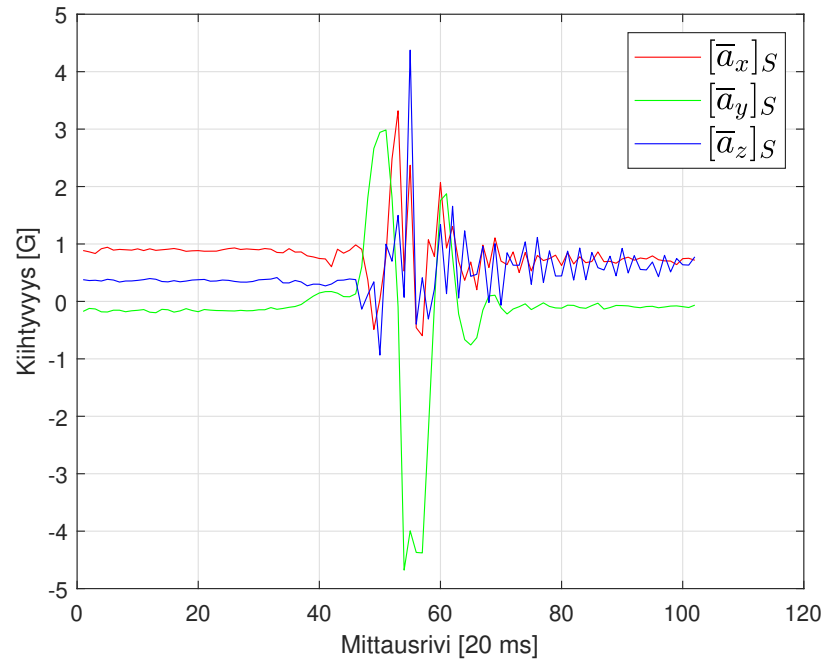
	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo \bar{a}_{panta}	1.00	1.03		1.02	
Otoshajonta \bar{a}_{panta}	0.05	0.11		0.04	

Taulukko 11. Pannan kokonaiskiihtyvyyden osumahetkellä neljännessä lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo \bar{a}_{panta}	1.02	1.03		1.01	
Otoshajonta \bar{a}_{panta}	0.04	0.09		0.05	

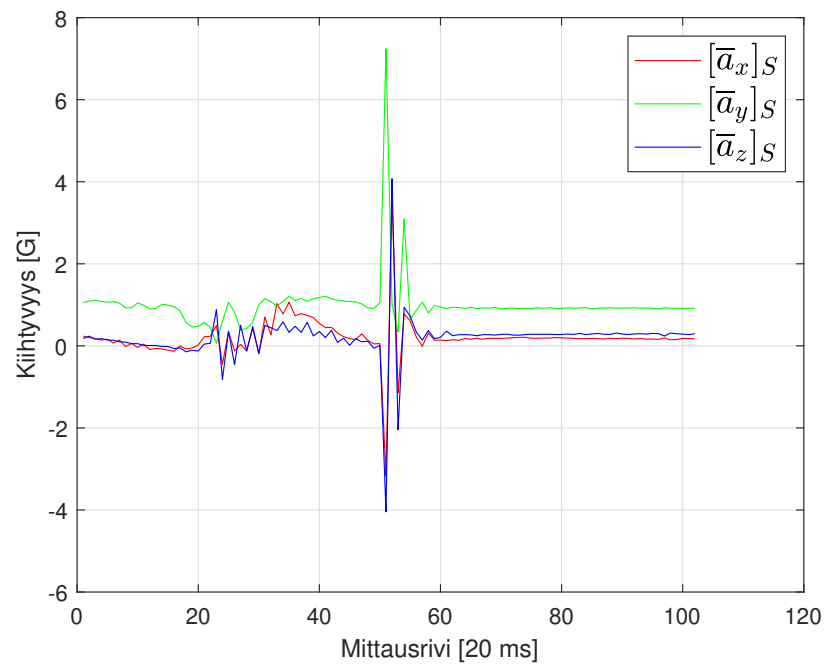
5.7 Poikkeavat tulokset

Kuvassa 24 on lyönti, jonka kiihtyvyyden $[\bar{a}_y]_S$ on poikkeuksellinen muihin lyönteihin verrattuna. Kiihtyvyyden $[\bar{a}_y]_S$ viittaa siihen siihen, että biljardikeppiä kiihdytetään hieman, jonka jälkeen aloitetaan voimakkaampi kiihdyttäminen. Tällainen kiihdyttäminen ei ole tyypillistä näin korkealla taitotasolla. Tällainen liike voi johtua esimerkiksi siitä, että pelaaja katsoo biljardikepin olevan liian kaukana kivistä tai pelaajan käsi osuu biljardipöydän valliin.



Kuva 24. Biljardikepin kiihtyvyys ensimmäisessä lyöntitilanteessa taitotasolla 5.

Kuvassa 25 demonstroidaan biljardikeppiin kohdistuvaa kiihtyvyyttä sen osuessa lattiaan tai seinään.



Kuva 25. Biljardikepin kiihtyvyys sen osuessa lattiaan tai seinään.

6 KESKUSTELU

Kuvan 13 MATLAB `imufilter()`-funktion rotaatiomatriisin oikeellisuutta voidaan parantaa muuttamalla funktion erinäisiä parametrejä. Koska ideaalisten parametrien löytäminen voi olla erittäin haasteellista, tässä työssä niiden optimoiminen jätetään jatkotutkimuksien varaan.

Tuloksista korostuu, että taitotaso korreloittuu ainoastaan pussitusprosentin ja hajontojen kanssa. Toisin sanoen alemmilla taitotasoilla pelaaja ei kykene toistamaan samankaltaista lyöntiä uudestaan ja uudestaan. Tämä on ensimmäinen asia, jota kyseisten pelaajien tulee harjoitella. Etenkin luontevan lyöntiasennon löytämistä voidaan pitää suhteellisen helppona ja nopeana prosessina. Vaikka taitotason 4 omaava pelaaja luokitellaan harrastekilpapelajaksi, voidaan hänenkin tuloksista todeta hajonnan olevan satunnaisesti korkeammalla kuin alemmilla taitotasoilla.

Tuloksista havaitaan, että taitotason 5 pelaajalla sivuttaisuuntainen kiihtyvyys on melko korkea. Tämä ei kuitenkaan havainnollista koko totuutta, koska sivuttaisuuntainen liike voi joillakin pelaajilla olla hyvinkin suuri ja silti pussituksissa voi onnistua. Kuva 24 on hyvä esimerkki lyönnistä, joka ei muistuta tavanomaista liikerataa. Täten voidaan todeta, ettei taitotason 5 pelaajakaan pysty lyömään moitteettomasti jokaista lyöntiä.

Biljardikepissä olevan kiihtyvyyssanturin y-suuntainen kiihtyvyys osoittaa vakuuttavasti kuinka eri pelaajat suorittavat lyönnin omalla tyylillään. Tällaisia ominaisuuksia ovat esimerkiksi sahausliikkeen muodostuminen ennen lyöntiä ja voimantuotannon jatkuminen kiveen osumisen jälkeenkin. Lisäksi biljardikeppiin asennettu gyroskooppi havainnollistaa kuvissa 22 ja 23, kuinka huomattavasti paremmin taitotason 2A omaava pelaaja vastustaa kepin kiertymää lyönnin aikana. Vaikka tuloksista ilmenee joissain tilanteissa huomattavia eroja taitotasojen välillä, ei voida yksiselitteisesti sanoa korkeamman taitotason pelaajan tekevän kaikinpuolin puhdasoppisempaa lyöntisuoritusta.

Hikipannassa olevan kiihtyvyyssanturin tulokset ovat odotettua paremmat. Tulokset viittaavat vahvasti siihen, että jokainen pelaaja pystyy pitämään muun vartalonsa erittäin hyvin paikoillaan lyönnin aikana. Biljardissa on tavoiteltavaa, että vain lyöntikäsi on liikkeessä. Vaikka tulokset ovat vakuuttavat tämän tutkimuksen otannalla, on tarpeellista tutkia myös aloittelijoiden liikettä.

Jos jatkotutkimuksen tavoitteena on automatisoida kiihtyvyyssanturilta saatavaa dataa, tulee kuvan 25 tapaiset törmäykset suodattaa lyöntien seasta. Suodattaminen on mahdollista toteuttaa tutkimalla, miten kiihtyvyys $[\bar{a}_y]_S$ palautuu takaisin alkuarvoonsa. Kun lyödään bil-

jardipalloa, kiihtyvyyden $[\bar{a}_y]_S$ käyttäytyy vaimennetun harmonisen värähtelijän tavoin. Tällöin voidaan etsiä derivaatan avulla törmäyksen jälkeinen lokaali minimi kiihtyvyydessä, joka on itseisarvoltaan samaa suuruusluokkaa kuin törmäyksen aikainen kiihtyvyyden. Jos löydetään lokaali maksimi ja minimi toistensa läheisyydessä, voidaan tapahtumaa pitää lyöntinä.

Tutkiessa TSS-MBT v1.0 -antureiden käyttäytymistä orientaation muutoksiin huomataan, ettei anturi pysty tarvittavan nopeasti löytämään sen uutta asentoa. Varsinkin pyörähdykset anturin x ja z-akseleiden ympäri tuottaa hitaan ja epävarman orientaation löytämisen. Yksinkertaisessa kokeessa, jossa biljardikeppi asetetaan pystysuuntaan ja tämän jälkeen nopeasti vaakatasoon lepoon, huomataan 3-Space Suitessa anturin etsivän lopullista orientaatiota useita sekunteja. Kokeesta nähdään kuitenkin, että anturi löytää reaaliajassa kiertymän y-akselin ympäri. Työn edetessä käydään keskustelua Yost Labsin asiakaspalvelun kanssa. Keskusteluissa kehoitetaan kalibroimaan anturin gyroskooppi uudelleen. Anturin uudelleenkalibrointi tuottaa hieman tarkempia tuloksia orientaatiolle, mutta tulokset eivät ole siltikään tyydyttäviä. Yksi mahdollinen syy tulosten virheellisyydelle on anturin kolme vuotta vanha laiteohjelmisto.

Anturista on myös mahdollista sammuttaa magnetometri, jonka perusteella anturi pyrkii löytämään orientaationsa. Magnetometrin sammuttamisella saadaan reaaliaikaisempi asento, mutta asennon arvoihin syntyy ajalehtimistä. Kokeessa, jossa tehdään 90°:een pyörähdys anturin y-akselin ympäri ja pyöräytetään takaisin alkuasentoon, tuottaa 27.5°:een virheen alkuperäisestä kulmasta. Tästä syystä magnetometriä pidetään työssä päällä. Anturilla on myös erikoinen tapa antaa väärä tuloksia asennosta, jos sitä pidetään pöydällä. Näistä syistä johtuen biljardikepin asento määritetään työssä painovoiman avulla, jonka takia joudutaan tekemään oletus, ettei biljardikepin asento muutu lyönnin aikana.

Analysoidessa 3-Space Suiten antamia .txt-tiedostoja nähdään, ettei ohjelmisto kirjaa tuloksia aina samassa formaatissa. Esimerkiksi tallentaessa ”Untared Orientaion Euler Angles” -muuttujaa huomaatan, että pilkkuerotin ei ole jokaiselle alkiolle läsnä. Tämän seurauksena yhdessä solussa on kaksi eri alkiota, jotka joudutaan erottamaan toisistaan tiedostonkäsittelyn tavoin. Lisäksi gyroskoopin ulostulo ja anturin dokumentaatio ovat ristiriidassa toisiinsa nähden. Dokumentaatioissa väitetään gyroskoopin ulostulon olevan astetta/sekunti, vaikka tuloksissa ilmenee arvon olevan lähempänä astetta/mittausrivi.

7 JOHTOPÄÄTÖKSET

Vaikka tuloksista voidaan todeta erinäisten suureiden muuttuvan pelaajien välillä, tulee pelaajan taitotasoa määrittäessä huomioida eri lyöntityylit. Täten taitotason 5 omaavaa pelaajaa ei voida hyödyntää täydellisenä vertauskuvana ideaalisesta lyönnistä. Tavoiteltavaa on saada mittauksiin monipuolisempia pelaajia eri taitotasoilta, joiden avulla voidaan havainnollistaa perusteellisemmin yksittäisen pelaajan teknistä taitotasoa. Tuloksista ilmenee kuitenkin yksiselitteisesti ominaisuuksia lyönneistä, jotka viittaavat tiettyyn taitotasoon. Tällaisia ominaisuuksia ovat esimerkiksi kepin sivuttaisliike ja rauhallisuus ennen lyönnin aloittamista.

Tuloksista huomataan myös, että taitotason 2A pelaaja kääntää keppiä y-askelin ympäri huomattavasti vähemmän kuin maajoukkuepelaaja, mikä on tavoiteltavaa. Lisäksi taitotasoon liittyy vahvasti lyönnin toistettavuus. Tulokset osoittavat vakuuttavasti siihen, että korkeammilla taitotasoilla suoriudutaan lyönnin toistamisesta paremmin. Tutkimus kiteytyy siihen, että taitotaso korreloituu pussitusprosentin ja lyönnin toistettavuuden kanssa, mutta ylempilläkin taitotasoilla havaitaan poikkeamia puhdasoppisesta lyöntisuorituksesta.

Työtä on mahdollista viedä pidemmälle jatkotutkimuksilla. Ensimmäinen tavoiteltava tutkimus on selvittää voidaanko säätämällä MATLABin `imufilter()`-funktion parametreja saada luotettava rotaatiomatriisi koordinaatistomuunnosta varten. Toinen vaihtoehto on hyödyntää jotain toista suodatinta. Jos orientaation määrittäminen tuottaa tässäkin tilanteessa virheellisiä tuloksia, tulee vakavasti harkita toisen anturin hyödyntämistä tutkimuksessa. Toinen jatkotutkimus on kepin kärjen poikkeaman analysointi osumahetkellä. Kolmas tutkittava asia on tietokoneavusteisesti suorittaa datalle luokittelua koneoppimisella. Tämän avulla voidaan todennäköisesti luokitella pelaajan taitotaso ja lyöntitilanne. Jos tutkimuksen kokonaisuus saadaan toimimaan odotetulla tavalla, voidaan tehdä tutkimuksia järjestelmän automatisoinnista. Tavoiteltavaan automatisointiin kuuluu esimerkiksi antureiden välisen ajan synkronointi, lyöntien löytäminen mittausdatasta ja lyönnin sisältävien ominaisuuksien luokittelu. Lisäksi jatkututkimuksessa on tarpeellista pohtia, voidaanko kameroilla varmentaa antureilta saatavaa tulosta, kuten kulmia ϕ , ψ ja γ . Tämä tutkimus antaa kuitenkin tällaisenaan hyvän perustan toivotuille jatkotutkimuksille.

Lähteet

- 3-Space Sensor Mini Bluetooth User's Manual* (2020). Yost Labs. [viitattu 11.4.2021]. URL: <https://yostlabs.com/wp/wp-content/uploads/pdf/3-Space-Sensor-Users-Manual-Mini-Bluetooth.pdf>.
- 3-Space Sensor Suite Manual* (2019). Yost Labs. [viitattu 11.4.2021]. URL: <https://yostlabs.com/wp/wp-content/uploads/pdf/3-Space-Sensor-Suite-Manual.pdf>.
- fcdf* (2006). The MathWorks. [viitattu 7.5.2021]. URL: <https://www.mathworks.com/help/stats/fcdf.html>.
- imufilter System object* (2018). The MathWorks. [viitattu 11.4.2021]. URL: <https://www.mathworks.com/help/nav/ref/imufilter-system-object.html>.
- Kornfeind, P., Baca, A., Boindl, T., Kettlgruber, A. ja Gollnhuber, G. (2015). "Movement Variability of Professional Pool Billiards Players on Selected Tasks". *Procedia Engineering* 112. ID: 278653, s. 540–545. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.07.240.
- kstest* (2006). The MathWorks. [viitattu 7.5.2021]. URL: <https://www.mathworks.com/help/stats/kstest.html>.
- SkyTrak Launch Monitor* (2021). SkyTrak. [viitattu 28.4.2021]. URL: <https://www.skytrakgolf.com/launch-monitor>.
- Steels, T., Van Herbruggen, B., Fontaine, J., De Pessemier, T., Plets, D. ja De Poorter, E. (2020). "Badminton Activity Recognition Using Accelerometer Data". *Sensors (Basel, Switzerland)* 20.17, s. 4685. DOI: 10.3390/s20174685.
- Ueda, M., Negoro, H., Kurihara, Y. ja Watanabe, K. (2013). "Measurement of Angular Motion in Golf Swing by a Local Sensor at the Grip End of a Golf Club". *IEEE transactions on human-machine systems* 43.4, s. 398–404. DOI: 10.1109/TSMC.2013.2266896.

Taulukot

1	Vaihtoehdot tallennettaville muuttujille Data Graph -ikkunasta.	23
2	Suhteelliset virheet levossa olevan sensorin kiihtyvyyksissä.	30
3	Biljardikepin asento ennen kiihdytystä ensimmäisessä lyöntitilanteessa. . .	31
4	Biljardikepin asento ennen kiihdytystä toisessa lyöntitilanteessa.	31
5	Biljardikepin asento ennen kiihdytystä kolmannessa lyöntitilanteessa. . . .	31
6	Biljardikepin asento ennen kiihdytystä neljännessä lyöntitilanteessa.	32
7	Kiihdytyksenaikainen liike biljardikepissä ensimmäisessä lyöntitilanteessa.	36
8	Pannan kokonaiskiihtyvyys osumahetkellä ensimmäisessä lyöntitilanteessa.	38
9	Pannan kokonaiskiihtyvyys osumahetkellä toisessa lyöntitilanteessa.	39
10	Pannan kokonaiskiihtyvyys osumahetkellä kolmannessa lyöntitilanteessa. .	39
11	Pannan kokonaiskiihtyvyys osumahetkellä neljännessä lyöntitilanteessa. . .	39
12	Kiihdytyksenaikainen liike biljardikepissä toisessa lyöntitilanteessa.	54
13	Kiihdytyksenaikainen liike biljardikepissä kolmannessa lyöntitilanteessa. .	54
14	Kiihdytyksenaikainen liike biljardikepissä neljännessä lyöntitilanteessa. . .	55
15	Hypoteesitesti taitotasolle 5.	63
16	Hypoteesitesti taitotasolle 4.	63
17	Hypoteesitesti taitotasolle 3.	63
18	Hypoteesitesti taitotasolle 2A.	64
19	Hypoteesitesti taitotasolle 2B.	64
20	Hypoteesitesti taitotasolle 5.	64
21	Hypoteesitesti taitotasolle 4.	65

22	Hypoteesitesti taitotasolle 3.	65
23	Hypoteesitesti taitotasolle 2A.	66
24	Hypoteesitesti taitotasolle 2B.	66

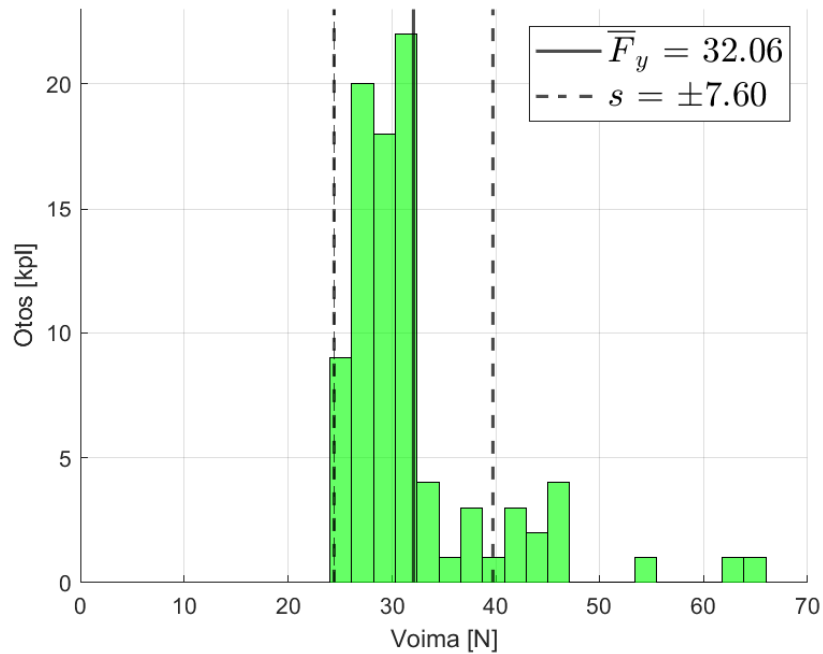
Kuvat

1	Työssä käytettävä mittauslaitteisto.	7
2	Kiven poikkeaman vaikutus kohdepallon liikerataan.	11
3	Kiihtyvyyssanturin jousen poikkeama tasapainoasemastaan.	12
4	Yleiskuva biljardikepin asennosta lyönnin aikana.	14
5	Putoamiskiihtyvyyden jakautuminen \overline{G}_x ja \overline{G}_z suuntiin.	14
6	Biljardikepin nousukulma ψ pöytään nähden.	15
7	Sivuttaissuuntaisen kiihtyvyyden määrittäminen.	16
8	Yost Labs 3-Space Suite pääikkuna.	22
9	Yost Labs 3-Space Suite Data Graph -ikkuna.	24
10	Ensimmäinen ja toinen lyöntitilanne ylhäältäpäin.	26
11	Kolmas lyöntitilanne ylhäältäpäin.	26
12	Neljäs lyöntitilanne ylhäältäpäin.	26
13	MATLABin imufilter()-funktiolta saatu rotaatiomatriisi maailman koordinaatistossa.	27
14	Kiihtyvyyden $[\overline{a}_x]_s$ otosjakauma anturin olleessa levossa.	28
15	Kiihtyvyyden $[\overline{a}_y]_s$ otosjakauma anturin olleessa levossa.	29
16	Kiihtyvyyden $[\overline{a}_z]_s$ otosjakauma anturin olleessa levossa.	29
17	Biljardikepin kiihtyvyys neljännessä lyöntitilanteessa taitotasolla 2A.	33
18	Biljardikepin kiihtyvyys ensimmäisessä lyöntitilanteessa taitotasolla 5.	34
19	Biljardikepin kiihtyvyys ensimmäisessä lyöntitilanteessa taitotasolla 4.	34
20	Biljardikeppiin tuotettu voima F_y ensimmäisen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 5.	35

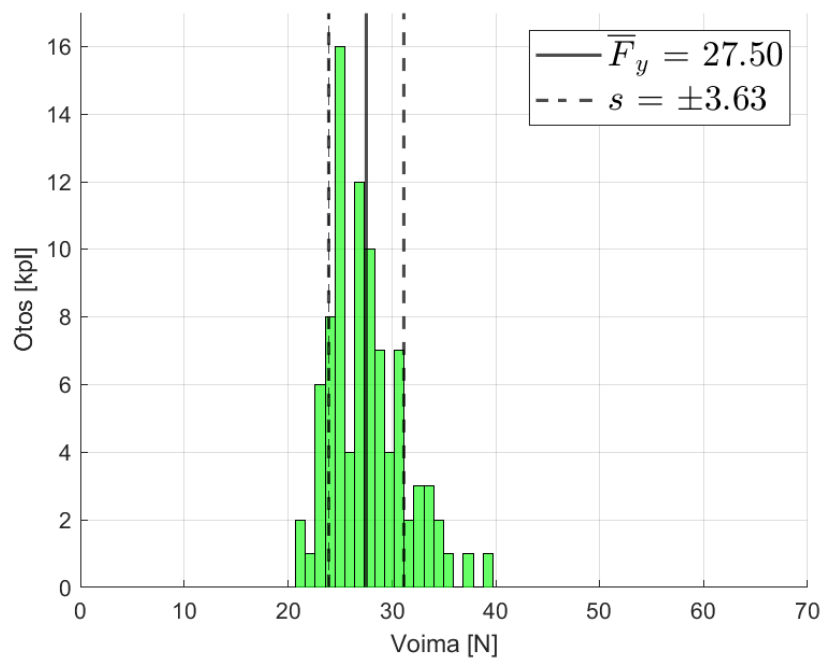
21	Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 5.	36
22	Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 5.	37
23	Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 2A.	38
24	Biljardikepin kiihtyvyys ensimmäisessä lyöntitilanteessa taitotasolla 5. . . .	40
25	Biljardikepin kiihtyvyys sen osuessa lattiaan tai seinään.	40
26	Biljardikeppiin tuotettu voima F_y ensimmäisen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 4.	50
27	Biljardikeppiin tuotettu voima F_y toisen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 5.	50
28	Biljardikeppiin tuotettu voima F_y toisen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 4.	51
29	Biljardikeppiin tuotettu voima F_y kolmannen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 5.	51
30	Biljardikeppiin tuotettu voima F_y kolmannen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 4.	52
31	Biljardikeppiin tuotettu voima F_y neljännen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 5.	52
32	Biljardikeppiin tuotettu voima F_y neljännen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 4.	53
33	Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 4.	56
34	Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 3.	57
35	Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 2A.	57
36	Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 2B.	58
37	Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 4.	59
38	Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 3.	59

39	Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 2B.	60
40	Sivuttaissuuntainen kiihtyvyys ensimmäisessä lyöntitilanteessa taitotasolla 5.	61
41	Datan kertymäfunktion vertaus normaalijakautuneeseen kertymäfunktioon. .	62

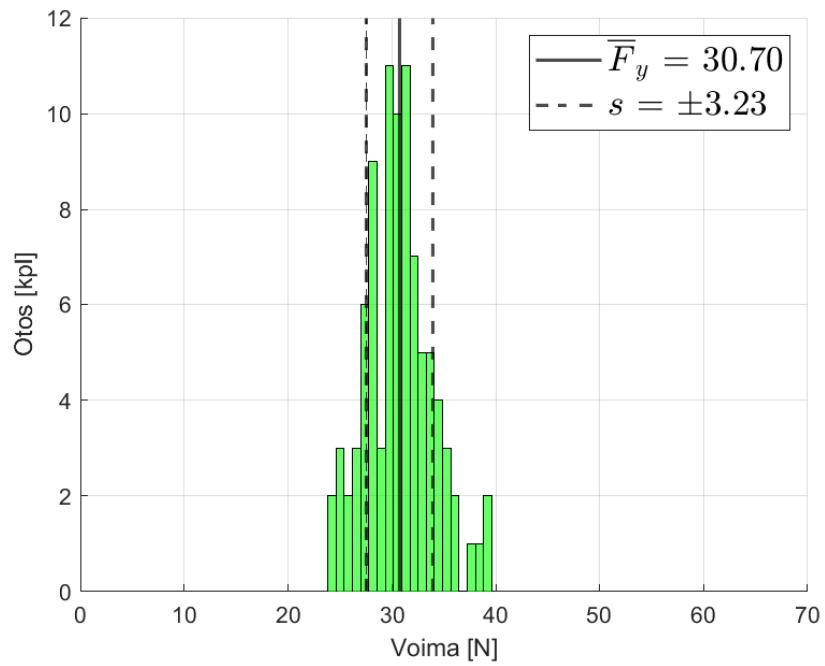
Liite 1: \overline{F}_y jakaumat taitotasolla 5 ja 4



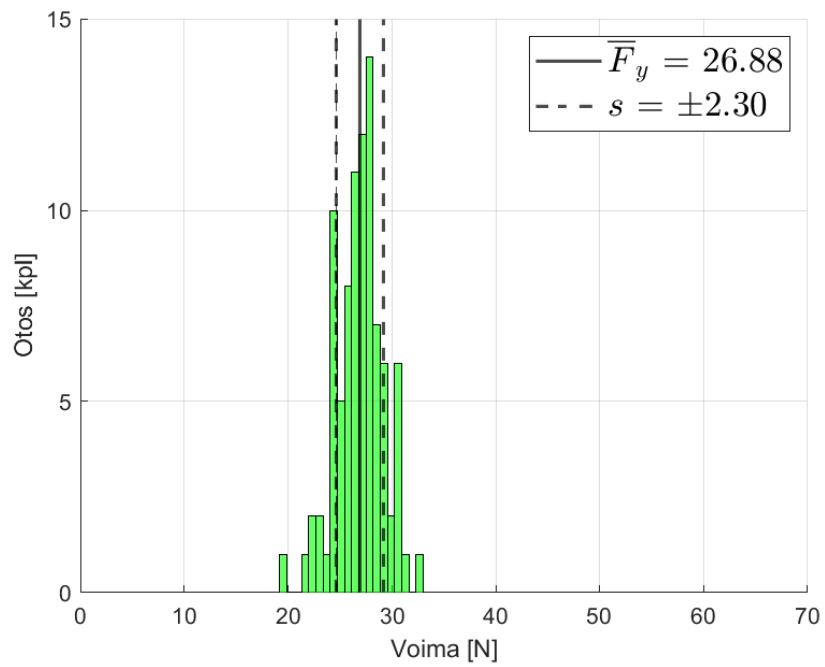
Kuva 26. Biljardikeppiin tuotettu voima F_y ensimmäisen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 4.



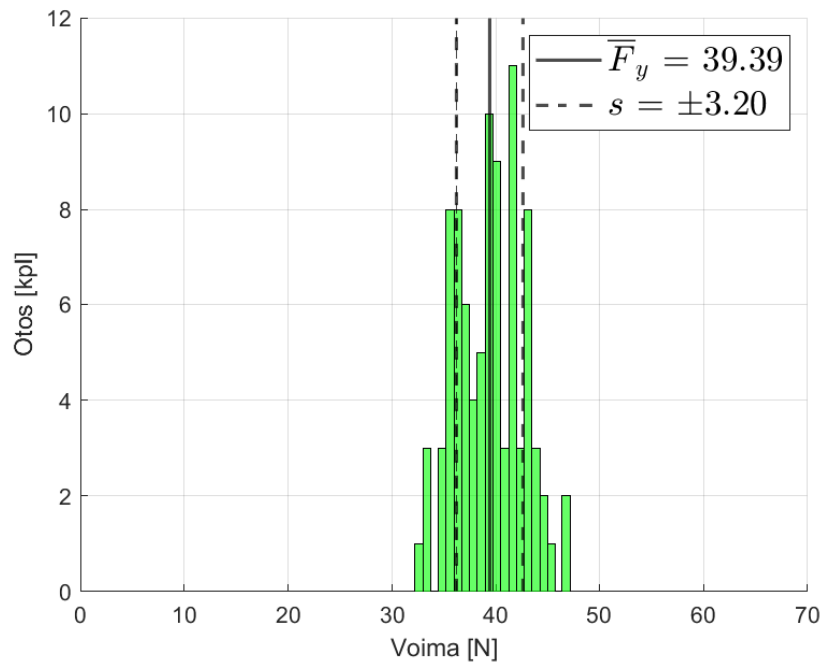
Kuva 27. Biljardikeppiin tuotettu voima F_y toisen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 5.



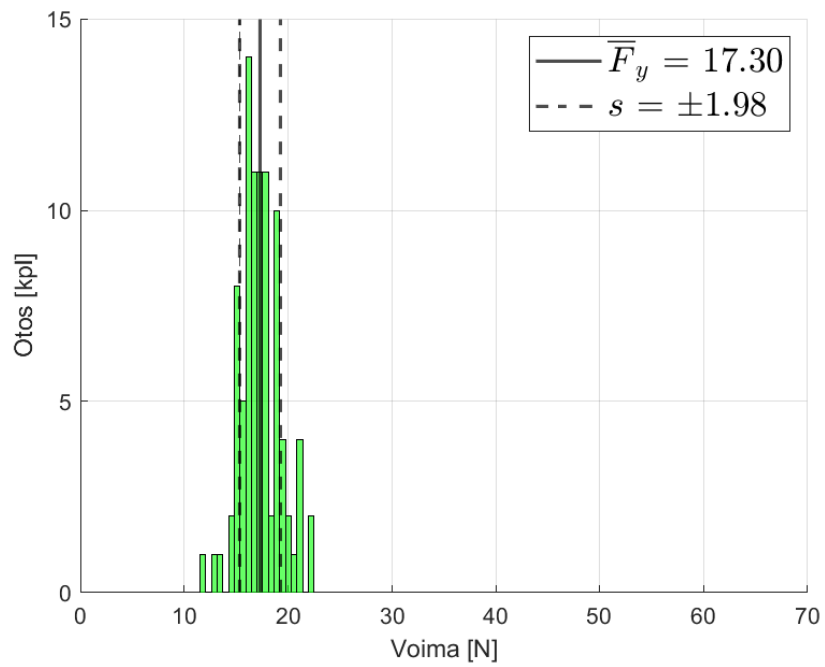
Kuva 28. Biljardikeppiin tuotettu voima F_y toisen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 4.



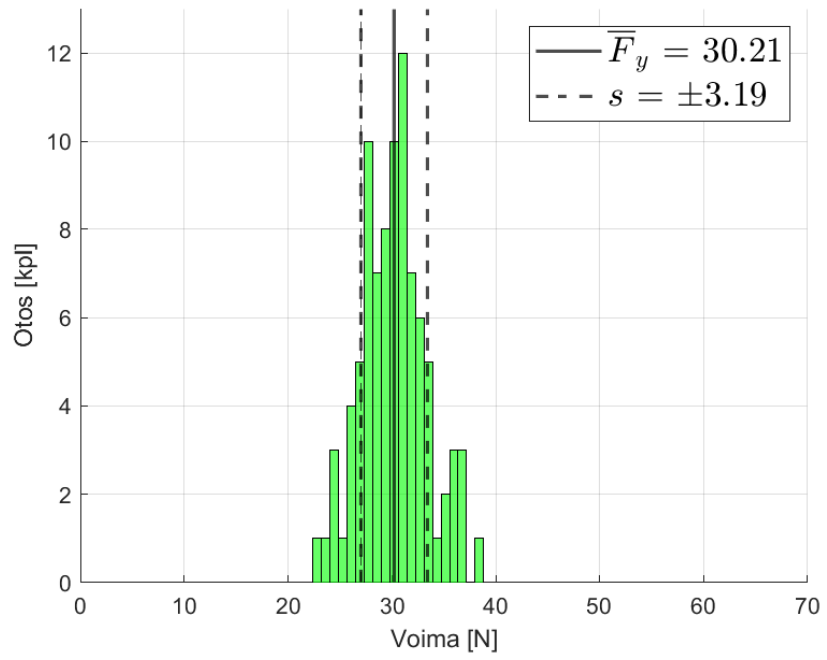
Kuva 29. Biljardikeppiin tuotettu voima F_y kolmannen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 5.



Kuva 30. Biljardikeppiin tuotettu voima F_y kolmannen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 4.



Kuva 31. Biljardikeppiin tuotettu voima F_y neljännen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 5.



Kuva 32. Biljardikeppiin tuotettu voima F_y neljännen lyöntitilanteen osumahetkellä taitotasolla 4.

Liite 2: $[\bar{F}_y]_S$, $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$, v_{max} ja t_a taulukoituna

Taulukko 12. Kiihdytyksenaikainen liike biljardikepissä toisessa lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo $[\bar{F}_y]_S$ [N]	27.50	30.70	35.84	27.82	
Otoshajonta $s_{F,y}$	3.63	3.23	3.56	4.07	
Keskiarvo $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$ [G]	1.98	2.28	2.59	3.47	
Otoshajonta $s_{a,sivuttais}$ [G]	0.75	1.47	1.89	1.30	
Keskiarvo v_{max} [m/s]	1.06	1.22	1.31	2.15	
Otoshajonta $s_{v,max}$ [m/s]	0.25	0.26	0.34	0.51	
Kiihdytysajan keskiarvo t_a [s]	0.08	0.08	0.07	0.12	
Otoshajonta $s_{t,a}$ [s]	0.01	0.01	0.01	0.02	

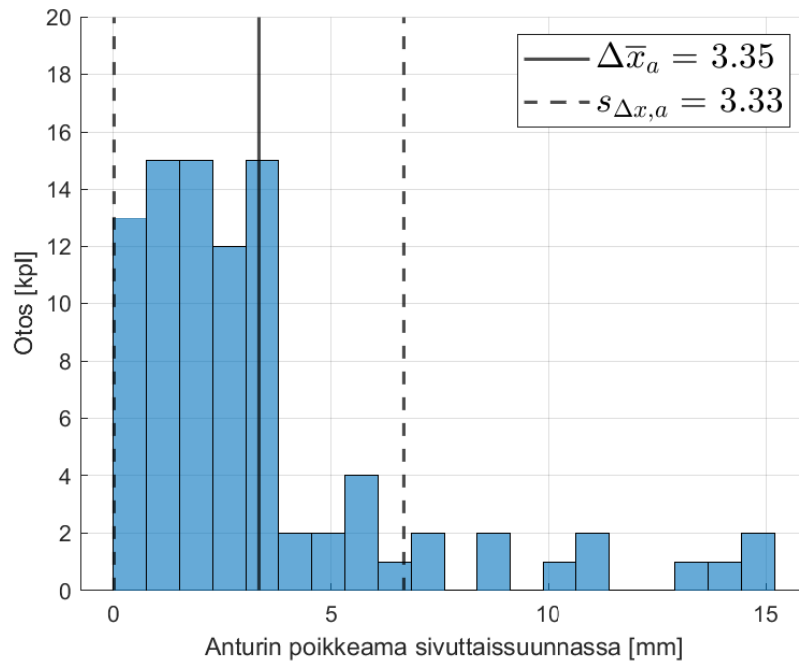
Taulukko 13. Kiihdytyksenaikainen liike biljardikepissä kolmannessa lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo $[\bar{F}_y]_S$ [N]	26.88	39.39		30.29	
Otoshajonta $s_{F,y}$	2.30	3.20		3.26	
Keskiarvo $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$ [G]	2.67	2.03		4.20	
Otoshajonta $s_{a,sivuttais}$ [G]	1.12	1.01		1.44	
Keskiarvo v_{max} [m/s]	1.60	1.41		2.18	
Otoshajonta $s_{v,max}$ [m/s]	0.64	0.38		0.49	
Kiihdytysajan keskiarvo t_a [s]	0.09	0.08		0.13	
Otoshajonta $s_{t,a}$ [s]	0.02	0.01		0.02	

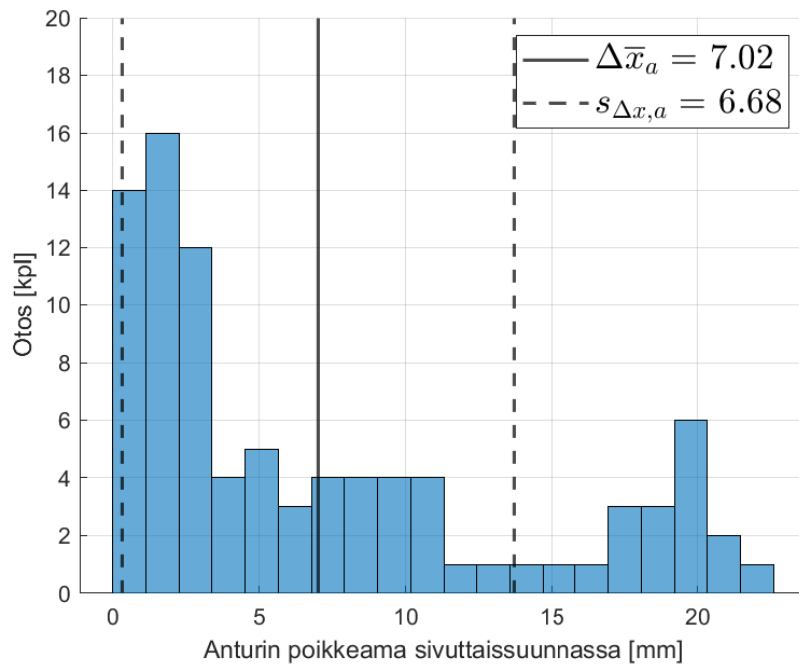
Taulukko 14. Kiihdytyksenaikainen liike biljardikepissä neljännessä lyöntitilanteessa.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo $[\bar{F}_y]_S$ [N]	17.30	30.21		13.39	
Otoshajonta $s_{F,y}$	1.98	3.19		2.97	
Keskiarvo $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$ [G]	0.91	1.96		1.70	
Otoshajonta $s_{a,sivuttais}$ [G]	0.38	1.30		1.42	
Keskiarvo v_{max} [m/s]	0.77	1.08		0.88	
Otoshajonta $s_{v,max}$ [m/s]	0.23	0.27		0.29	
Kiihdytysajan keskiarvo t_a [s]	0.08	0.07		0.10	
Otoshajonta $s_{t,a}$ [s]	0.01	0.01		0.02	

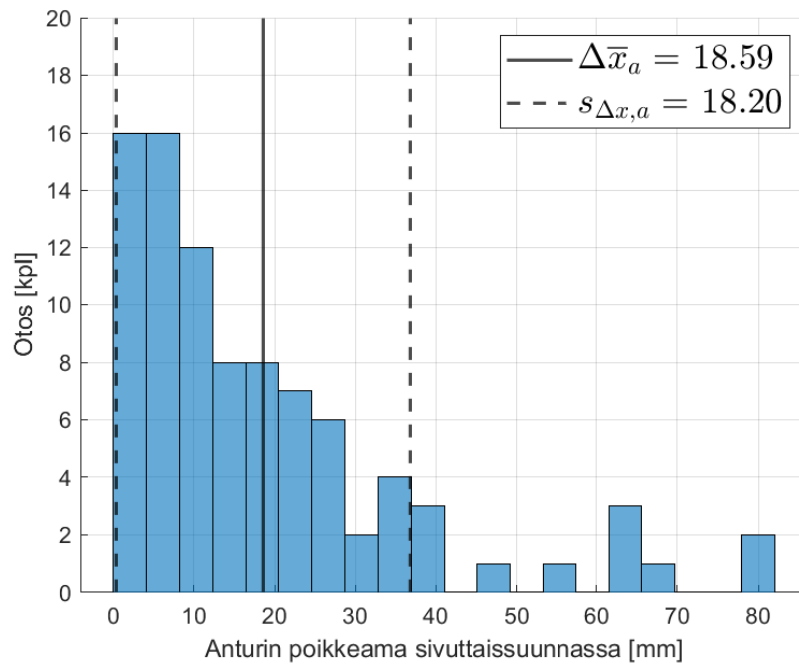
Liite 3: Sivuttaissuuntainen poikkeama $\Delta\bar{x}_a$ ensimmäisessä lyöntitilanteessa



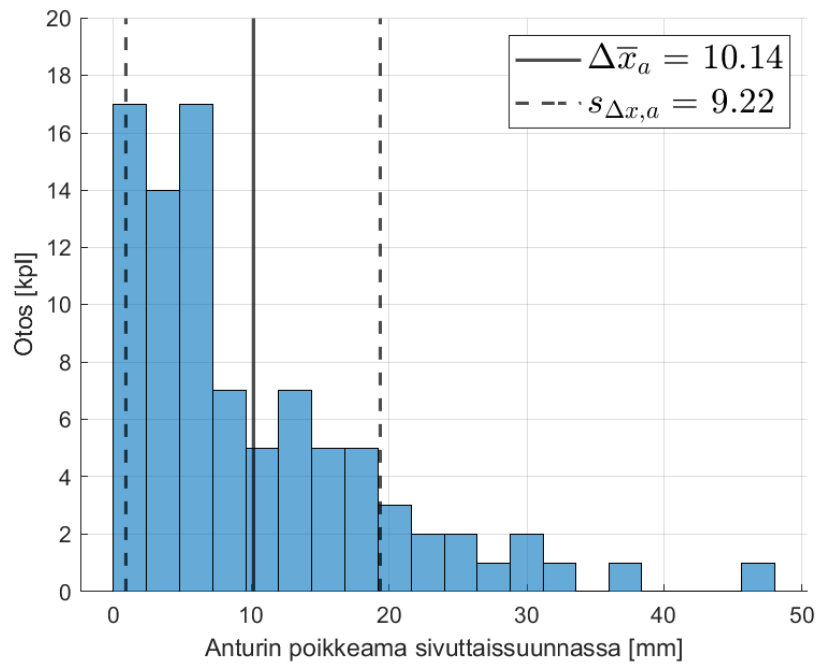
Kuva 33. Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 4.



Kuva 34. Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 3.

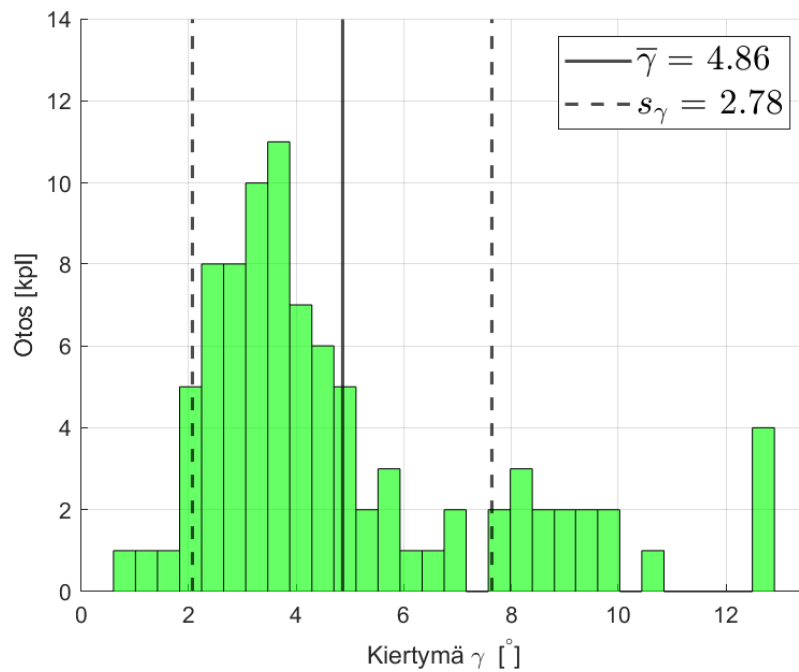


Kuva 35. Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 2A.

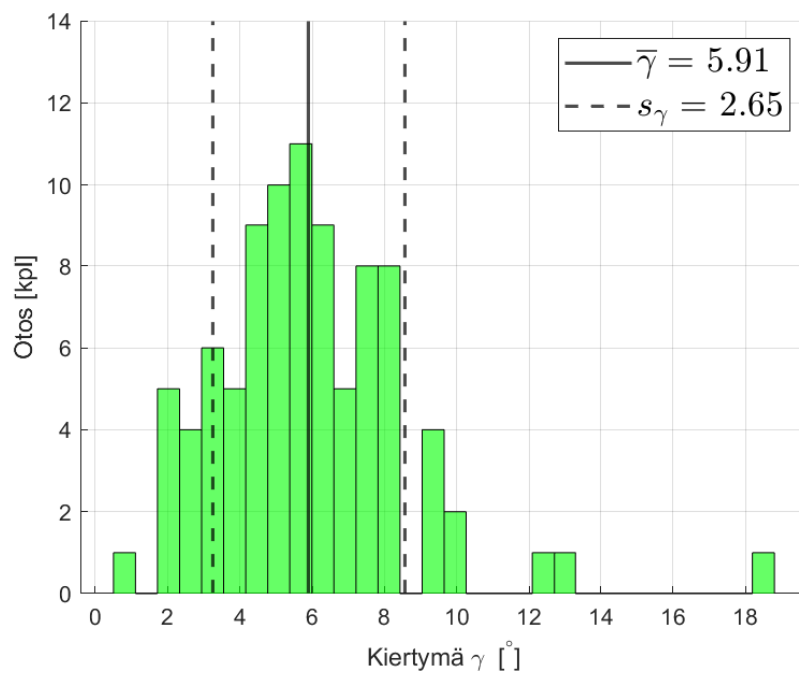


Kuva 36. Biljardikepin anturin poikkeama sivuttaissuunnassa taitotasolla 2B.

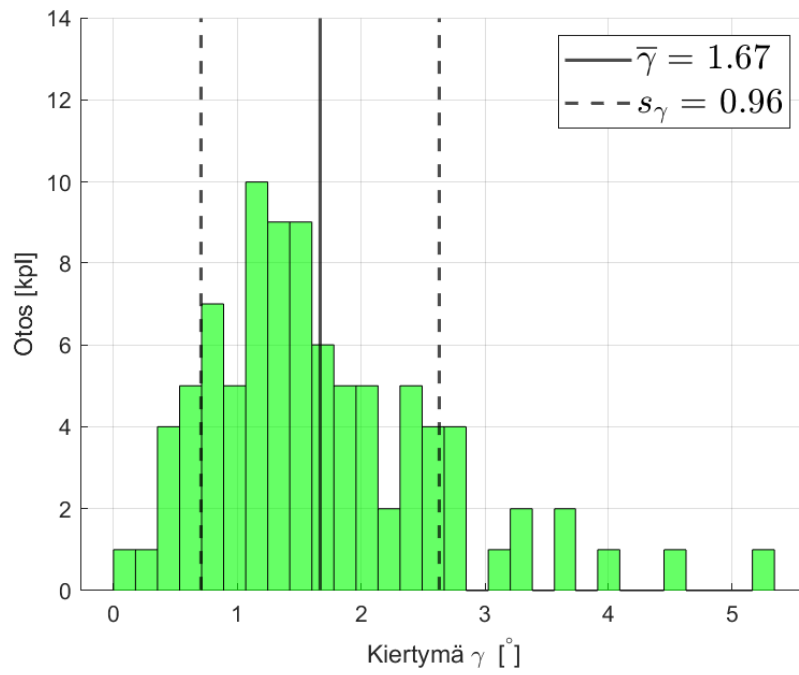
Liite 4: Biljardikepin kiertymä γ ensimmäisessä lyöntitilanteessa



Kuva 37. Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 4.



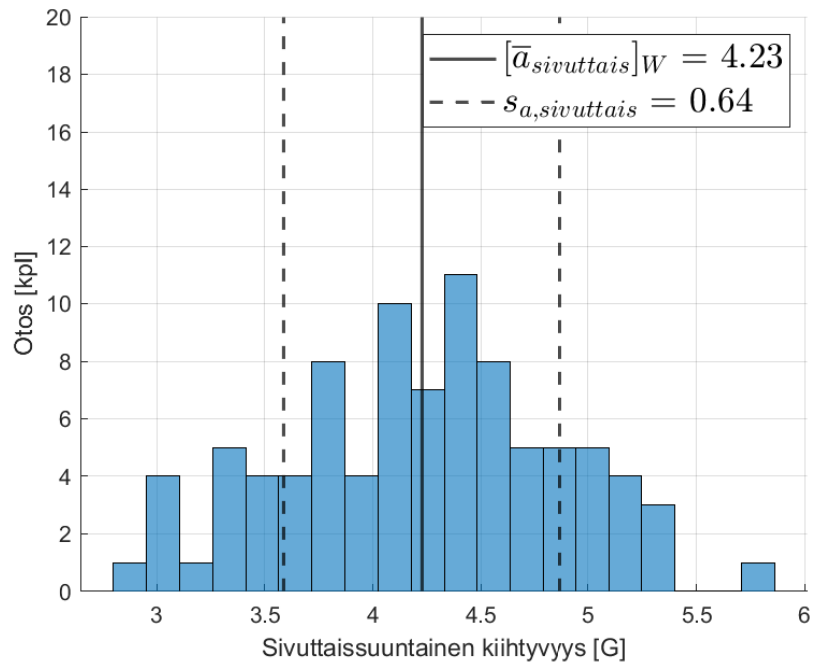
Kuva 38. Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 3.



Kuva 39. Biljardikepin kiertymä kiihdytyksen aikana taitotasolla 2B.

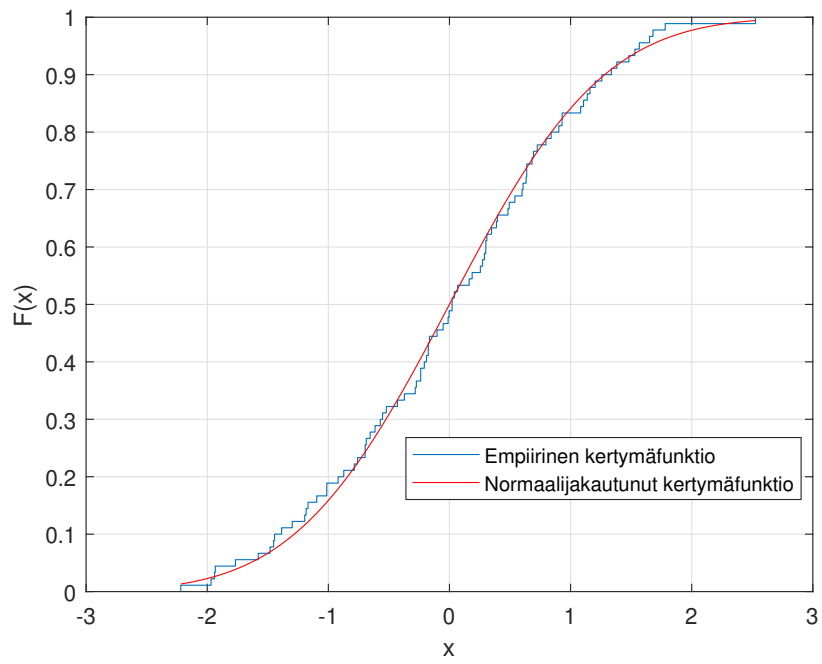
Liite 5: Normaalijakautuneisuuden testaus

Tässä liitteessä esitetään normaalijakautuneisuuden testaus. Testauksessa hyödynnetään Kolmogorov-Smirnovin testiä, joka visualisoi testattavan otoksen normaalijakautuneisuutta. Testi tapahtuu MATLABin `kstest()`-funktioilla.



Kuva 40. Sivuttaissuuntainen kiihtyvyys ensimmäisessä lyöntitilanteessa taitotasolla 5.

Kun kyseistä datajoukkoa verrataan `kstest()`-funktioilla, saadaan P-luvuksi 0.9893, joka on huomattavasti isompi tavanomaiseen riskitasoon 0.05. Täten hyväksytään nollahypoteesi eli joukkoa voidaan pitää normaalijakautuneena.



Kuva 41. Datan kertymäfunktion vertaus normaalijakautuneeseen kertymäfunktioon.

Liite 6: Hypoteesitestit taulukoille 3 ja 7

Taulukoissa 15, 16, 17, 18 ja 19 on taulukosta 3 hypoteesitestit, joissa verrataan yksittäistä taitotasoa muihin taitotasoihin. Testit suoritetaan t- ja F -testillä. Jos teksti on punainen, nol-lahypoteesi hylätään riskitasolla $\alpha = 0.05$. Esimerkiksi taulukossa 17 taitotason 3 otoshajonta s_ϕ ei voida hyödyntää taitotasolla 4. Vastaavasti vihreä teksti hyväksyy nol-lahypoteesin ja tulokset ovat riskitason sisällä samankaltaisia.

Taulukko 15. Hypoteesitesti taitotasolle 5.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Kulma ϕ	29.56	110.51	62.22	94.05	86.81
Otoshajonta s_ϕ	3.79	27.58	46.64	42.83	52.68
Kulma ψ_p	9.20	4.07	7.34	14.36	5.44
Otoshajonta s_ψ	0.48	0.39	1.79	4.76	2.16

Taulukko 16. Hypoteesitesti taitotasolle 4.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Kulma ϕ	29.56	110.51	62.22	94.05	86.81
Otoshajonta s_ϕ	3.79	27.58	46.64	42.83	52.68
Kulma ψ_p	9.20	4.07	7.34	14.36	5.44
Otoshajonta s_ψ	0.48	0.39	1.79	4.76	2.16

Taulukko 17. Hypoteesitesti taitotasolle 3.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Kulma ϕ	29.56	110.51	62.22	94.05	86.81
Otoshajonta s_ϕ	3.79	27.58	46.64	42.83	52.68
Kulma ψ_p	9.20	4.07	7.34	14.36	5.44
Otoshajonta s_ψ	0.48	0.39	1.79	4.76	2.16

Taulukko 18. Hypoteesitesti taitotasolle 2A.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Kulma ϕ	29.56	110.51	62.22	94.05	86.81
Otoshajonta s_ϕ	3.79	27.58	46.64	42.83	52.68
Kulma ψ_p	9.20	4.07	7.34	14.36	5.44
Otoshajonta s_ψ	0.48	0.39	1.79	4.76	2.16

Taulukko 19. Hypoteesitesti taitotasolle 2B.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Kulma ϕ	29.56	110.51	62.22	94.05	86.81
Otoshajonta s_ϕ	3.79	27.58	46.64	42.83	52.68
Kulma ψ_p	9.20	4.07	7.34	14.36	5.44
Otoshajonta s_ψ	0.48	0.39	1.79	4.76	2.16

Taulukot 20, 21, 22, 23 ja 24 sisältävät hypoteesitesti taulukolle 7. Keltaiset rivit viittaavat siihen, ettei jakauma ole normaalijakautunut, jolloin testiä ei voida suorittaa.

Taulukko 20. Hypoteesitesti taitotasolle 5.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo $[\bar{F}_y]_S$ [N]	18.37	32.06	35.74	23.25	14.40
Otoshajonta $s_{F,y}$ [N]	3.50	7.60	4.02	5.09	3.71
Keskiarvo $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$ [G]	4.23	0.63	1.88	2.69	1.75
Otoshajonta $s_{a,sivuttais}$ [G]	0.64	0.49	1.71	1.86	1.31
Keskiarvo v_{max} [m/s]	1.50	1.59	1.36	1.89	0.90
Otoshajonta $s_{v,max}$ [m/s]	0.47	0.87	0.48	0.46	0.26
Kiihdytysajan keskiarvo t_a [s]	0.11	0.09	0.07	0.13	0.09
Otoshajonta $s_{t,a}$ [s]	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02

Taulukko 21. Hypoteesitesti taitotasolle 4.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo $[\bar{F}_y]_S$ [N]	18.37	32.06	35.74	23.25	14.40
Otoshajonta $s_{F,y}$ [N]	3.50	7.60	4.02	5.09	3.71
Keskiarvo $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$ [G]	4.23	0.63	1.88	2.69	1.75
Otoshajonta $s_{a.sivuttais}$ [G]	0.64	0.49	1.71	1.86	1.31
Keskiarvo v_{max} [m/s]	1.50	1.59	1.36	1.89	0.90
Otoshajonta $s_{v,max}$ [m/s]	0.47	0.87	0.48	0.46	0.26
Kiihdytysajan keskiarvo t_a [s]	0.11	0.09	0.07	0.13	0.09
Otoshajonta $s_{t,a}$ [s]	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02

Taulukko 22. Hypoteesitesti taitotasolle 3.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo $[\bar{F}_y]_S$ [N]	18.37	32.06	35.74	23.25	14.40
Otoshajonta $s_{F,y}$ [N]	3.50	7.60	4.02	5.09	3.71
Keskiarvo $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$ [G]	4.23	0.63	1.88	2.69	1.75
Otoshajonta $s_{a.sivuttais}$ [G]	0.64	0.49	1.71	1.86	1.31
Keskiarvo v_{max} [m/s]	1.50	1.59	1.36	1.89	0.90
Otoshajonta $s_{v,max}$ [m/s]	0.47	0.87	0.48	0.46	0.26
Kiihdytysajan keskiarvo t_a [s]	0.11	0.09	0.07	0.13	0.09
Otoshajonta $s_{t,a}$ [s]	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02

Taulukko 23. Hypoteesitesti taitotasolle 2A.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo $[\bar{F}_y]_S$ [N]	18.37	32.06	35.74	23.25	14.40
Otoshajonta $s_{F,y}$ [N]	3.50	7.60	4.02	5.09	3.71
Keskiarvo $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$ [G]	4.23	0.63	1.88	2.69	1.75
Otoshajonta $s_{a.sivuttais}$ [G]	0.64	0.49	1.71	1.86	1.31
Keskiarvo v_{max} [m/s]	1.50	1.59	1.36	1.89	0.90
Otoshajonta $s_{v,max}$ [m/s]	0.47	0.87	0.48	0.46	0.26
Kiihdytysajan keskiarvo t_a [s]	0.11	0.09	0.07	0.13	0.09
Otoshajonta $s_{t,a}$ [s]	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02

Taulukko 24. Hypoteesitesti taitotasolle 2B.

	Taitotaso				
	5	4	3	2A	2B
Keskiarvo $[\bar{F}_y]_S$ [N]	18.37	32.06	35.74	23.25	14.40
Otoshajonta $s_{F,y}$ [N]	3.50	7.60	4.02	5.09	3.71
Keskiarvo $[\bar{a}_{sivuttais}]_W$ [G]	4.23	0.63	1.88	2.69	1.75
Otoshajonta $s_{a.sivuttais}$ [G]	0.64	0.49	1.71	1.86	1.31
Keskiarvo v_{max} [m/s]	1.50	1.59	1.36	1.89	0.90
Otoshajonta $s_{v,max}$ [m/s]	0.47	0.87	0.48	0.46	0.26
Kiihdytysajan keskiarvo t_a [s]	0.11	0.09	0.07	0.13	0.09
Otoshajonta $s_{t,a}$ [s]	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02