

LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO

Teknillinen tiedekunta

Konetekniikan koulutusohjelma

BK10A0400 Kandidaatintyö ja seminaari

**NIPILLISEN PYÖRIVÄN TELASYSTEEMIN  
MUISTI-ILMIÖ JA STABIILISUUS**

**Memory Effect and Stability of Rotating Nipped Rolls**

Työn ohjaajana ja tarkastajana on toiminut professori Raimo von Hertzen.

Lappeenrannassa 4.2.2009

Anssi Karttunen 0280256

# KÄYTETYT MERKINNÄT

## Latinalaiset aakkoset

$a$	Lyhennysmerkintä
$A$	Viskoelastisen deformaation palautumiskerroin
$c_1$	Maxwell-elementin vaimennusvakio
$c_s$	Ylätelan tuennan vaimennusvakio
$C_s$	Alatelan tuennan vaimennusvakio
$\mathbf{C}$	Vaimennusmatriisi
$e_1$	Ylätelan poikkeama pyöreästä muodosta juuri ennen nippiin paluuta
$f$	Ylätelan pyörimistaajuus
$f_{ni}$	Systemin ominaistaajuus ( $i = 1, 2$ )
$\hat{f}_i$	Ominaistaajuus suhteessa ylätelan pyörimistaajuuteen ( $i = 1, 2$ )
$\mathbf{F}$	Voimavektori
$\text{Im}$	Imaginaariosa
$k_1$	Maxwell-elementin jousivakio
$k_\infty$	Viskoelastisen elementin jousivakio
$k_s$	Ylätelan tuennan jousivakio
$K_s$	Alatelan tuennan jousivakio
$\mathbf{K}$	Jäykkyysmatriisi
$m$	Ylätelan massa
$M$	Alatelan massa
$\mathbf{M}$	Massamatriisi
$n$	Kierrosten indeksointiluku ( $n = 1, \dots, N_t$ )
$N_t$	Kierrosten lukumäärä ajanhetkellä $t$
$N$	Monikulmioluku
$\text{Re}$	Reaaliosa
$s$	Kompleksiarvoinen Laplace-muuttuja
$t$	Aika
$t_0$	Ajanhetki nipistä poistuttaessa
$T$	Ylätelan yhteen kierrokseen kuluva aika (jaksonaika)
$u_1$	Viskoelastinen deformaatio
$\mathbf{x}$	Vapausastevektori

$x_1$	Ylätelan pystysuuntainen vapausaste
$\hat{x}_1$	Laplace-muunnos funktiosta $x_1$
$X_1$	Alatelan pystysuuntainen vapausaste
$\hat{X}_1$	Laplace-muunnos funktiosta $X_1$
$z_1$	Maxwell-elementin jousen pystysuuntainen vapausaste
$\hat{z}_1$	Laplace-muunnos funktiosta $z_1$

### **Kreikkalaiset aakkoset**

$\alpha$	Viiveilmiöön liittyvä parametri
$\beta$	Ajan skaalaustekijä dimensioanalyysissä
$\zeta_i$	Modaalinen vaimennussuhde ( $i = 1, 2$ )
$\tau$	Laaduton aika dimensioanalyysissä
$\tau_1$	Polymeeripinnoitteen relaksaatioaika
$\omega_{ni}$	Pyörimättömän systeemin vaimentamaton ominaiskulmataajuus ( $i = 1, 2$ )

### **Alaindeksit**

$m$	Monikulmiojuureen liittyvä monikulmioluku (lähin kokonaisluku) alikriittisellä alueella toisen ominaistaajuuden suhteen
$n$	Monikulmiojuureen liittyvä monikulmioluku (lähin kokonaisluku) ylikriittisellä alueella toisen ominaistaajuuden suhteen

### **Muut**

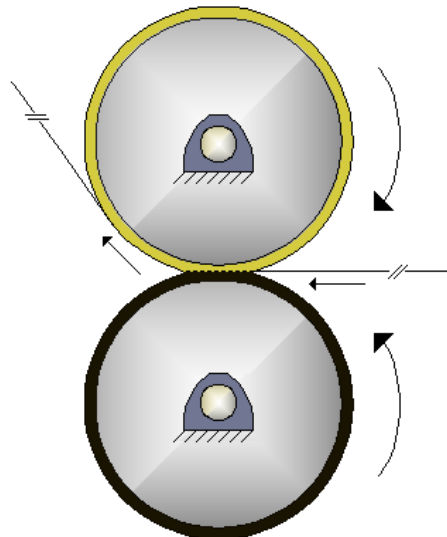
·	Ensimmäinen aikaderivaatta
··	Toinen aikaderivaatta

## SISÄLLYSLUETTELO

<b>1 JOHDANTO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Polymeeripinnoitteen muisti-ilmiö .....	2
1.1.1 Pinnoitteen kuvioituminen ja systeemin värähtely .....	2
1.1.2 Muisti-ilmiötä käsitteleviä tutkimuksia .....	3
1.2 Työn tavoitteet ja rajaus .....	3
<b>2 MALLINNUS JA ANALYYSI .....</b>	<b>5</b>
2.1 Telasysteemin analyttinen tasomalli .....	5
2.2 Tasomallin yhtälöt .....	5
2.3 Stabiilisuusanalyysi ja ominaiskulmataajuudet .....	8
2.4 Numeerinen analyysi .....	10
<b>3 LASKENNALLISET TULOKSET .....</b>	<b>11</b>
3.1 Laskentaparametrit ja systeemin ominaisuuksia .....	11
3.2 Numeerinen stabiilisuusanalyysi .....	12
3.2.1 Tuentavaimennusten kasvattaminen .....	16
3.2.2 Relaksaatioajan variointi .....	17
<b>4 JOHTOPÄÄTÖKSET .....</b>	<b>20</b>
<b>5 LÄHDELUETTELO .....</b>	<b>21</b>

# 1 JOHDANTO

Lukuisissa teollisuusprosesseissa hyödynnetään yhteenpuristettujen pyörivien telojen välistä kontaktipainetta, jonka vaikutusalueutta kutsutaan nipiksi. Esimerkiksi paperi- ja tekstiilikoneissa sekä metallien valssauksessa pyritään nipeissä muokkaamaan niiden läpi kulkevaa materiaalia ja vaikuttamaan näin lopputuotteen ominaisuuksiin ja laatuun. Usein teloja päällystetään etenkin erilaisilla polymeereillä, jotka muiden hyödyllisten ominaisuuksiensa lisäksi deformoituvat helpommin kuin metallit suurten paineiden alaisina. Deformoituminen laajentaa nippiä ja läpi kulkevaa materiaalia saadaan puristettua laajemmalla alueella kuvan 1 mukaisesti, jolloin kontaktipaineet pienenevät ja materiaalin vaurioitumisen vaara vähenee.



Kuva 1. Nipillinen kahden pinnoitetun terästelan kokoonpano.

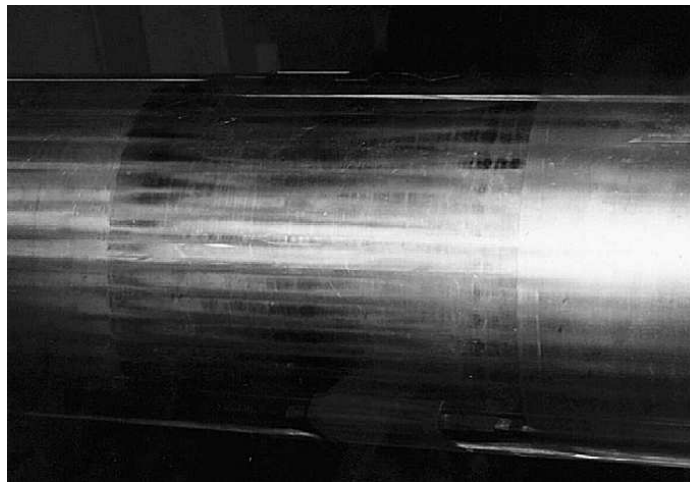
Kuvan 1 kaltainen telasysteemi on herkkä varsinkin pystysuuntaisille värähtelyille sekä pinnoitettuna että ilman pinnoitteita, mikäli telojen muodot poikkeavat vähänkin täysin pyöreistä. Epäsäännöllisyyttä muotoihin voivat aiheuttaa mm. telapintojen materiaalien viskoelastinen käyttäytyminen, plastisoituminen tai kuluminen. Teollisuuden prosesseissa telojen muodonmuutokset ja värähtely johtavat viallisiin lopputuotteisiin sekä rajoittavat koneiden ajonopeuksia ja käyttömahdollisuuksia. Tässä työssä tutkitaan paperikoneen telan polymeeripinnoitteen viskoelastisuuden aiheuttamia ilmiöitä nipillisessä kahden telan systeemissä.

## 1.1 Polymeeripinnoitteen muisti-ilmio

Nipissä viskoelastisella polymeerillä pinnoitettuun telaan syntyneestä deformaatiosta suuri osa palautuu lähes välittömästi. Loppuosa jää pinnoitteen muistiin ja palautuu hitaammin ajan kuluessa. Jos syntynyt muoto ei ehdi palautua kokonaan yhden kierroksen aikana, synnyttää se telasysteemiin itseherätteistä värähtelyä palatessaan nippiin. Muisti-ilmio ja siitä yhden kierroksen viiveellä syntyvä värähtely voivat aiheuttaa periodisen kuvion muodostumisen telan pinnoitteeseen. Muisti-ilmion aiheuttama deformaation kasaantuminen kierroksittain vahvistaa systeemin itseherätteistä värähtelyä, joten koko systeemi voi ajautua epästabiiliksi muisti-ilmion vuoksi.

### 1.1.1 Pinnoitteen kuvioituminen ja systeemin värähtely

Pinnoitettuun telaan muodostuva kuvio kulkee tutkimusten perusteella aaltomaisesti telan ulkopinnalla [1]. Kuvio on samankaltainen myös pinnoittamattoman telan kulumisilmiössä. Esimerkkinä kuvassa 2 on esitetty metallinvalssauksessa käytettävän telan kulumisesta syntyvä kuvio.



Kuva 2. Metallinvalssauksessa kulumisen vuoksi kuvioitunut terästela [9].

Kuvion yhteydessä puhutaan usein monikulmioluvusta, joka vastaa telan pinnalla olevan aaltokuvion kokonaisten jaksojen määrää kehän suunnassa yhdellä kierroksella. Kuvan 2 terästelassa jaksoja on noin neljäkymmentä, paperikoneiden pinnoitetuissa teloissa monikulmioluku on useimmiten alle kymmenen. Keskeinen tekijä pinnoitetun telan kuvioitumisessa on telan pyörimistaajuus; mitä suurempi pyörimistaajuus on, sitä pienempi on telan monikulmioluku.

Monikulmioluvusta on mahdollista päätellä, millaisilla taajuuksilla erilaiset telakokoonpanot värähtelevät. Värähtelytaajuus määräytyy pinnoitettujen telojen pyörimistaajuuksien ja monikulmiolukujen perusteella. Esimerkiksi jos kuvan 1 tapauksessa oletetaan, että vain ylemmän telan pinnoite deformoituu, niin telan monikulmioluvun ollessa yksi systeemi värähtelee ylätelan pyörimistaajuudella, suuremmat luvut vastaavat pyörimistaajuuden monikertoja.

Pinnoitteen kuvioitumista ja telojen värähtelyä voidaan hillitä kehittämällä nopeammin palautuvia polymeerejä ja tehokkaita passiivisia sekä aktiivisia vaimennusmenetelmiä. Toistaiseksi teollisuuden käytössä ei kuitenkaan ole yksinkertaista ja yleispätevää menetelmää muisti-ilmiön aiheuttamien haittojen torjumiseksi.

### **1.1.2 Muisti-ilmiötä käsitteleviä tutkimuksia**

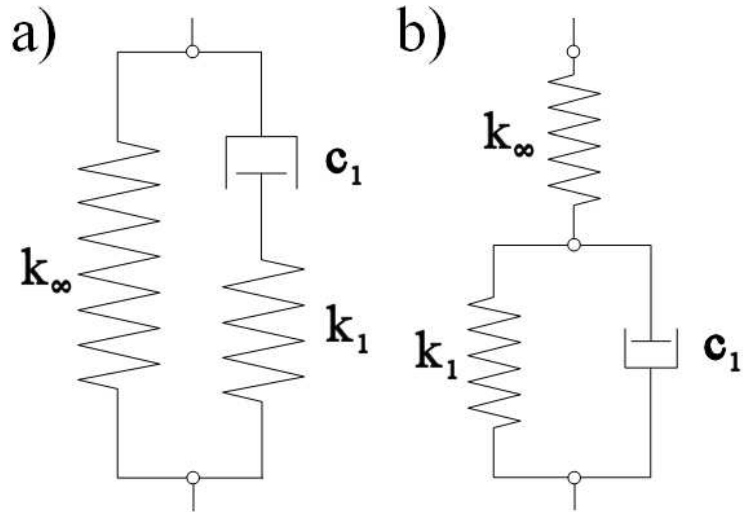
Viime vuosina viskoelastisten pinnoitteiden muisti-ilmiötä ja sen vaikutusta erilaisten telasysteemien dynamiikkaan ja stabiilisuuteen on tutkittu laajalti. Kokeellisesti ja analyyttisten mallien avulla kahden telan kokoonpanoja ovat tutkineet Sueoka *et al.* [1, 2] ja Yuan [3]. Tutkimuksissa kokeelliset ja numeeriset tulokset vastaavat hyvin toisiaan. Elementtimenetelmään perustuvaa numeerista mallinnusta kahden telan systeemistä ovat tehneet Järvenpää [4, 5] ja Yuan [5]. Menetelmää telasysteemien stabiloimiseksi ovat kehittäneet Sowa *et al.* [6]. Analyyttisten mallien avulla muisti-ilmiötä ja stabiilisuutta pyörimisen aikana kasvavissa tela-paperirullasysteemeissä, joissa paperirulla sisältää muisti-ilmiön, ovat tutkineet Jorkama ja Von Herten [7, 8]. Pinnoitteen muisti-ilmiön kanssa hyvin samankaltaista telan pinnan kulumisilmiötä ovat tutkineet kokeellisesti ja analyyttisesti Matsuzaki *et al.* [9].

## **1.2 Työn tavoitteet ja rajaus**

Tässä työssä muodostetaan kahden pyörivän telan tasomalli, jossa toinen tela on pinnoitettu viskoelastisesti käyttäytyvällä polymeerillä. Luotava malli on tyypillinen paperikoneen osakokonaisuus. Mallin merkittävimmät erot aiempiin tutkimuksiin nähden ovat:

- Telan pinnoitteen viskoelastisuutta kuvaava elementti muodostetaan kuvan 3 a) lineaarisen standardiaineen mallin mukaisesti. Malli koostuu jousesta ja Maxwell-

elementistä, jotka on kytketty rinnan. Aiemmissa tutkimuksissa viskoelastinen elementti on esitetty kuvan 3 b) kolmen parametrin mallina. Standardiaineen mukainen malli kuvaa paremmin todellista viskoelastista materiaalia.



Kuva 3. a) Lineaarisen standardiaineen malli, b) Kolmen parametrin malli. Parametrit  $k_\infty$  ja  $k_1$  ovat jousivakioita ja  $c_1$  on vaimennusvakio.

- Muisti-ilmiön kumuloituminen kierros kierrokselta otetaan huomioon.

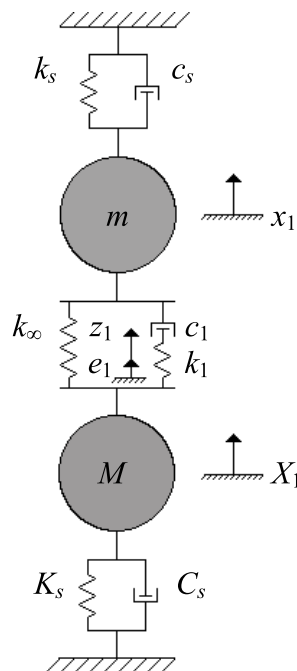
Tasomallista johdettujen yhtälöiden avulla tutkitaan polymeeripinnoitteen muisti-ilmiötä sekä telasysteemin stabiilisuutta. Kaikki tarkastelut perustuvat MATLAB-ohjelmiston avulla mallin yhtälöistä tehtäviin numeerisiin laskelmiin. Pinnoitteen kuvioitumiseen sekä systeemin itseherätteisiin värähtelyihin ja epästabiilisuuteen johtavia syitä pyritään selvittämään tarkemmin varioimalla mallin keskeisimpiä parametrejä, kuten pinnoitteen relaksaatioaikaa. Telasysteemin tarkempi mallinnus useammilla vapausasteilla ja parametreillä, aikaintegrointi vasteiden määrittämiseksi sekä värähtelyiden vaimennus passiivisten ja aktiivisten säätömenetelmien avulla jätetään jatkotutkimusten aiheeksi.



## 2 MALLINNUS JA ANALYYSI

### 2.1 Telasysteemin analyttinen tasomalli

Kuvassa 4 on esitetty kolmen vapausasteen malli kahden telan systeemistä, jossa ylempi tela on pinnoitettu viskoelastisella polymeerillä. Telat on mallinnettu jäykkinä kappaleina, joiden massat ovat  $m$  ja  $M$ . Ylätelan pinnoite on massaton. Telojen tuennat on mallinnettu jousilla ja viskooseilla vaimentimilla. Jousien jäykkyyksiä kuvaavat jousivakiot  $k_s$  ja  $K_s$  ja vaimentimien vaimennusvakioita  $c_s$  ja  $C_s$ . Lineaarisen standardiaineen mukaisen viskoelastisen elementin parametrit ovat jousivakiot  $k_\infty$  ja  $k_1$  sekä vaimennusvakio  $c_1$ . Massojen pystysuuntaiset translaatiot määräytyvät vapausasteista  $x_1$  ja  $X_1$ . Viskoelastisessa elementissä on yksi sisäinen vapausaste, Maxwell-elementin jousen ja vaimentimen vuorovaikutusta kuvaava vapausaste  $z_1$ . Suure  $e_1$  kuvaa viskoelastisen polymeerin muisti-ilmiötä, johon palataan myöhemmin. Malli ei huomioi telojen vaaka- ja pituussuuntaisia värähtelyitä. Lisäksi telojen kosketus nipissä oletetaan pistemäiseksi.



Kuva 4. Kolmen vapausasteen malli kahdelle telalle ja polymeeripinnoitteelle.

### 2.2 Tasomallin yhtälöt

Kuvan 4 perusteella ylemmän telan massan liikeyhtälöksi saadaan

$$m\ddot{x}_1 + c_s\dot{x}_1 + k_s x_1 + k_\infty(x_1 - X_1) + c_1(\dot{x}_1 - \dot{z}_1 + \dot{e}_1) = 0. \quad (1)$$

Voiman ja vastavoiman lain perusteella ylätelan pinnoitteelle saadaan yhtälö

$$c_1(\dot{x}_1 - \dot{z}_1 + \dot{e}_1) = k_1(z_1 - X_1). \quad (2)$$

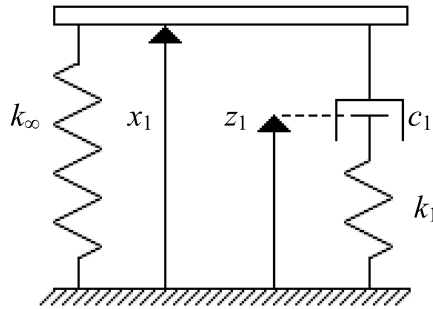
Alemman telan liikeyhtälöksi saadaan

$$M\ddot{X}_1 + C_s\dot{X}_1 + K_s X_1 + k_\infty(X_1 - x_1) + k_1(X_1 - z_1) = 0. \quad (3)$$

Ylätelan pinnoitteeseen syntyvä viskoelastinen deformaatio on

$$u_1(t) = z_1(t) - x_1(t). \quad (4)$$

Kuvan 5 perusteella voidaan määrittää yhtälö deformaation palautumiselle, kun viskoelastinen elementti on poistunut nipistä.



Kuva 5. Viskoelastinen elementti.

Elementille voidaan muodostaa sen yläpinnan ja Maxwell-elementin voimatasapainojen perusteella yhtälöpari

$$\begin{cases} k_\infty x_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{z}_1) = 0 \\ k_1 z_1 - c_1(\dot{x}_1 - \dot{z}_1) = 0 \end{cases}, \quad (5)$$

josta saadaan viskoelastiselle deformaatiolle nipin ulkopuolella

$$u_1(t) = z_1(t) - x_1(t) = e^{A(t-t_0)} u_1(t_0), \quad (6)$$

missä  $u_1(t_0)$  on viskoelastinen deformaatio heti nipin jälkeen, vakio  $A$  on määritelty yhtälöllä

$$A = \frac{-k_\infty}{k_\infty + k_1} \frac{1}{\tau_1} \quad (7)$$

ja

$$\tau_1 = \frac{c_1}{k_1} \quad (8)$$

on viskoelastisen elementin relaksaatioaika. Telan pinnoitteen poikkeamaksi pyöreästä muodosta juuri ennen nippiin paluuta hetkellä  $t$  saadaan

$$e_1(t) = \underbrace{e^{aT}}_a u_1(t-T) = a[z_1(t-T) - x_1(t-T)], \quad (9)$$

missä  $T$  on ylätelan yhteen kierrokseen kuluva aika eli jaksonaika. Huomioimalla muisti-ilmiö peräkkäisiltä kierroksilta poikkeamaksi saadaan

$$e_1(t) = au_1(t-T) + ae_1(t-T) = \sum_{n=1}^{N_t} a^n u_1(t-nT), \quad (10)$$

missä

$$N_t = \text{int}\left(\frac{t}{T}\right) \quad (11)$$

on deformaation alkamisen jälkeisten kierrosten lukumäärä ajanhetkellä  $t$ . Lopuksi kirjoitetaan yhtälöt (1) – (3) ja (10) matriisimuotoon

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}, \quad (12)$$

missä vapausasteet ovat vektorissa

$$\mathbf{x} = \{x_1, z_1, X_1\}^T, \quad (13)$$

massa-, vaimennus- ja jäykkyysmatriisi ovat

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_s + c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_s \end{bmatrix}, \quad (14), (15)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_s + k_\infty & 0 & -k_\infty \\ 0 & k_1 & -k_1 \\ -k_\infty & -k_1 & k_1 + k_\infty + K_s \end{bmatrix} \quad (16)$$

ja muisti-ilmiöstä saatava systeemiä ajava voimavektori on

$$\mathbf{F} = \{-c_1 \dot{e}_1, c_1 \dot{e}_1, 0\}^T. \quad (17)$$

Matriisimuoto aukikirjoitettuna on

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{z}_1 \\ \ddot{X}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s + c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{X}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s + k_\infty & 0 & -k_\infty \\ 0 & k_1 & -k_1 \\ -k_\infty & -k_1 & k_1 + k_\infty + K_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ z_1 \\ X_1 \end{Bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sum_{n=1}^{N_f} a^n \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t-nT) \\ \dot{z}_1(t-nT) \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (18)$$

### 2.3 Stabiilisuusanalyysi ja ominaiskulmataajuudet

Systeemin stabiilisuutta voidaan tutkia Laplace-muuntamalla yhtälö (18) aikatasosta  $t$  kompleksiseen  $s$ -tasoon ja tarkastelemalla sitten systeemin karakteristisen yhtälön juuria. Kun alkuehdot asetetaan nolliksi, saadaan yhtälön (18) Laplace-muunnokseksi

$$\begin{bmatrix} ms^2 + \left[ c_s + c_1 \left( 1 - \sum_{n=1}^{\infty} a^n e^{-nsT} \right) \right] s + k_s + k_\infty & -c_1 \left( 1 - \sum_{n=1}^{\infty} a^n e^{-nsT} \right) s & -k_\infty \\ -c_1 \left( 1 - \sum_{n=1}^{\infty} a^n e^{-nsT} \right) s & c_1 \left( 1 - \sum_{n=1}^{\infty} a^n e^{-nsT} \right) s + k_1 & -k_1 \\ -k_\infty & -k_1 & Ms^2 + C_s s + k_1 + k_\infty + K_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{z}_1 \\ \hat{X}_1 \end{Bmatrix} = 0. \quad (19)$$

Karakteristiseksi yhtälöksi saadaan

$$\det \begin{bmatrix} ms^2 + (c_s + \alpha)s + k_s + k_\infty & -\alpha s & -k_\infty \\ -\alpha s & \alpha s + k_1 & -k_1 \\ -k_\infty & -k_1 & Ms^2 + C_s s + k_1 + k_\infty + K_s \end{bmatrix} = 0, \quad (20)$$

missä

$$\alpha = c_1 \left( 1 - \sum_{n=1}^{\infty} a^n e^{-nsT} \right). \quad (21)$$

Laskemalla yhtälön (20) determinantti voidaan karakteristinen yhtälö kirjoittaa muodossa

$$(Ms^2 + C_s s + K_s) \left[ (\alpha s + k_1)(ms^2 + c_s s + k_s + k_\infty) + \alpha s k_1 \right] + (ms^2 + c_s s + k_s) \left[ (\alpha s + k_1) k_\infty + \alpha s k_1 \right] = 0. \quad (22)$$

Systeemi on stabiili, mikäli karakteristisen yhtälön kaikkien juurten reaali-osat ovat negatiivisia, ja epästabiili jos yksikin reaali-osa on positiivinen. Juurten reaali-osista voidaan päätellä ainoastaan, miten systeemi käyttäytyy pitkällä aikavälillä. Mitä suurempi positiivinen reaali-osa on, sitä voimakkaammin ylätelan pinnoitteen deformaatiot ja systeemin itseherätteiset värähtelyt kasvavat. Muisti-ilmiön systeemiin aiheuttaman viiveen vuoksi karakteristisen yhtälön juuria on ääretön määrä. Juuret voidaan jakaa imaginaariosan perusteella monikulmiojuuriin ja välijuuriin. Monikulmiojuurille on voimassa yhteys

$$\text{Im}[s] = 2\pi Nf, \quad (23)$$

missä  $\text{Im}[s]$  on juuren imaginaariosa

$N$  on telan pinnoitteen deformaation monikulmioluku

$f$  on pinnoitetun ylätelan pyörimistaajuus.

Välijuuria eli juuria, joilla  $N$  ei voi olla kokonaisluku, ei tutkita tässä työssä. Tutkittavien ilmiöiden kannalta monikulmiojuuret ovat tärkeämpiä, koska ne vastaavat pinnoitteen todellisia monikulmiomuotoja. Laskuissa keskitytään tarkastelemaan kymmentä pienintä monikulmiolukua vastaavaa juurta.

Kun systeemistä poistetaan muisti-ilmiö ( $T \rightarrow \infty$ ), muuttuu yhtälö (21) muotoon  $\alpha = c_1$ , jolloin karakteristisesta yhtälöstä tulee viidennen asteen polynomi. Tämän polynomin kompleksijuurten imaginaariosat vastaavat vapaasti värähtelevän pyörimättömän systeemin vaimennettuja ominaiskulmataajuuksia. Polynomimuotoisesta karakteristisesta yhtälöstä saadaan vaimentamattomat ominaiskulmataajuudet Inmanin [10] mukaan yhtälöstä

$$\omega_{ni} = \sqrt{\text{Re}[s_i]^2 + \text{Im}[s_i]^2} \quad (24)$$

ja systeemin modaaliset vaimennussuhteet yhtälöstä

$$\zeta_i = \frac{-\operatorname{Re}[s_i]}{\sqrt{\operatorname{Re}[s_i]^2 + \operatorname{Im}[s_i]^2}}. \quad (25)$$

Lisäksi Inmanin [10] mukaan systeemin vaimennus on verrannollista vain, jos systeemille on voimassa yhtälö

$$\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} = \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}. \quad (26)$$

Mikäli vaimennus ei ole verrannollista, systeemin ominaisuudet voivat olla kompleksisia.

## 2.4 Numeerinen analyysi

Epälineaarisen karakteristisen yhtälön (20) juurten ratkaisemiseksi tarvitaan numeerista algoritmia, koska yhtälöä ei pystytä ratkaisemaan suljetussa muodossa. Laskentaan käytetään kompleksijuuret löytävää iteratiivista Müllerin menetelmää, joka on neliöllistä interpolointia lineaarisen sijasta käyttävä sekanttimenetelmän yleistys [11]. Laskenta suoritetaan MATLAB-ohjelmistolle kirjoitetun koodin avulla [12].

Laskenta-ajan lyhentämiseksi yhtälöille (1) – (3) ja (10) suoritetaan dimensioanalyysi, jonka avulla yhtälöiden vakioparametrit saadaan skaalattua pienemmiksi, jolloin laskut konvergoituvat paremmin. Dimensioanalyysissä yhtälöihin tehdään muunnos

$$t = \beta\tau, \quad (27)$$

eli siirrytään aikamuuttujasta  $t$  laaduttomaan aikaan  $\tau$ . Valitsemalla

$$\beta = \sqrt{\frac{m}{k_\infty}} \quad (28)$$

ja muuntamalla yhtälöt vakioparametrit skaalautuvat lähelle arvoa yksi. Dimensioanalyysin jälkeen yhtälöt Laplace-muunnetaan normaaliin tapaan. Karakteristisen yhtälön juurten laskemisen jälkeen juuret palautetaan alkuperäistä aikamuuttujaa  $t$  vastaavaan Laplace-tasoon jakamalla ne  $\beta$ :lla.

### 3 LASKENNALLISET TULOKSET

#### 3.1 Laskentaparametrit ja systeemin ominaisuuksia

Taulukossa 1 on esitetty numeerisessa analyysissä käytetyt laskentamallin parametrien standardiarvot, jotka perustuvat viitteissä [1] ja [13] esitettyihin lukuarvoihin. Telojen massat ja tuennat ovat pystysuunnassa symmetrisiä nipin suhteen. Laskuissa ylätelan polymeeripinnoitteen muisti-ilmiö huomioidaan viidenkymmenen kierroksen ajalta, jolloin yhtälössä (21) summausindeksi  $n$  saa arvot  $1, \dots, 50$ .

*Taulukko 1. Laskuissa käytettyjen parametrien standardiarvot.*

Parametri	$m, M$	$k_s, K_s$	$c_s, C_s$	$k_\infty$	$k_1$	$c_1$
Arvo	1400	43	5000	30	10	1.5
Yksikkö	kg	MN/m	Ns/m	MN/m	MN/m	MNs/m

Ylätelan polymeeripinnoitteen relaksaatioaika saadaan laskettua yhtälöstä (8). Pyörimättömälle systeemille ( $T \rightarrow \infty$ ) saadaan yhtälöistä (20) ja (24) laskettua vaimentamattomat ominaiskulmataajuudet ja ominaistajuudet. Yhtälöstä (25) saadaan edelleen laskettua modaaliset vaimennussuhteet. Tulokset on kerätty taulukkoon 2.

*Taulukko 2. Pyörimättömän systeemin relaksaatioaika, vaimentamattomat ominaistajuudet ja modaaliset vaimennussuhteet.*

Parametri	$\tau_1$	$f_{n1}$	$f_{n2}$	$\zeta_1$	$\zeta_2$
Arvo	0.15	27.9	47.2	0.010	0.008
Yksikkö	s	Hz	Hz		

Alhaisen vaimennuksen vuoksi systeemin vaimennetut ja vaimentamattomat ominaistajuudet ovat käytännössä yhtäsuuret. Systeemin ominaismuotojen piirteitä voidaan kuvailla erilaisissa tapauksissa:

- Vaimentamattoman ja pyörimättömän systeemin ensimmäisessä ominaismuodossa telat värähtelevät samassa vaiheessa ja toisessa ominaismuodossa vastakkaisissa vaiheissa.
- Koska vaimennetulle pyörimättömälle systeemille yhtälö (26) ei ole voimassa

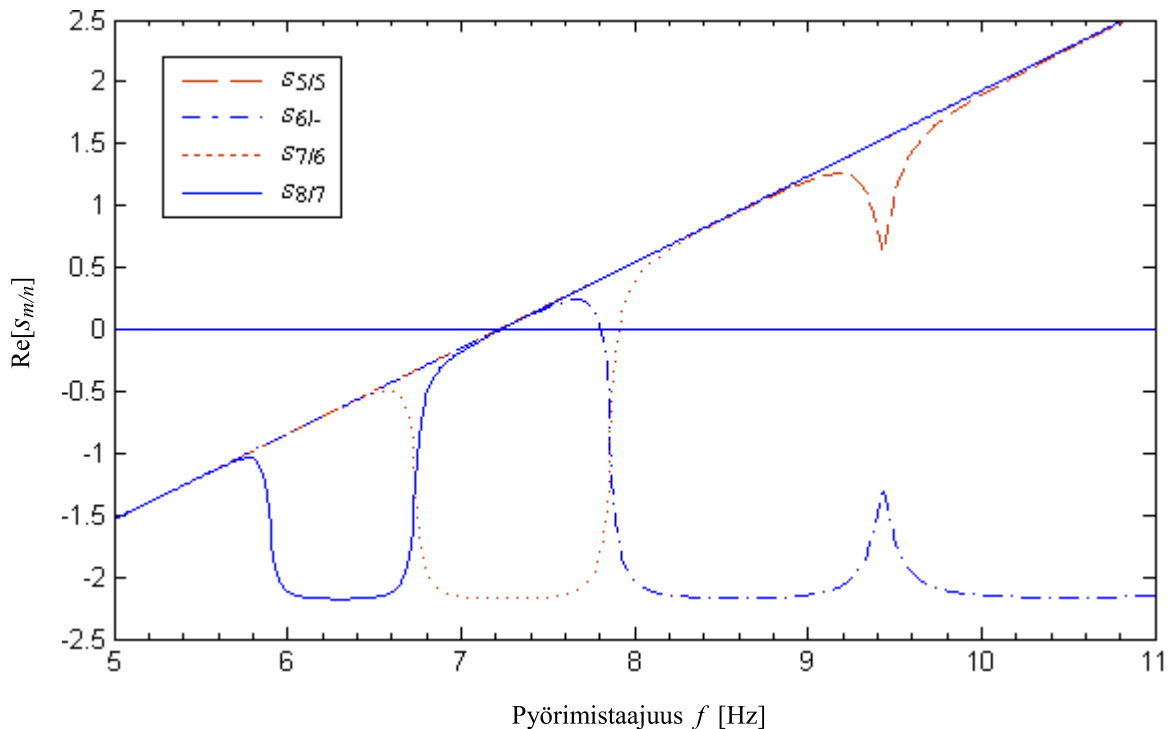
käytettävillä parametriarvoilla, vaimennus ei ole verrannollista, jolloin systeemin ominaisuudet voivat olla myös kompleksisia. Vaimennetussa systeemissä myös polymeeripinnoite huomioidaan ominaisuudoissa. Kompleksisissa värähtelymuodoissa systeemin osat voivat ohittaa tasapainoasemansa eri ajanhetkillä, koska niiden välillä on vaihe-eroja.

- Vaikka pyörimättömän systeemin vaimennus olisi verrannollista, telojen pyöriessä pinnoitteen muisti-ilmioistä syntyvä viive tekee ominaisuudoista kompleksisia. Telojen väliset vaihe-erot on havaittu viitteen [1] kokeellisissa tuloksissa.

Telojen massojen ja tuentojen symmetrian vuoksi ainoastaan toinen ominaistajuus ja -muoto ovat keskeisiä tutkittavien ilmiöiden kannalta, mikä selviää numeerisen stabiilisuusanalyysin tuloksista. Monikulmiojuurille käytetään tuloksissa merkintää  $s_{m/n}$ , missä  $m$  ja  $n$  ovat juureen liittyvät monikulmioluvut (lähimmät kokonaisluvut) ali- ja ylikriittisillä alueilla toisen ominaistajuuden suhteen.

### 3.2 Numeerinen stabiilisuusanalyysi

Kuvassa 6 on esitetty monikulmiojuurten  $s_{5/5}$ ,  $s_{6/-}$ ,  $s_{7/6}$  ja  $s_{8/7}$  reaalisosat ylätelan pyörimistajuuden funktiona välillä  $f = 5 - 11$  Hz.



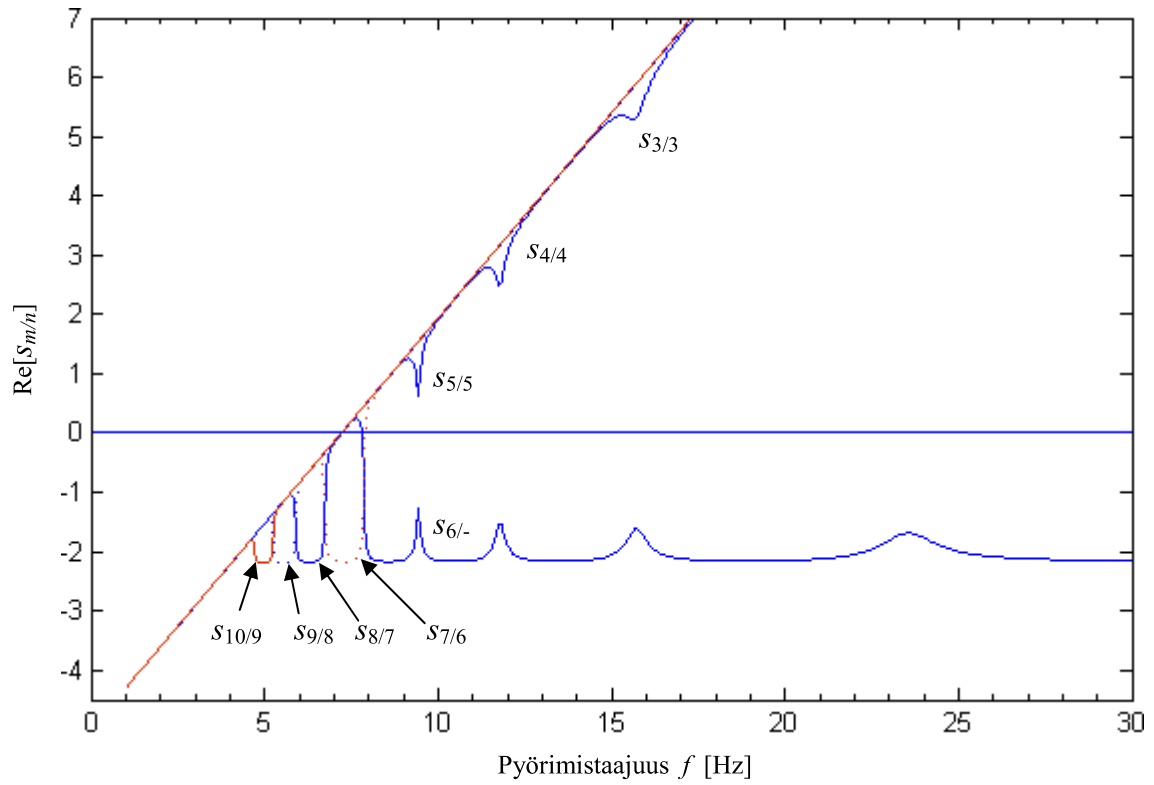
Kuva 6. Monikulmiojuurten reaalisia ylätelan pyörimistäajuuden funktiona.



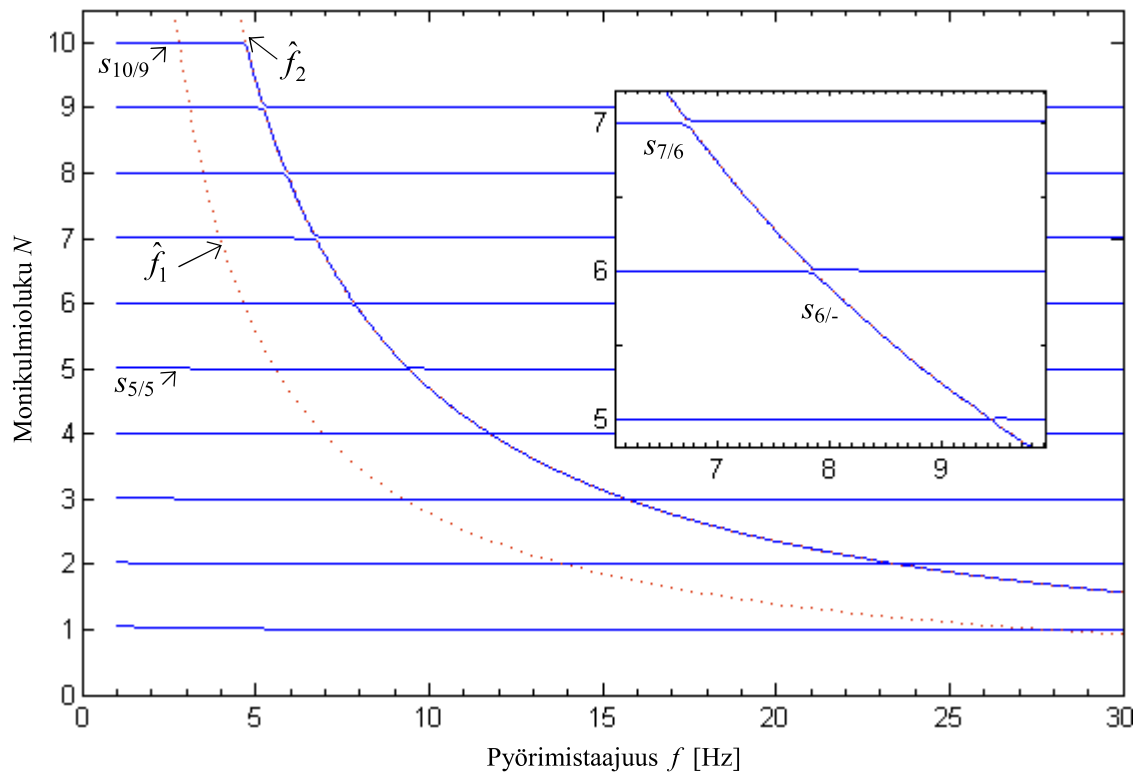
Kuvassa 6 monikulmiojuuren  $s_{8/7}$  reaaliosa kasvaa lineaarisesti välillä 5 – 5.6 Hz pyörimistaajuuden kasvaessa. Pyörimistaajuudella 5.8 Hz juuren reaaliosa alkaa pienentyä selvästi eli juuri alkaa stabiloitua. Reaaliosa pysyy lähes vakioarvossa -2.2 välillä 6.1 – 6.5 Hz. Tämän jälkeen reaaliosa alkaa jälleen kasvaa ja palaa pyörimistaajuudella 7.2 Hz tilaan, jossa se kasvaa jälleen lineaarisesti. Juuri  $s_{7/6}$  käyttäytyy samankaltaisesti kuin  $s_{8/7}$ , kyseiset juuret leikkaavat toisensa pyörimistaajuudella 6.7 Hz. Juuren  $s_{6/5}$  käyttös poikkeaa edellisistä juurista, kun juuren reaaliosa on jälleen kasvamassa stabiloitumisalueen jälkeen. Noin pyörimistaajuudella 9.4 Hz juuren reaaliosa poikkeuksellisesti pienenee jälleen vakioarvoon -2.2 eikä palaudu enää tilaan, jossa se kasvaisi lineaarisesti, kuten juurilla  $s_{7/6}$  ja  $s_{8/7}$ . Juuren  $s_{5/5}$  reaaliosa kasvaa lineaarisesti välillä 5 – 8.8 Hz ja muodostaa vain stabiloitumispiikin (pysyen kuitenkin epästabiiilina) noin pyörimistaajuudella 9.4 Hz laajemman stabiloitumisalueen asemesta. Stabiloitumispiikin jälkeen reaaliosa palaa tilaan, jossa se kasvaa jälleen lineaarisesti pyörimistaajuuden kasvaessa.

Kuvassa 7 on esitetty kuvailtujen juurten lisäksi monikulmiojuuret  $s_{10/9}$ ,  $s_{9/8}$ ,  $s_{4/4}$  ja  $s_{3/3}$ . Juuret  $s_{10/9}$ ,  $s_{9/8}$  käyttäytyvät kuten  $s_{7/6}$  ja  $s_{8/7}$ , ja juuret  $s_{4/4}$  ja  $s_{3/3}$  kuten  $s_{5/5}$ . Kuvien 6 ja 7 perusteella kaikkien juurten reaaliosat alkavat saada positiivisia arvoja pyörimistaajuudella 7.2 Hz lukuunottamatta juurta  $s_{7/6}$ , joka on tällöin stabiloitumisalueellaan. Reaaliosten mennessä positiivisiksi systeemistä tulee dynaamisesti epästabiiili, koska pysyvät monikulmiomuodot ja värähtelyt pääsevät syntymään sekä kasvamaan merkittävästi ylätelan yhteen kierrokseen kuluvan ajan  $T = 1 / 7.2 \text{ Hz} = 0.14 \text{ s}$  ollessa samaa suuruusluokkaa tai vain hiukan pienempi kuin ylätelan pinnoitteen relaksaatioaika  $\tau_1 = 0.15 \text{ s}$ .

Kuvassa 8 on esitetty kymmenen alimman monikulmiojuuren monikulmioluvut ylätelan pyörimistaajuuden funktiona välillä  $f = 1 - 30 \text{ Hz}$ . Monikulmioluvut on laskettu yhtälöstä (23). Kuvassa on myös esitetty systeemin ominaistaajuudet  $f_{n1}$  ja  $f_{n2}$  suhteessa pyörimistaajuuteen eli  $\hat{f}_1 = f_{n1} / f$  ja  $\hat{f}_2 = f_{n2} / f$ .



Kuva 7. Monikulmiojuuria pyörimistaajuuden funktiona välillä  $f = 1 - 30$  Hz.



Kuva 8. Monikulmioluvut pyörimistaajuuden funktiona välillä  $f = 1 - 30$  Hz.

Kuvasta 8 nähdään, että ylimmät juuret aina juureen  $s_{6/}$ - asti lukkiutuvat väliaikaisesti toiseen ominaistajuuteen. Juuri  $s_{6/}$  lukkiutuu pysyvästi, jonka vuoksi juurella ei ole monikulmiomuotoa ylikriittisellä alueella. Alemmat juuret eivät enää lukkiudu. Lukkiutuvilla juurilla pinnoitteen deformaation monikulmioluvun ja ylätelan pyörimistajuuden tulo eli herätevoiman taajuus on yhtäsuuri kuin toinen ominaistajuus lukkiutumisen aikana. Tästä aiheutuvan herätevoiman 90 asteen vaihesiirron vuoksi systeemillä vaikuttaa olevan tietty stabilisuustaso lukkiutuville juurille, koska juurten reaali-osat pyrkivät aina arvoon -2.2 kuvissa 6 ja 7. Systeemissä olevan vaimennuksen vuoksi vaihekulman muutos toisen ominaistajuuden kohdalla ei tapahdu välittömästi. Viitteen [1] tulosten perusteella deformaatiokuvio liikkuu lukkiutumisen aikana telan pinnalla, jonka vuoksi monikulmioluku ei ole kokonaisluku. Kuvasta 8 ilmenee myös, että systeemin ensimmäiseen ominaistajuuteen lukkiutumista ei tapahdu. Juurten lukkiutuminen symmetrisissä systeemissä pelkästään toiseen ominaistajuuteen on havaittu myös aiemmissä tutkimuksissa [1, 6].

Kuvista 6 ja 7 havaittiin, että monikulmiojuuret ovat päällekkäin systeemin mennessä epästabiiliksi eli epästabiilien juurten reaali-osat menevät yhtäaikaan positiivisiksi pyörimistajuudella 7.2 Hz lukuunottamatta juurta  $s_{7/6}$ . Juurten päällekkäisyys on havaittu myös viitteen [9] laskennallisissa tuloksissa terästelän kulumisilmiön yhteydessä. Kuvista 6 ja 8 voidaan kuitenkin päätellä, että juuri  $s_{6/}$  määrää todennäköisesti pinnoitteeseen syntyvän monikulmiomuodon pyörimistajuudella 7.2 Hz, koska sitä vastaavan muodon systeemiin aiheuttaman herätevoiman taajuus on tällöin lähimpänä toista ominaistajuutta alikriittisellä alueella. Toinen ominaismuoto on ilmeisen edullinen pinnoitteen deformaation kannalta, koska telat ovat tällöin vastakkaisissa vaiheissa eikä herätevoima ole vielä kokenut merkittävää vaihesiirtoa alikriittisellä alueella eli voima pystyy muokkaamaan pinnoitetta oikea-aikaisesti. Toinen ominaismuoto ja alikriittinen alue on todettu edulliseksi monikulmiomuodon syntymiselle vastaavissa symmetrisissä systeemeissä [1, 6]. Viitteen [1] kokeellisissa tuloksissa on havaittu, että selkeän deformaatiokuvion muodostuminen pinnoitettuun telaan tietyllä pyörimistajuudella voi kestää useita tunteja.

Kun epästabiililla alueella pyörimistajuutta nostetaan arvosta 7.2 Hz, juuri  $s_{6/}$  palaa stabiilille alueelle pyörimistajuudella 7.8 Hz, jolloin monikulmiomuodon täytyy viimeistään vaihtua. Pinnoitteen deformaatiomuoto ei välillä katoa, vaan seuraavan muodon täytyy aina syntyä edellisen muodon pohjalta. Paluu juuren  $s_{6/}$  muodosta isompiin juuriin ja monikulmiolukuihin vaikuttaa epätodennäköiseltä, koska pyörimistajuuden kasvaessa monikulmioluvun

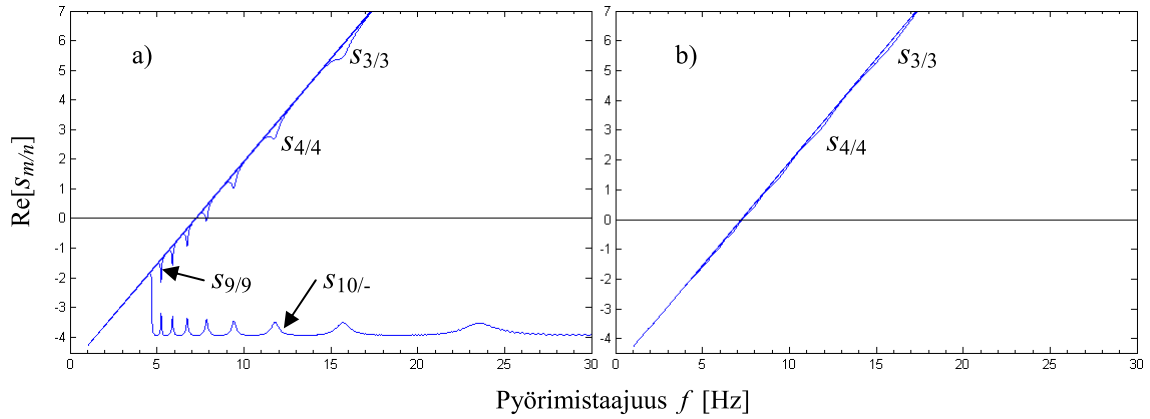
on havaittu pienenevän vastaavissa systeemeissä [1, 2, 6, 9].

Epästabiililla alueella juuren  $s_{6/-}$  jälkeen vallitseviksi tulevien pienempiä monikulmiolukuja vastaavien lukkiutumattomien juurten monikulmiomuotojen tarkkojen syntymekanismien selvittämiseksi olisi tutkittava systeemin ominaismuotoja sekä tarkasteltava värähtelyitä aikaintegroinnin avulla. Lukkiutumattomia juuria vastaavat muodot syntyvät juuren  $s_{6/-}$  muodosta  $N = 6$  mahdollisesti usealla vaihtoehdoisella tavalla riippuen siitä, kuinka nopeasti systeemiä kiihdytetään pyörimistaajuudesta 7.2 Hz haluttuun pyörimistaajuuteen. On todennäköistä, että lukkiutuva juuri  $s_{6/-}$  vastaa liikkuvaa ja lukkiutumattomat juuret  $s_{5/5}, s_{4/4}, \dots, s_{1/1}$  liikkumatonta deformaatiokuviota. Muisti-ilmiön kierroksittaisen kumuloitumisen voidaan myös todeta vaikuttavan pinnoitteen deformaation monikulmioluvun vaihtumiseen ja systeemin värähtelytilan muutoksiin.

Kuvien 6, 7 ja 8 tulosten perusteella ei siis voida päätellä yksikäsitteisesti, mihin monikulmiomuotoon, ja miten, pinnoite muokkautuu pitkällä aikavälillä epästabiililla alueella ensimmäisenä syntyneen juuren  $s_{6/-}$  stabiloitumisen jälkeen tai vielä suuremmilla pyörimistaajuuksilla. Kuten aiemmin, symmetrisellä systeemillä toinen ominaismuoto on kuitenkin edullinen deformaatiokuvion syntymiselle, joten tietyllä pyörimistaajuudella joku lähellä toista ominaistaajuutta, mutta tarpeeksi kaukana stabiloitumiskohdasta alikriittisellä alueella olevista juurista on todennäköisimmin vallitseva muoto.

### 3.2.1 Tuentavaimennusten kasvattaminen

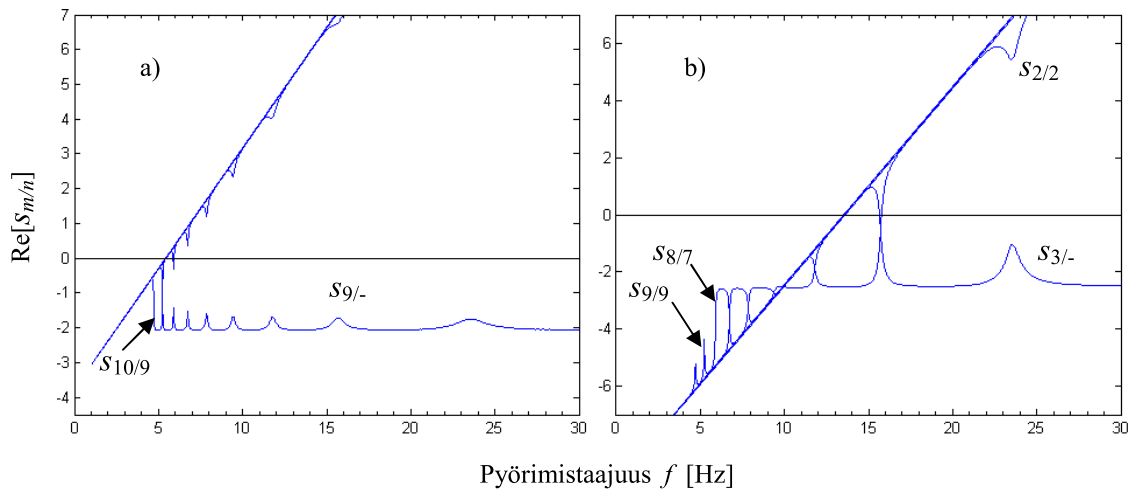
Kuvassa 9 on esitetty, miten standardiparametrejä käytettäessä telojen tuentojen vaimennusvakioiden kasvattaminen vaikuttaa monikulmiojuurten reaaliosiin ja systeemin stabiilisuuteen. Kuvasta 9 a) nähdään, että pysyvä lukkiutuminen tapahtuu jo juurella  $s_{10/-}$  kuvan 7 juuren  $s_{6/-}$  sijasta eli juurten lukkiutuminen toiseen ominaistaajuuteen aikaistuu tuentavaimennusten kasvaessa. Kuvista 9 a) ja b) havaitaan myös, että juurten reaaliosien stabiloitumispiekit tasoittuvat ja levenevät vaimennusten kasvaessa. Liki kaikkien juurten reaaliosat menevät lähes yhtäaikaan positiivisiksi pyörimistaajuudella 7.2 Hz tuentavaimennusten suuruuksista riippumatta eli tuentavaimennusten kasvattaminen ei stabiloi systeemiä.



Kuva 9. Tuentavaimennusten kasvattaminen standardiparametreilla, a)  $c_s, C_s = 10000$  Ns/m, b)  $c_s, C_s = 50000$  Ns/m. Näillä arvoilla pyörimätön telasysteemi on vielä selvästi alikriittisesti vaimennettu.

### 3.2.2 Relaksaatioajan variointi

Kuvassa 10 on esitetty viskoelastisen elementin relaksaatioajan  $\tau_1$  muutoksen vaikutus monikulmiojuurten reaaliosiin ja systeemin stabiilisuuteen standardiparametrejä käytettäessä. Relaksaatioaikaa on varioitu muuttamalla Maxwell-elementin vaimennusvakion  $c_1$  arvoa.

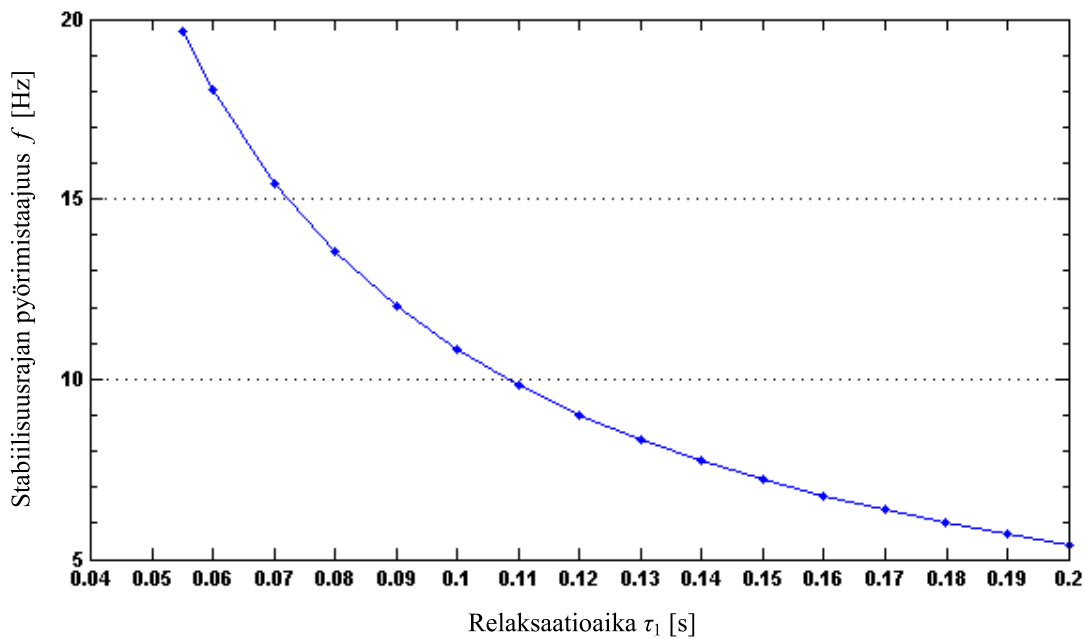


Kuva 10. Monikulmiojuurten reaaliosia ylätelan pyörimistaajuuden funktiona ja relaksaatioajan variointi, a)  $\tau_1 = 0.20$  s, b)  $\tau_1 = 0.08$  s.

Kuvasta 10 a) nähdään, että pidentämällä relaksaatioaikaa 0.20 sekuntiin kuvan 7 arvosta 0.15 sekuntia, kaikki juuret menevät positiivisiksi jo pyörimistaajuudella 5.4 Hz ( $T = 0.19$  s) lukuunottamatta pysyvästi lukkiutuvaa juurta  $s_{9/-}$ . Kuvasta 10 b) voidaan havaita, että relaksaatioajalla 0.08 s systeemi menee epästabiiliksi vasta pyörimistaajuudella 13.5 Hz ( $T =$

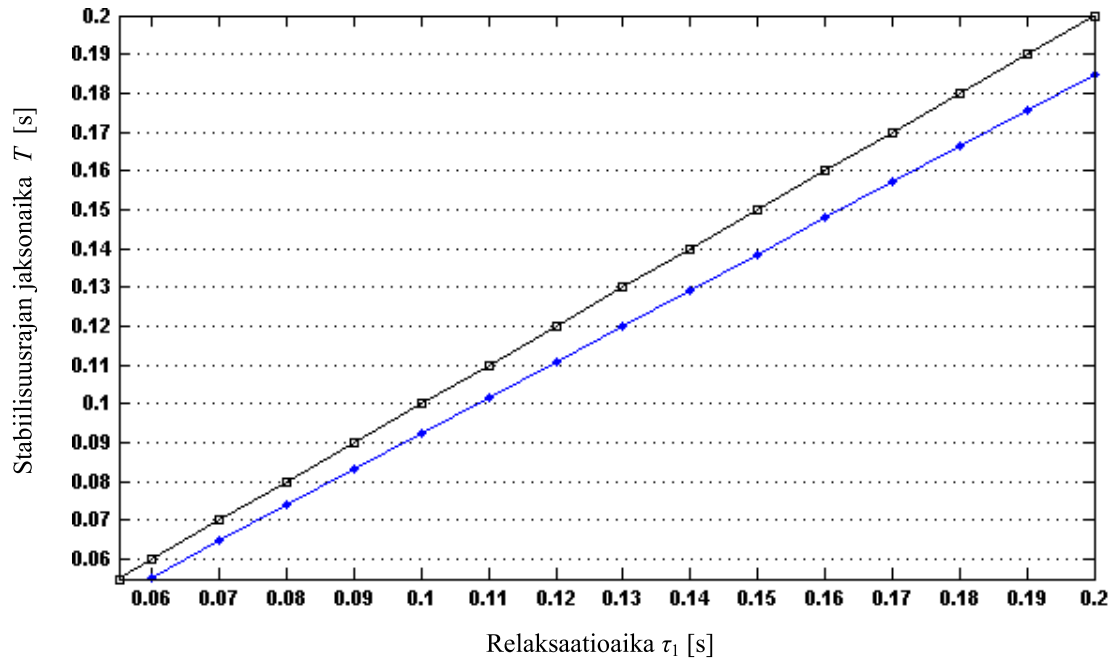
0.074 s). Lisäksi pysyvä lukkiutuminen tapahtuu vasta juurella  $s_{3/-}$  ja ylimmät juuret  $s_{10/10}$  ja  $s_{9/9}$  eivät enää lukkiudu relaksaatioajan pienentyessä riittävästi. Lukkiutuvien juurten reaali-osat pyrkivät toisen ominaistajuuden kohdalla vakioarvoon, kuten kuvassa 7, mutta nyt osa juurista menee epästabiilimmiksi toisen ominaistajuuden kohdalla. Juuret pysyvät kuitenkin stabiililla alueella.

Varioimalla relaksaatioaikaa saadaan muodostettua kuvan 11 yhteys relaksaatioajalle ja sitä vastaavalle pyörimistaajuuden määrittämälle stabiilisuusrajalle, jonka kohdalla systeemi menee epästabiiliksi liki kaikkien juurten reaali-osien mennessä yhtäaikaan positiivisiksi. Esimerkiksi kuvassa 6 relaksaatioajan arvolla 0.15 s stabiilisuusraja on 7.2 Hz. Kuvasta nähdään, että yhteys on selvästi epälineaarinen. Systeemin stabiilisuus kasvaa merkittävästi etenkin, kun relaksaatioaika on pienempi kuin 0.1 sekuntia.



Kuva 11. Ylätelan pyörimistaajuuden määrittämä stabiilisuusraja relaksaatioajan funktiona, relaksaatioajan laskentapisteet merkitty kuvaan.

Kuvassa 12 on muodostettu relaksaatioaikaa varioimalla yhteys relaksaatioajalle ja sitä vastaavalle ylätelan jaksonajan  $T = 1 / f$  määrittämälle stabiilisuusrajalle. Kun jaksonaika pienenee tietyllä relaksaatioajalla rajan ali, systeemi menee epästabiiliksi. Kuvassa on myös vertailusuora, jonka laskentapisteissä  $T = \tau_1$ . Stabiilisuusrajan jaksonaika on hiukan pienempi kuin relaksaatioaika jokaisessa laskentapisteessä ja relaksaatioajan ja jaksonajan erotus kasvaa hitaasti relaksaatioajan kasvaessa.



Kuva 12. Ylätelan jaksonajan määrittämä stabiilisuusraja relaksaatioajan funktiona. Relaksaatioajan laskentapisteet on merkitty pisteillä ja vertailusuora neliöillä.

## 4 JOHTOPÄÄTÖKSET

Paperikoneen tyypillisestä kahden päällekkäin olevan telan systeemistä, jossa ylempi tela on pinnoitettu viskoelastisella polymeerillä, muodostetun analyttisen mallin avulla tutkittiin polymeeripinnoitteen muisti-ilmiötä sekä telasysteemin dynaamista stabiilisuutta. Aiemmista tutkimuksista poiketen polymeeripinnoitteen viskoelastisuutta kuvaava elementti mallinnettiin lineaarisen standardiaineen mallin mukaisesti ja muisti-ilmiön kumuloituminen kierros kierrokselta otettiin huomioon.

Numeerisessa stabiilisuusanalyysissä polymeeripinnoitteen muisti-ilmiön todettiin ajavan telasysteemin epästabiiliksi ylätelan pyörimistaajuuden noustua tasolle, jolloin ylätelan jaksonaika (pyörimisaika) oli samaa suuruusluokkaa tai hiukan pienempi kuin pinnoitteen relaksaatioaika. Epästabiilisuus voimistui pyörimistaajuuden edelleen kasvaessa. Stabiilisuusanalyysissä havaittiin myös monikulmiojuurten päällekkäisyys eli epästabiililla alueella juurten reaali-osat olivat lähes yhtäsuuria. Tämän vuoksi telasysteemin ollessa epästabiili tietyllä pyörimistaajuudella vallitsevaa polymeeripinnoitteen monikulmiomuotoa ei voitu päätellä yksikäsitteisesti pelkän stabiilisuusanalyysin tulosten perusteella. Juurten päällekkäisyys johtui muisti-ilmiön kumuloitumisen huomioimisesta. Polymeeripinnoitteen relaksaatioajan variointi vaikutti merkittävästi systeemin stabiilisuuteen: pienentämällä relaksaatioaikaa systeemi stabiloitui. Telojen tuentavaimennusten kasvattaminen ei stabiloinut systeemiä.

Tutkimalla systeemin ominaismuotoja ja suorittamalla aikaintegrointia systeemin osien vasteiden määrittämiseksi voitaisiin selvittää tarkemmin, mihin monikulmiomuotoihin polymeeripinnoite deformoituu erilaisilla pyörimistaajuuksilla epästabiililla alueella. Systeemin tarkempi mallinnus useammilla vapausasteilla ja parametreilla antaisi paremman kuvan todellisesta telasysteemistä. Tällöin myös passiivisten ja aktiivisten vaimennusmenetelmien sisällyttämisellä malliin olisi merkittävämpi arvo teollisuussovellusten kannalta.



## 5 LÄHDELUETTELO

- [1] Sueoka, A., Ryu, T., Kondou, T., Tsuda, Y., Katayama, K., Takasaki, K., Yamaguchi, M., Hirooka, H., ‘Polygonal deformation of roll-covering rubber’, *JSME International Journal*, Series C, **39**(1), s. 1-10, 1996.
- [2] Sueoka, A., Ryu, T., Yoshikawa, M., Kondou, T., Tsuda, Y., ‘Pattern formation generated in a winder system of textile machine’, *JSME International Journal*, Series C, **41**(3), s. 630-638, 1998.
- [3] Yuan L., ‘Analysis of Delay Phenomena in Roll Dynamics’, *Väitöskirja*, Tampereen teknillinen korkeakoulu, Julkaisu **397**, 2002.
- [4] Järvenpää V.M., ‘Numerical Modeling of a Roll Mechanism for Multi-Objective Dynamical Analyses’, *Väitöskirja*, Tampereen teknillinen yliopisto, Julkaisu **569**, 2005.
- [5] Järvenpää V.M., Yuan L., ‘Numerical Modeling of Paper Machine Roll Contact with Regenerative Out-Of-Roundness Excitation’, *IUTAM Symposium on multiscale problems in multibody system contacts*, s. 55-64, 2007, (toim.) Eberhard P.
- [6] Sowa, N., Kondou, T., Mori, H., Choi, M.S., ‘Method of preventing unstable vibration caused by time delays in contact rotating systems (Application of new stability analysis)’, *JSME International Journal*, Series C, **49**(4), s. 973-982, 2006.
- [7] Jorkama, M., Von Hertzen, R., ‘Delay phenomena in roll vibrations’, *VIII Suomen Mekaniikkapäivät*, s. 111-121, 2003, (toim.) Råback, P., Santaoja, K. & Stenberg, R.
- [8] Jorkama, M., Von Hertzen, R., ‘Two-drum winder stability analysis’, *Pulp & Paper Canada*, **108**(5), s. 35-37, 2007.

- [9] Matzusaki, K., Sueoka, A., Ryu, T., Morita, H., 'Generation mechanism of polygonal wear of work rolls in a hot leveler and a countermeasure by dynamic absorbers', *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **48**(9), s. 983-993, 2008.
- [10] Inman, D.J., *Engineering Vibration*, Prentice-Hall Inc., 2001.
- [11] Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T, Flannery, B.P., *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 1997.
- [12] Cortez, D., Müllerin menetelmän MATLAB-algoritmi *Muller*, 2008, saatavilla: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/19050>.
- [13] Peräkylä, T., Von Herten, R., Jorkama, M., 'Identification of Material Parameters of a Polymer', *Journal of Structural Mechanics*, **38**(3), s. 139-142, 2005.