

Lappeenrannan teknillinen yliopisto
Teknistaloudellinen tiedekunta
Tietotekniikan koulutusohjelma

Diplomityö

Joni Taipale

VÄRISPEKTRIEN ERON LASKENTA

Tarkastajat: Dosentti, TkT Arto Kaarna
 Dosentti, TkT Lasse Lensu

TIIVISTELMÄ

Lappeenrannan teknillinen yliopisto
Teknitaloudellinen tiedekunta
Tietotekniikan koulutusohjelma

Joni Taipale

Värispektrien eron laskenta

Diplomityö

2013

97 sivua, 39 kuvaa ja 19 taulukkoa.

Tarkastajat: Dosentti, TkT Arto Kaarna
 Dosentti, TkT Lasse Lensu

Hakusanat: väri, spektri, väriero, spektrien ero, *CIEDE2000*

Olemassa olevat spektrieromittarit eivät vastaa riittävästi *CIEDE2000*-värieroa. Tämän työn tavoitteena oli toteuttaa menetelmä, joka laskee värispektrien eron siten, että tulos vastaa *CIEDE2000*-värieroa. Kehitystyön tuloksena syntyi menetelmä, joka perustuu ennalta laskettuihin eroihin tunnettujen spektrien välillä ja niiden perusteella johdettuihin laskentaparametreihin. menetelmällä pystyy laskemaan spektrieroja vain niiden spektrien välillä, jotka saadaan sekoittamalla tunnettuja spektrejä. Laskentaparametrien laskenta on työläs prosessi ja siksi menetelmään toteutettiin hajautus usealle tietokoneelle. Menetelmä saatiin vastaamaan hyvin *CIEDE2000*:ia suurimmalle osalle spektrejä harvoja poikkeuksia lukuunottamatta. Ongelmat johtuvat mallissa olevasta matemaattisesta ominaisuudesta. Spektrieromittari näyttää metameerisille spektreille nolasta poikkeavan arvon, vaikka *CIEDE2000* näyttää nolaa. Tämä osoittaa spektrieromittarin oikeamman toiminnan *CIEDE2000*-värieron verrattuna.

ABSTRACT

Lappeenranta University of Technology
Faculty of Technology Management
Degree Program in Information Technology

Joni Taipale

Calculating Spectral Color Difference

Master's Thesis

2013

97 pages, 39 figures and 19 tables.

Examiners: Arto Kaarna D.Sc. (Tech.)
Lasse Lensu D.Sc. (Tech.)

Keywords: Color, Spectrum, Color Difference, Spectral Difference, *CIEDE2000*

The existing spectral color difference metrics do not well correspond to *CIEDE2000* color difference. The goal of this diploma thesis was to implement the system to calculate the difference of spectra. The difference needs to be similar to *CIEDE2000*-color difference. The result of the development work was a system which is based on a priori calculated differences between known spectra and the calculus parameters derived from them. With the system one can only calculate spectral differences between a limited set of spectra which are only derived by mixing the known spectra. The calculation of calculus parameters is a laborious process and therefore the computation was distributed to many computers. The system was very similar to *CIEDE2000* for most of the test spectra with only few exceptions. The problems come from a mathematical feature in the model. The spectral difference metric shows for metameric spectra non-zero difference although *CIEDE2000* color difference metric gives zero. This indicates more correct operation of the spectral difference when compared to *CIEDE2000* color difference.

ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty Lappeenrannan teknillisen yliopiston teknistaloudellisen tiedekunnan tietotekniikan koulutusohjelman opinnäytetyönä konenäön ja hahmontunnistuksen laboratoriolle.

Kiitän työn tarkastajaa ja ohjaajaa dosentti (TkT) Arto Kaarnaa hänen antamistaan neuvoista ja palautteesta, jotka olivat kallisarvoisia työn toteuttamiseksi. Kiitän myös työn toista tarkastajaa dosentti (TkT) Lasse Lensua antamastaan palautteesta.

Lappeenrannassa, 20 elokuuta, 2013

Joni Taipale

SISÄLLYSLUETTELO

1	JOHDANTO	5
1.1	Tavoitteet ja rajaus	5
1.2	Rakenne	6
2	TAUSTA	7
2.1	Näkeminen	7
2.1.1	Silmän optinen järjestelmä	8
2.1.2	Verkkokalvon osat ja optinen hermosto	8
2.1.3	Teoriat värinäön toiminnasta	12
2.2	VÄRIMALLIT	14
2.3	<i>CIEDE2000</i>	23
2.4	Spektrierojen perusteet	26
2.4.1	Metameerisuus	26
2.4.2	MVSI	28
2.5	Eromittareista yleisesti	28
2.6	Spektrierojen laskennan aiempi tutkimus	29
2.6.1	CIE värieromittarit	29
2.6.2	Spektrieromittarit	29
2.6.3	Metameeriset indeksit	30
2.6.4	Muut painotetut <i>RMS</i> -mittarit	32
2.6.5	Informaatioteoreettinen lähestymistapa mittaamaan spektrien eroavuutta	33
3	SPEKTRIEROJEN LASKENTAMALLIT	35
3.1	Painotettu euklidinen eromittari	35
3.2	<i>CIEDE2000</i> -värieroja interpoloiva malli	39
3.2.1	Malli tapauksessa 1	40
3.2.2	Malli tapauksessa 2	41
3.2.3	Malli tapauksessa 3	42
3.2.4	Laskennan kompleksisuus	49
4	KOKEELLINEN OSUUS	52
4.1	Toteutus	52
4.1.1	Laskentaparametrien laskeminen	52
4.1.2	Spektrierojen laskeminen	54
4.1.3	Data	56
4.1.4	Tietokanta	57

		2
4.1.5	Hajautus	57
4.2	Testit	59
4.2.1	Testi 1: Virheen kasvu askelten funktiona	60
4.2.2	Testi 2: Tunnettujen spektrien lisäämisjärjestyksen vaikutus	70
4.2.3	Testi 3: Vastaaminen <i>CIEDE</i> 2000-värieron kanssa pienillä värieroilla	72
4.2.4	Testi 4: Vastaaminen <i>CIEDE</i> 2000-värieron kanssa suurilla värieroilla	77
4.2.5	Testi 5: Metameeristen spektriparien erojen testaaminen	81
4.2.6	Testi 6: Eromittarin vertaaminen muihin spektrieromittareihin	85
4.2.7	Testi 7: Eromittari MRA-menetelmässä	88
5	JOHTOPÄÄTÖKSET	93
	LÄHTEET	95

SYMBOLI- JA LYHENNELUETTELO

a, b, p_{s1}, p_{s2}	Sekoitussuhdeparametreja, jotka määräävät painot muodostettaessa uusia spektrejä sekoittamalla tunnettuja spektrejä. Indeksillä s tarkoitetaan, millä askeleella tunnettu spektri on lisätty malliin. Toinen indeksi kertoo ryhmän.
C, C_1, C_2, C_3 cd/m^2	Euklidisen eromittarin mallin parametreja.
ΔE_{00}	Valovoima pinta-alayksikköä kohti.
ΔE_p	Värieromittari <i>Lab</i> -avaruudessa.
ΔE_i	Euklidinen eromittari värispektrierojen laskentaan.
ϕ	<i>CIEDE</i> 2000-värieroja tunnettujen spektrien välillä interpoloituva malli.
p_{i_j}	Väriärsykkeen tehospektri.
pp_{i_j}	ΔE_i -mallin parametreja.
$sp_1, sp_2, sp_4, sp_5, sp_{s1}, sp_{s2}$	ΔE_i -mallin parametreista edelleen interpoloituja parametreja.
$sp_3, sp_6, sp_{n1}, sp_{n2}$	ΔE_p - ja ΔE_i -mallien tunnettuja spektrejä, jossa s tarkoittaa, millä askeleella spektri on lisätty malliin ja toinen indeksi tarkoittaa ryhmää, johon spektri on lisätty. Listan alussa on ensimmäisen askeleen spektrejä, joilla on vain yksi indeksi.
sp_{p1}, sp_{p2}	ΔE_p - ja ΔE_i -mallien uusia spektrejä, jossa n tarkoittaa, millä askeleella spektri on lisätty malliin ja toinen indeksi tarkoittaa ryhmää, johon spektri on lisätty. Listan alussa on ensimmäisen askeleen spektrejä, joilla on vain yksi indeksi.
CIE	ΔE_p - ja ΔE_i -mallien uusia spektrejä, jotka on lisätty malliin nykyistä askelta alemmilla askeleilla. p tarkoittaa, millä askeleella spektri on lisätty malliin ja toinen indeksi tarkoittaa ryhmää, johon spektri on lisätty. Indeksit s , n ja p saavat eri askeleilla saman arvon ja yksilöivät vain spektrin tyypin.
A	International Commission on Illumination (Commission Internationale de l'Éclairage)
<i>CIEDE</i> 2000	Matriisi, jota käytetään spektrin metameerisuuden määrittämisessä. A-matriisin sarakkeet ovat itsessäänkin metameerisia spektrejä.
	Värieromittari <i>Lab</i> -avaruudessa.

<i>CIELAB, Lab</i>	Väriavaruus, jossa <i>L</i> -kanava esittää kuvan kirkkauden, <i>a</i> -kanava värisävyt vihreästä punaiseen ja <i>b</i> -kanava värisävyt sinisestä keltaiseen.
<i>CIELUV</i>	Väriavaruus, jossa <i>L</i> -kanava esittää kuvan kirkkauden, <i>u</i> -kanava värisävyt vihreästä punaiseen ja <i>v</i> -kanava värisävyt sinisestä keltaiseen.
<i>D65</i>	Standardi valonlähde.
<i>ED</i>	Euclidean distance, jota voidaan käyttää spektrierojen laskentaan.
<i>GFC</i>	A goodness-of-fit coefficient spektrieromittari.
<i>M_v</i>	Metameerinen indeksi, joka osoittaa, kuinka hyvin kahden materiaalin spektri vastaa toisiaan erilaisissa valaistusolosuhteissa.
<i>MRA</i>	Multiple regression approximation, jolla <i>Lab</i> -väriarvo voidaan muuntaa spektriksi.
<i>MVSI</i>	Multichannel Visible Spectrum Imaging eli spektrinen kuvantaminen.
$\bar{r} \bar{g} \bar{b}$	Värinsovitusfunktiot <i>RGB</i> -avaruudessa.
<i>RGB</i>	Väriavaruus, jossa <i>R</i> -kanava esittää kuvan punaisuutta, <i>G</i> -kanava esittää kuvan vihreyden ja <i>B</i> -kanava esittää kuvan sinisyyden.
<i>RMS</i>	Root mean square, jota voidaan käyttää spektrierojen laskentaan.
<i>SAM</i>	Spectral angle mapper, jota voidaan käyttää spektrierojen laskentaan.
<i>SID</i>	Spectral information divergence, jota voidaan käyttää spektrierojen laskentaan.
<i>SE</i>	Virheen neliö
<i>SSE</i>	Virheen neliöiden summa
$\bar{x} \bar{y} \bar{z}$	Värinsovitusfunktiot <i>XYZ</i> -avaruudessa.
<i>XYZ</i>	<i>RGB</i> -väriavaruudesta muunneltu versio, jolla poistettiin <i>RGB</i> :n ongelmakohtia.
<i>WRMS</i>	Weighted root mean square, jota voidaan käyttää spektrierojen laskentaan.

1 JOHDANTO

Kun valo heijastuu esineen pinnasta silmiin, näemme esineen tietyn värisenä. Havaitsemme värin aistimuksena, jonka väri riippuu valonlähteen spektristä, esineen heijastusspektristä ja näköjärjestelmämme ominaisuuksista. Väriä voidaan mallintaa värimalleilla, kuten *RGB*- ja *XYZ*-tristimulusarvoilla. Värierojen mittaamiseen on tarjolla tasaisen asteikon *Lab*-värijärjestelmä, jolle on kehitetty menetelmiä värieron laskentaan, kuten uusimpana *CIEDE2000*-väriero. *CIEDE2000*-väriero mallintaa, miten ihmisen silmä eron havaitsee. Se ei aina vastaa itse spektrien eroa, vaan myös valo vaikuttaa tulokseen. Tilanne tulee esiin etenkin metameeristen spektrien tapauksessa. Metameeriset spektrit saadaan näyttämään sopivassa valaistuksessa samanvärisiltä, vaikka spektrit ovatkin erilaiset. Ratkaisuna on spektrieromittari, kun halutaan laskea itse spektrien ero. Spektrierojen laskemiseksi on saatavilla joitain mittareita, mutta niistä mikään ei vastaa ihmisen silmän näkemää eroa. Tässä työssä kehitetään oma mittari ja sitä vertaillaan muutamiin olemassa oleviin mittareihin.

Koska *CIEDE2000*:ia vastaavaa spektrieromittaria ei ole, tässä työssä suunniteltiin ja toteutettiin oma menetelmä. Menetelmä perustuu tunnettuihin spektreihin ja niiden välillä ennalta laskettuihin spektrieroihin. Eri spektrien välillä lasketuista eroista lasketaan laskentaparametrit, joiden avulla spektrieroja voidaan laskea. Laskentaparametrit lasketaan vain kerran, joten ne tallennetaan tietokantaan spektrierojen laskentakäyttöä varten. Spektrierojen laskemiseksi spektreistä ratkaistaan niiden barysentriset koordinaatit. Toisaalta käyttäjä voi myös itse antaa barysentriset koordinaatit ja muodostaa spektrit erojen laskentaan sekoittamalla tunnettuja spektrejä barysentristen koordinaattien mukaan. Laskentamalli käyttää barysentrisiä koordinaatteja purkaessaan laskentaparametreista tarvittavat parametrit spektrierojen laskemiseksi.

1.1 Tavoitteet ja rajaus

Tässä työssä suunnitellaan malli spektrierojen laskemiseksi ja toteutetaan Matlab:lla sen prototyyppi. Laskeakseen laskentaparametrit menetelmä ottaa vastaan tunnetut spektrit ja toistensa välillä lasketut *CIEDE2000*-värierot. Laskentaparametrit tallennetaan tietokantaan, eikä niitä tarvitse laskea kuin kerran. Laskentaparametrien ratkaiseminen on työläs prosessi, joten menetelmään toteutetaan hajautus usealle tietokoneelle. Kun menetelmällä lasketaan spektrieroja, ratkaistaan spektrien barysentriset koordinaatit tunnettujen spektrien mukaan. Eli toisin sanoen ratkaistaan sekoitussuhteet, kuinka suuri osuus

eri tunnettuja spektrejä painotetaan, jotta saataisiin sekoittamalla muodostettua spektrit, joiden ero lasketaan. Barysentristen koordinaattien ratkaisuun käytetään Matlab:n omia funktioita. Menetelmä ottaa vastaan spektrien barysentriset koordinaatit ja purkaa niiden perusteella laskentaparametreista oikeat parametrit spektrierojen laskentaan.

Tavoitteena on saada spektrieromittari näyttämään spektrieroksi samaa kuin spektrien *Lab*-arvoista laskettu *CIEDE2000*-väriero. Tämä tapahtuu ratkaisemalla laskentaparametrit niin, että yhteys *CIEDE2000*:een syntyy. Tämän toteamiseksi menetelmällä suoritetaan lukuisia testejä, joissa testispektrien *Lab*-arvot sijaitsevat eri puolilla *Lab*-avaruutta. Testit suoritetaan myös metameerisille spektreille. Spektrieromittaria verrataan myös muuttamiin olemassa oleviin eromittareihin, joilla voidaan laskea spektrien ero. Näitä ovat SID, SAM, Viggianon SCI, RMS ja WRMS. Spektrieromittaria testataan myös käytännön sovelluksessa MRA-menetelmässä, jossa *Lab* muunnetaan spektriiksi. Muunnos ei ole virheetön ja siksi halutaan laskea ero estimoidun ja alkuperäisen välillä, kun spektrieromittaria testataan.

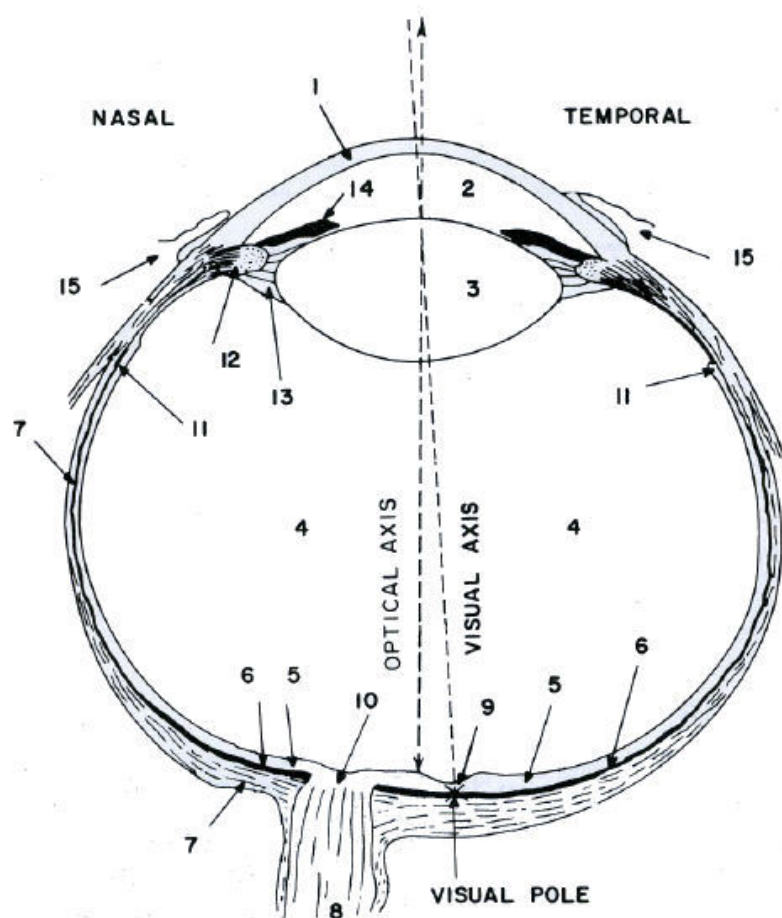
1.2 Rakenne

Tämän työn rakenne on seuraava: Ensin kappaleessa 2 annetaan taustaa liittyen näkemiin, väreihin ja spektrierojen perusteisiin. Seuraavaksi kappaleessa 3 esitetään spektrieromittarin malli ΔE_i mahdollisimman yksityiskohtaisesti. Luvun alussa on kuvaus hieinan samantyyppisestä mittarista ΔE_p , jonka kehitystyö jätettiin alkutekijöihin. ΔE_p liittyy kuitenkin ΔE_i :iin sillä tavalla, että kehitystyö on alkanut monimutkaisemmasta mallista ΔE_p :sta ja siirtynyt siirtynyt yksinkertaisempaan ΔE_i . Kappaleessa 4 Spektrieromittari ΔE_i toteutetaan ja testataan. Lopuksi kappaleessa 5 tehdään johtopäätökset ja pohditaan jatkokehitysideoita.

2 TAUSTA

2.1 Näkeminen

Tässä luvussa käsitellään ihmisen näköjärjestelmän ominaisuuksia. Ihmisen visuaaliset havainnot riippuvat vahvasti silmän fysikaalisista ominaisuuksista [1]. Silmä on likimain pallomainen elin, jonka säde on n. 12mm [2]. Kuvassa 1 on silmän rakenne.



Kuva 1. Oikean silmän rakenne kuvattuna yläpuolelta eli vasemmalla on nenän puoli (nasal) ja oikealla ohimon puoli (temporal). (1) sarveiskalvo, (2) silmävesi, (3) linssi, (4) lasiainen, (5) verkkokalvo, (6) suonikalvo, (7) kovakalvo, (8) näköhermo, (9) verkkokalvon keskikuoppa, (10) näköhermon nysty, (11) verkkokalvon etureuna (ora serrata), (12) sädelihas, (13) ripustinsäikeet, (14) värikalvo (iiris), (15) sidekalvo. Linssin keskeltä kulkee kohtisuorassa verkkokalvon takapinnalle optinen akseli (optical axis). Silmäviiva (visual axis) kulkee verkkokalvolle hieman ohimoon päin kohtaan, jota kutsutaan silmän navaksi (visual pole). Siellä sijaitsee verkkokalvon keskikuoppa, joka on tarkan näön alue. [2]

2.1.1 Silmän optinen järjestelmä

Silmän ulkopinnalla on läpinäkyvä sarveiskalvo, josta valo saapuu silmään. Se on kaa-reutuva rajapinta ilman kanssa ja edustaa suurinta osuutta silmän optisen järjestelmän taittokykyä [1]. Sarveiskalvon säde on n. 8mm [2].

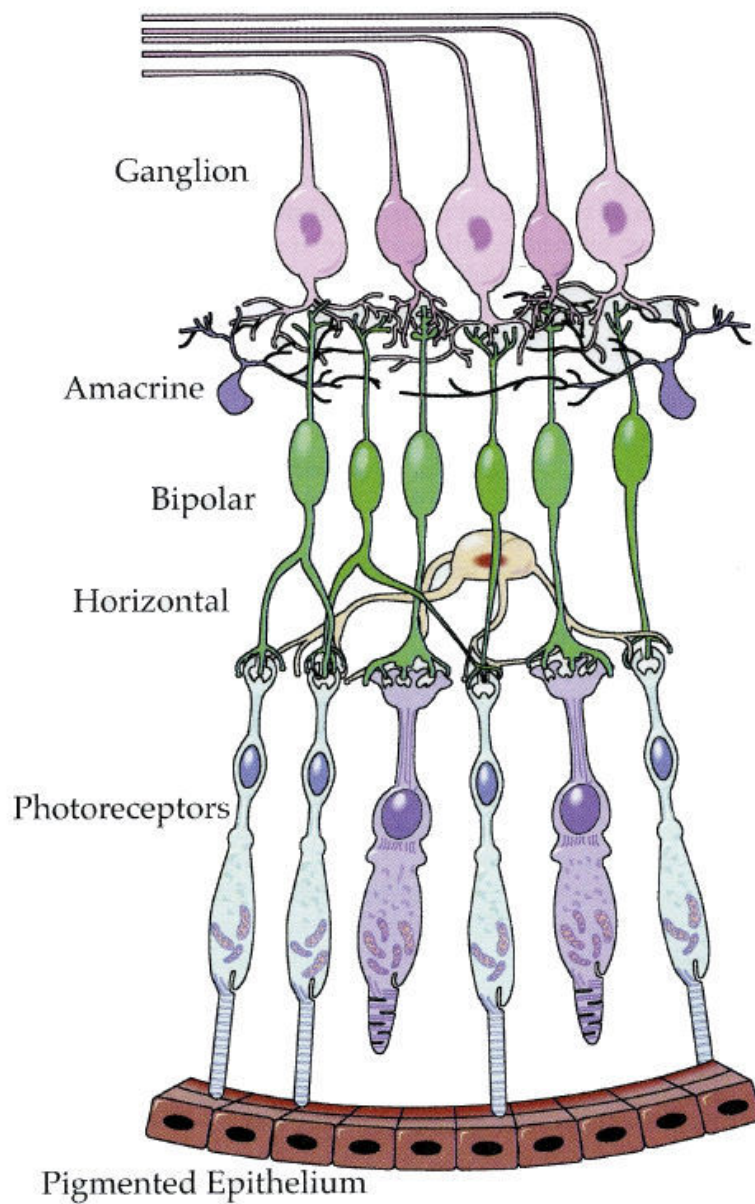
Linssi on kupera, monikerroksinen, joustava rakenne kiinnittyneenä sädelihakseen, joka muuttaa sen muotoa ja näin taittokykyä [1] [2]. Valo taittuu linssin keskellä enemmän kuin reunoilla, joka vähentää joitain poikkeamia, joita normaalisti esiintyy yksinkertaisissa optisissa järjestelmissä. Linssi muotoutuu kauas katsottaessa littanaksi, jolloin tulee vähemmän taittoa. Lähelle katsottaessa tarvitaan enemmän taittoa ja linssi muotoutuu paksummaksi. Tarkoituksena on saada kohdistettua terävä kuva verkkokalvon keskikuoppaan, missä sijaitsee silmän tarkkan näön alue. Ikääntyessään linssi menettää joustavuutta ja lähinäkö sumenee. Taittovirhe voidaan korjata silmälaseilla. Linssi vaimentaa ja hajottaa lyhyitä aallonpituuksia ja vaikutus lisääntyy ikääntymisen myötä, mikä saa violetinväriset esineet näyttämään enemmän punaisilta.

Sarveiskalvon ja linssin välissä on etukammio, joka on täytetty silmävedellä, joka on oikeastaan vettä [1] [2]. Linssin ja verkkokalvon välinen tila on täytetty lasiaisella, joka on myös nestettä, mutta viskositeetti on kuin liivateella. Aineet kontrolloivat silmän sisäistä painetta, joka on suurempi kuin ilmanpaine. Aineiden optinen vaikutus on samaa luokkaa kuin vedellä ja huomattavasti pienempi sarveiskalvoon ja linssiin verrattuna.

Silmän etuosasta löytyy värjätty iiris, joka antaa silmälle värin [1]. Se on sulkijalihas, joka kontrolloi iiriksen keskellä olevan pupillin kokoa. Pupilli on aukko, josta valo pääsee silmään. Sen koko määrää ja rajoittaa verkkokalvolle pääsevän valon määrää. Halkaisija voi vaihdella n. 3mm ja 7mm välillä.

2.1.2 Verkkokalvon osat ja optinen hermosto

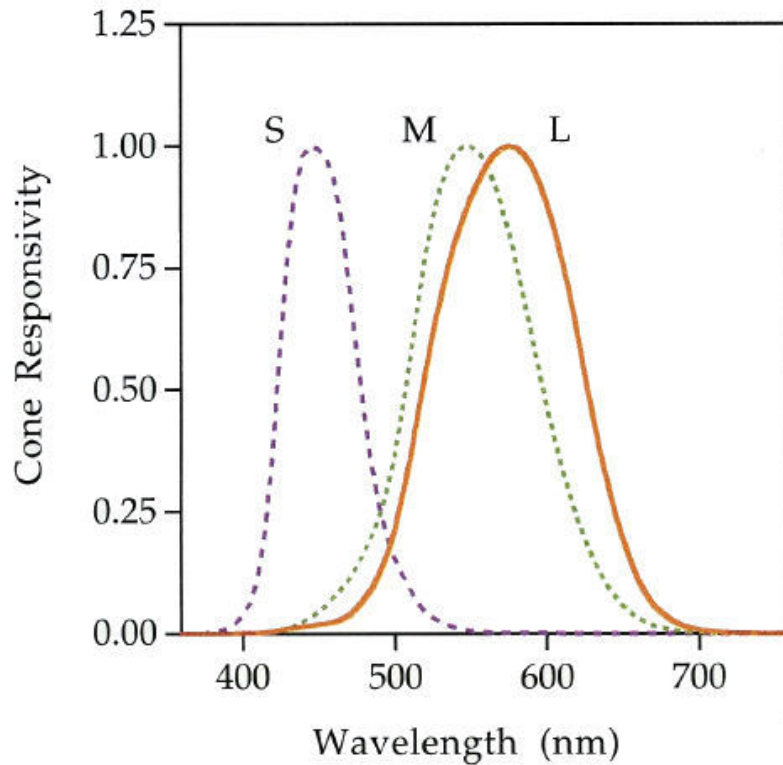
Optinen kuva projisoidaan silmän takaosassa sijaitsevalle ohuelle verkkokalvolle, joka on monikerroksinen ja monimutkainen rakenne [1] [2]. Siellä ovat sauva- ja tappisolut muuttavat optisen kuvan tiedot sähkökemikaalisiksi signaaleiksi, jotka lähetetään seuraaville tasoille näköjärjestelmässä. Kuvassa 2 on verkkokalvon eri kerrokset. Epiteeli on tumma kerros, joka imee kaiken valon, joka ei imeytynyt kuvareseptoreihin [1]. Tarkoituksena on estää valoa leviämästä takaisin verkkokalvolle, joka vähentäisi kuvan terävyyttä.



Kuva 2. Verkkokalvon eri kerrokset, jossa alimpana (kuvassa) on verkkokalvon takaosa. Taaimpana on epiteeli (Pigmented Epithelium). Seuraavana kerroksena kuvareseptorit (Photoreseptors), jotka koostuu sauva- ja tappisolusta. Ne erottaa toisistaan siten, että sauvasolut ovat paksumpia. Seuraavina tulevat horisontaalikerros (Horizontal), bipolaarikerros (Bipolar), amacrine-kerros (Amacrine) ja hermosolukerros (Ganglion). [1]

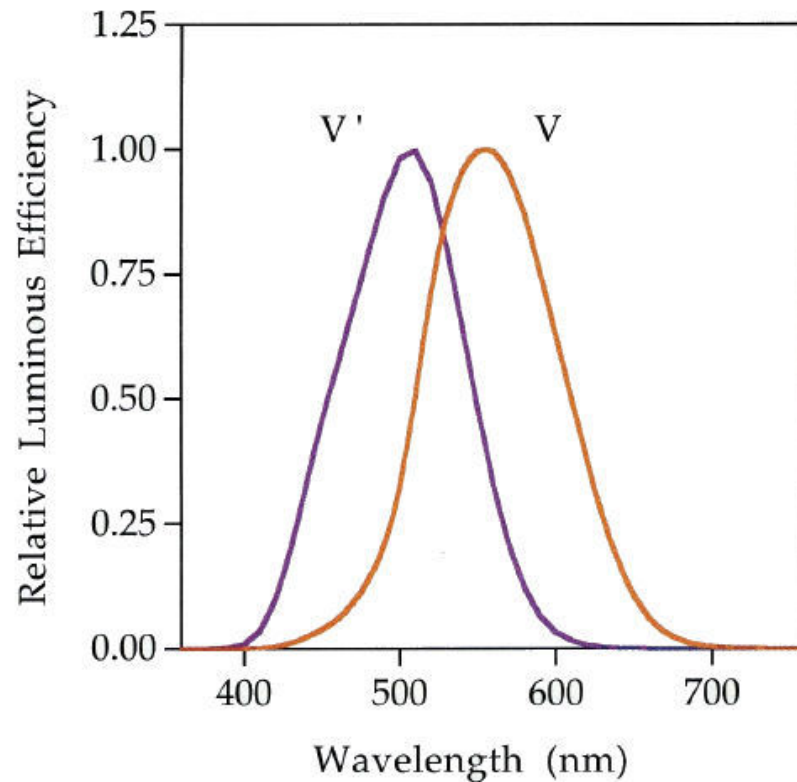
Kuvareseptoreita on kahta tyyppiä; sauva- ja tappisoluja. Sauvasolut ovat erikoistuneet hämäränäköön, missä luminanssitaso on vähemmän kuin 1 cd/m^2 [1]. Tappisolut taas ovat erikoistuneet värinäköön, jossa luminanssitaso on suurempi kuin 100 cd/m^2 . Luminanssitasojen välissä sekä sauva- että tappisolut osallistuvat näkemiseen. Sauvasolujen spektrisen herkkyyden huippu on n. 510 nm . Tappisoluja on kolme eri tyyppiä ja yh-

dessä ne kattavat visuaalisen aallonpituuskaistan. Kuvassa 3 on tappisolujen herkkyys eri aallonpituuksille.



Kuva 3. Tappisolujen herkkyys (Cone Responsivity) eri aallonpituuksilla (Wavelength nm). Tappisoluja on kolme eri tyyppiä, jotka ovat S, M ja L. Kirjaimet tulevat sanoista short, medium ja long, jotka viittaavat lyhyisiin, keskipitkiin ja pitkiin aallonpituuksiin [1].

Kannattaa huomata kuvasta 3, että eri tyyppisten tappisolujen spektriset herkkyudet menevät hieman päällekkäin. Verkkokalvo ei sisällä eri tyyppisiä tappisoluja samassa suhteessa, vaan suhde on ihmisillä keskimäärin 1:20:40, jossa S-tyyppisiä on vähiten ja L-tyyppisiä eniten [1]. Keskikuopan keskialueella S-tyyppisiä tappisoluja on tuskin lainkaan. Suhteellinen populaatio täytyy ottaa huomioon yhdistettäessä eri tyyppisten tappisolujen spektriset herkkyudet. Kuvassa 4 on hämärä- ja värinäön suhteelliset kirkkaustehokkuudet eri aallonpituuksilla. Kannattaa huomata kuvasta 4, että spektrisen herkkyuden huippuarvojen perusteella hämäränäkö on herkempi pienillä aallonpituuksilla kuin värinäkö. Kuvassa 5 on sauva- ja tappisolujen jakauma verkkokalvon eri osissa. Kuvasta nähdään 5, että verkkokalvolla kauttaaltaan sauvasoluja on monikertainen määrä tappisoluihin verrattuna. Tappisoluja on niin vähän, että yksi tappisolu ylläpitää signaalia yhdelle ganglia-solulle [1]. Sauvasoluja taas on niin paljon, että yli sadat sauvasolut jakavat keskenään yhteyden yhteen ganglia-soluun, mikä lisää herkkyyttä tarkkuuden kustannuksella.



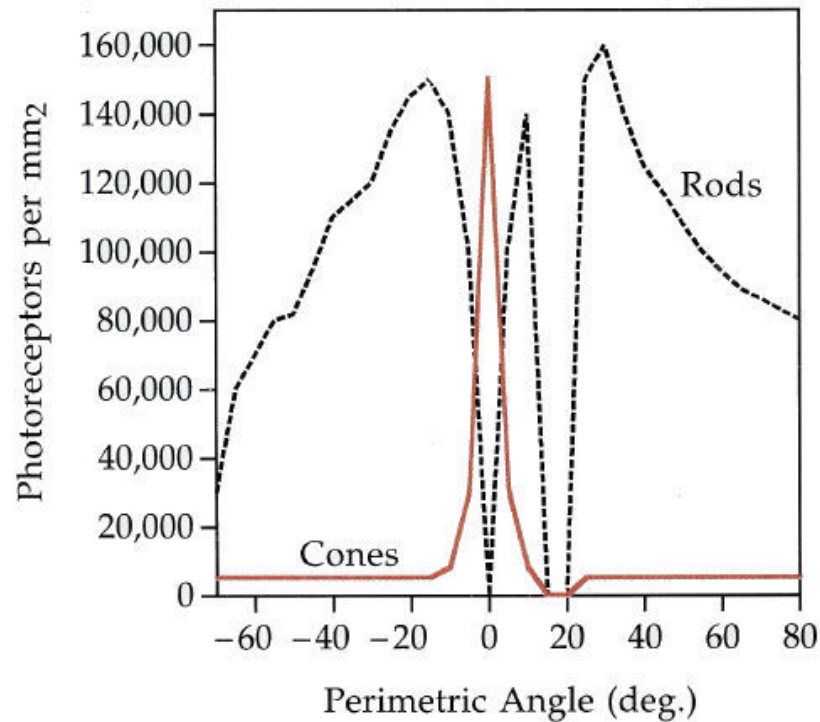
Kuva 4. Suhteellinen kirkkaustehokkuus (Relative Luminous Efficiency) eri aallonpituuksilla (Wavelength) hämäränäöllä V' ja värinäöllä V. [1]

Ehkä tärkein alue verkkokalvolla on sen keskikuoppa, jolla on paras värinäkö ja avaruudellinen tarkkuus. Kuvasta 5 nähdään, että tappisolut ovat vahvasti keskittyneet verkkokalvon keskikuoppaan ja vastaavasti sauvasoluja on siellä minimaalinen määrä. Aivan keskikuopan keskellä on pelkästään tappisoluja. Näin saadaan tuotettua suurin mahdollinen avaruudellinen tarkkuus tappisolulla [1]. Kun näkö kohdistetaan johonkin kohteeseen, silmää käännetään niin, että kohde osuu keskikuoppaan. Keskikuoppa kattaa n. kahden asteen kokoisen alueen.

Keskikuoppaa suojaa keltainen täplä macula voimakkaalta altistumiselta lyhytaaltoiselle energialle [1]. Macula ei linssin tavoin muutu ikääntyessään yhä keltaisemmaksi, mutta eroja on eri ihmisten välillä ja myös saman ihmisen vasemman ja oikean silmän välillä.

Kuvasta 5 nähdään ettei n. 15-20 asteen kohdalla ole kuvareseptoreita lainkaan. Siellä sijaitsee sokea piste, josta näköhermo muodostuu [1]. Sokeaa pistettä ei useinkaan huomata, koska ne sijaitsevat molemmissa silmissä päinvastaisella puolella kuva-akselista.

Verkkokalvon kuvareseptorit muuttavat optisen kuvan sähkökemikaaliksi signaaleiksi,



Kuva 5. Sauva- ja tappisolujen jakauma verkkokalvolla. Pystyakselilla on kuvareseptorien lukumäärä per mm^2 (Photoreceptors per mm^2) ja vaaka-akselilla on sijainti asteina (Perimetric Angle). [1]

jotka käsitellään edelleen monimutkaisessa hermosoluverkostossa, joka koostuu horisontaali-, bipolaari-, amacrine- ja ganglia-kerroksesta [1]. Nämä monimutkaiset vaiheet jätetään tässä työssä tarkemmin esittelemättä. Ganglia-solut ovat yhteydessä näköhermoon, jota pitkin signaalit kulkevat aivojen näkökeskukseen.

2.1.3 Teoriat värinäön toiminnasta

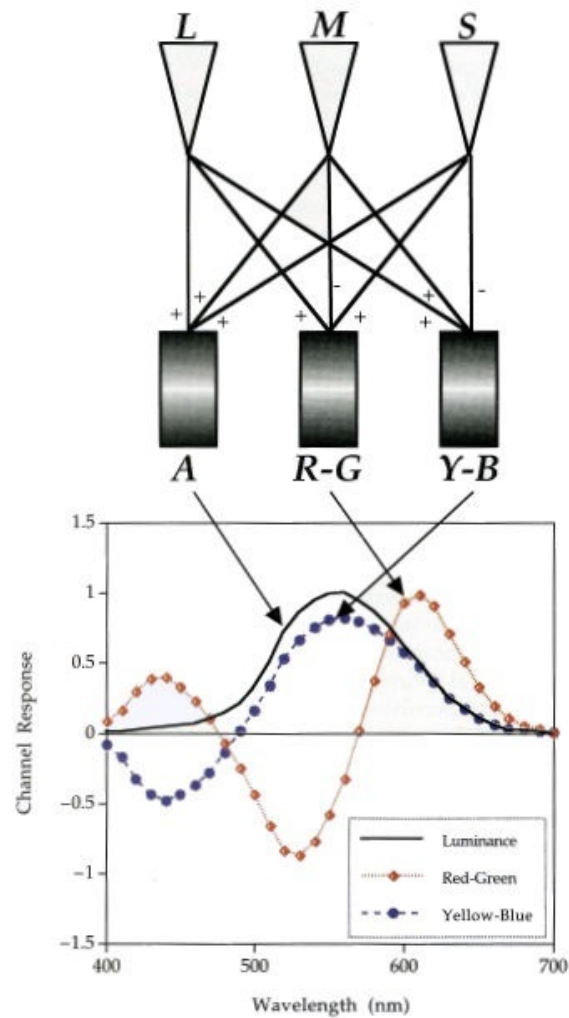
Historia kattaa monia teorioita, jotka yrittävät selittää värinäön toimintaa. Seuraavaksi esitellään lyhyesti kolme teoriaa, jotka ovat kolmikromaattinen, Heringin vastaväri- ja moderni vastaväriteoria [1].

Kolmikromaattinen teoria kehitettiin 1800-luvun jälkipuoliskolla perustuen Maxwellin, Youngin ja Helmholtzin työhön [1]. Teoria perustui havaintoon, että kuvareseptoreita täytyi olla kolme eri tyyppiä, jotka ovat suurinpiirtein herkkiä siniselle, vihreälle ja punaiselle alueelle spektriavaruudessa. Teoriassa oletettiin, että erityyppisillä reseptoreilla muodostetaan kolme kuvaa ja lähetetään aivoille, missä signaalien suhteita verrataan eri

kuvista. Kolmen erityyppisen kuvareseptorin olemassaoloa ei epäröity, mutta kolmen eri kuvan lähettäminen aivoille on tehotonta ja teoria ei myöskään pysty selittämään useita visuaalisesti havaittuja ilmiöitä.

Kolmikromaattisen teorian kanssa samoihin aikoihin Hering [1] esitteli oman vastaväriteoriansa perustuen moniin omakohtaisiin havaintoihinsa, jonka mukaan kuvareseptoreita on kolmea eri tyyppiä, mutta niillä on bipolaarinen vastakaiku vaaleasta-tummaan, punaisesta-vihreään ja keltaisesta-siniseen. Teoria ajateltiin epäuskottavaksi, eikä se saanut hyväksyntää.

1900-luvun puolivälissä tehtiin havaintoja Svaetichin (1956), DeValois ym. (1958) sekä Jamesonin ja Hurvichin (1955) [1] toimesta, jotka johtivat modernin vastaväriteorian syntymiseen. Se osoittaa, että ensimmäinen taso näköjärjestelmässä eli reseptorit todella ovat kolmikromaattisia, kuten Maxwell, Young ja Helmholtz olivat olettaneet. Mutta päinvastoin heidän teoriaansa, kolmea eri kuvaa ei lähetetä suoraan aivoille, vaan verkkokalvon seuraavat kerrokset koodaavat ne vastavärisignaaleiksi. Akromaattinen vaste saadaan summaamalla yhteen kaikkien kolmen erityyppisen kuvareseptorien (L+M+S) ulostulot. Tulos vastaa värinäkötehokkuuskäyrää $V(\lambda)$ kuvassa 4, jos otetaan huomioon erityyppisten kuvareseptoreiden suhde populaatiossa. Vähentämällä saadaan muodostettua vastavärit eli punainen-vihreä (L-M+S) ja keltainen-sininen (L+M-S). Kuva 6 havainnollistaa tätä teoriaa.

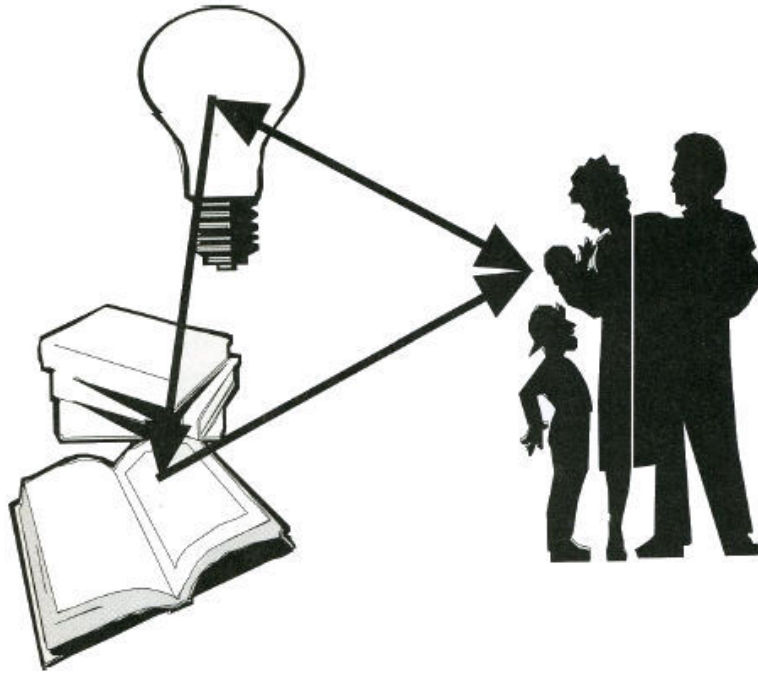


Kuva 6. Ihmisen näköjärjestelmä modernin vastaväriteorian mukaan. Kaaviossa ylhäällä L-, M- ja S-tyyppiset kuvareseptorit, joiden ulostulot ovat yhteydessä seuraavalla tasolla oleviin akromaattisuuskanavaan (A), punainen-vihreä-kanavaan (R-G) ja keltainen-sininen-kanavaan (Y-B). Ulostulo on näihin joko summaava tai vähentävä ja on merkitty kanavien sisään menoon +/- merkillä. Alhaalla olevassa kaaviossa on eri kanavien vaste (Channel Response) eri aallonpituuksilla (Wavelength nm) ja oikealla ylhäällä on erityyppisten kuvareseptorien herkkyys (Cone responsivities) eri aallonpituuksilla (Wavelength). [1]

2.2 VÄRIMALLIT

Kun näemme esineen jonkin värisenä, näkyvä väri riippuu kolmesta komponentista, jotka ovat valon lähde, esineen pinta ja ihmisen näköjärjestelmä [1]. Valon lähde lähettää näkyvää sähkömagneettista säteilyä, joka heijastuu esineen pinnasta silmän verkkokalvon kuvareseptoreihin, joissa syntyy ärsyke. Esineen pintarakenne muuntaa heijastuvaa säteilyä. Verkkokalvolla syntyneet ärsykkeet käsitellään ja lopulta väristä syntyy aistimus. Kaikki

nämä kolme komponenttia vaaditaan värin tuottamiseen. Täytyy huomata, että valonlähteestä osuu myös suoraan silmään säteilyä, joka havaitaan värinä. Kuva 7 havainnollistaa värin tuottamiseen osallistuvat komponentit.



Kuva 7. Värin tuottamiseen osallistuvat kolme komponenttia. Valonlähteenä on tässä tapauksessa lamppu ja valo heijastuu kirjan sivulta havaitsijaan, jossa värivaikutelma syntyy. [1]

Ihmisen näkemää väriä mallinnetaan värimalleilla. Wyszeckin (1973) mukaan määritelmä ihmisen visuaalisesta vasteesta kohdistuu vanhimpaan tasoon näkemisestä eli energian imeytymiseen tappisolutyyppeihin kuvareseptoreihin [1]. Tappisoluja on kolmea eri tyyppiä, joilla on erilaiset spektriset herkkyydet. Kaksi väriärsykettä - joiden spektriset jakaumat ovat $\Phi_1(\lambda)$ ja $\Phi_2(\lambda)$ - ovat samanvärisiä, jos niiden spektrijakaumien tulo tappisolujen herkkyyksien $L(\lambda)$, $M(\lambda)$ ja $S(\lambda)$ kanssa ovat yhtäsuuria, kun tulot integroidaan yli aallonpituuksien. Tämä havainnoillistetaan lausekkeilla 1, 2 ja 3.

$$\int_{\lambda} \Phi_1(\lambda)L(\lambda)d\lambda = \int_{\lambda} \Phi_2(\lambda)L(\lambda)d\lambda \quad (1)$$

$$\int_{\lambda} \Phi_1(\lambda)M(\lambda)d\lambda = \int_{\lambda} \Phi_2(\lambda)M(\lambda)d\lambda \quad (2)$$

$$\int_{\lambda} \Phi_1(\lambda) S(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda} \Phi_2(\lambda) S(\lambda) d\lambda \quad (3)$$

Määritelmästä seuraa, vaikka väriärsykkeet ovat samanvärisiä, spektristen jakaumien ei tarvitse välttämättä olla saman suuruisia jokaisella aallonpituudella. Tämä liittyy meta-meerisuuteen, josta on enemmän luvussa 2.4.1.

Väriä mitataan tristimulus-arvoilla, joka määritetään väriärsykkeen spektrisestä jakaumasta [1]. *RGB*-tristimulus-arvot lasketaan kaavoilla 4, 5 ja 6.

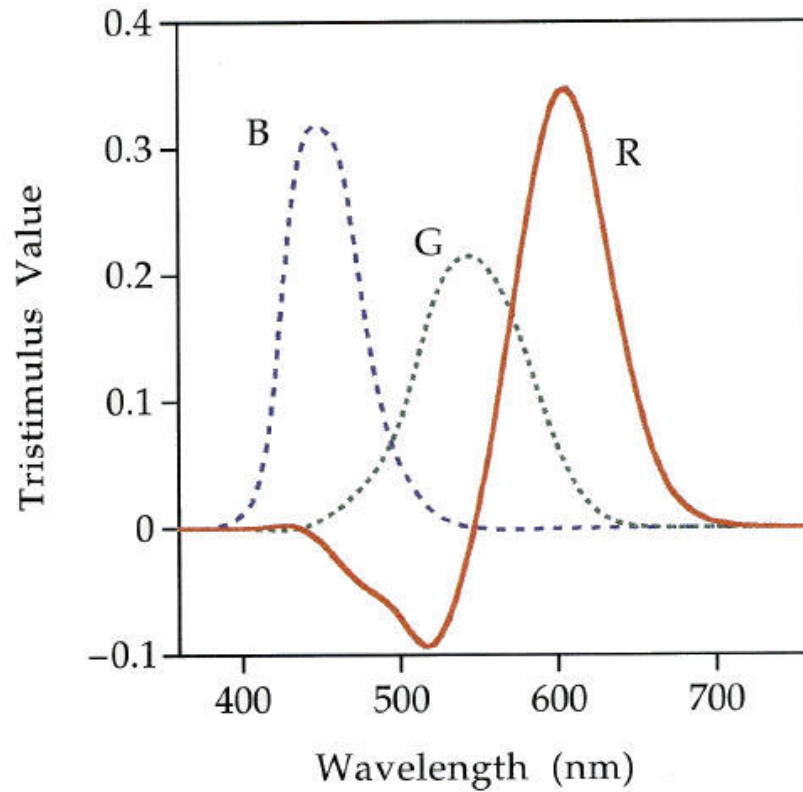
$$R = \int_{\lambda} \Phi(\lambda) \bar{r}(\lambda) d\lambda \quad (4)$$

$$G = \int_{\lambda} \Phi(\lambda) \bar{g}(\lambda) d\lambda \quad (5)$$

$$B = \int_{\lambda} \Phi(\lambda) \bar{b}(\lambda) d\lambda \quad (6)$$

Kaavoissa Φ on väriärsykkeen spektrinen jakauma. \bar{r} , \bar{g} ja \bar{b} ovat värinsovitusfunktioita, jotka esitetään kuvassa 8. Värinsovitusfunktiot on määritetty ratkaisemalla, kuinka suuret osuudet tarvitaan sekoittamaan kolme monokromaattista spektriä (B , G ja R), jotta lopputuloksena saadaan tietty monokromaattinen spektri (vaaka-akselilla). Sekoitettavat spektrit ovat B yksikköä 435,8 nm, G yksikköä 546,1 nm ja R yksikköä 700,0 nm [1]. Kannattaa huomata kuvassa 8, että värinsovitusfunktio R :lle sisältää negatiivisia arvoja. Tämän takia CIE päätti johtaa värinsovitusfunktiot XYZ -tristimulusarvoille, jossa negatiivisia arvoja ei ole [1]. Lisäksi uudessa väriavaruudessa $\bar{y}(\lambda)$ -värinsovitusfunktion täytyy vastata värinäkätehokkuuskäyrää $V(\lambda)$ kuvassa 4 [3]. Lisäksi vaaditaan $\bar{z}(\lambda)$ -värinsovitusfunktiossa pitkille aallonpituuksille käyrän lopussa asetettavan nolliksi. Grassmanin lain mukaan uusi avaruus voi liittyä *RGB*-väriavaruuteen lineaarisella muunnoksella. XYZ -tristimulus-arvot lasketaan kaavoilla 7, 8 ja 9.

$$X = k \int_{\lambda} \Phi(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda \quad (7)$$



Kuva 8. Väriinsovituskäyrät tristimulusarvoille R , G ja B . Väriinsovituskäyrät on määritetty CIE:n toimesta sekoittamalla kolmea monokromaattista spektriä, joiden osuuksia vastaa tristimulusarvot (Tristimulus Value) B , G ja R . Summana saadaan vaakaa-akselilla aallonpituutena (Wavelength) ilmoitettu monokromaattinen spektri. Sekoitettavat spektrit ovat B yksikköä $435,8 \text{ nm}$, G yksikköä $546,1 \text{ nm}$ ja R yksikköä $700,0 \text{ nm}$. Sekoitusosuudet on ratkaistu n. 400 nm ja 700 nm välillä. [1]

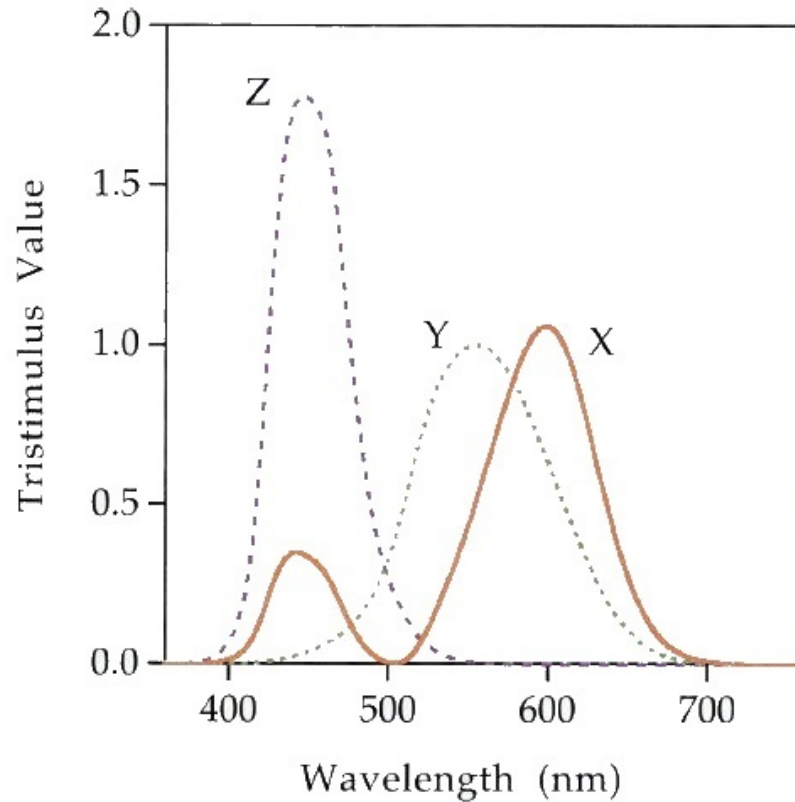
$$Y = k \int_{\lambda} \Phi(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda \quad (8)$$

$$Z = k \int_{\lambda} \Phi(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda \quad (9)$$

Kaavoissa on paljon samaa kuin RGB -tristimulus-arvojen kaavoissa. k on normalisointivakio. k määritetään eri tavalla absoluuttisessa ja suhteellisessa värimittaamisessa. Absoluuttisessa värimittaamisessa k asetetaan 683 lm/W ja suhteellisessa se määritetään kaavalla 10.

$$k = \frac{100}{\int_{\lambda} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda} \quad (10)$$

\bar{x} , \bar{y} ja \bar{z} ovat uudet värinsovitusfunktiot, jotka esitetään kuvassa 9.



Kuva 9. Värinsovitusfunktiot tristimulusarvoille X , Y ja Z . Värinsovitusfunktiot on määritetty CIE:n toimesta silmän verkkokalvon tappisolujen herkkyiden mukaan. [1]

RGB -tristimulusarvot voidaan muuntaa XYZ -järjestelmään lineaarisella muunnoksella käyttämällä muunnosmatriisia T lausekkeessa 11 [3]. Matriisi T on laadittu aiemmin tässä luvussa esitellyin vaatimuksin.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4900 & 0,3100 & 0,2000 \\ 0,1769 & 0,8124 & 0,0107 \\ 0,0000 & 0,0099 & 0,9901 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (11)$$

Väriärsykkeet voidaan esittää kolmen tristimulusarvon sijasta myös kätevällä kaksiulotteisella esitystavalla ja tähän on kehitetty kromaattisuuskaaviot [1]. Tristimulusarvot muun-

netaan kromaattisuuskoordinaateiksi normalisoimalla, joka poistaa kirkkaustiedon. Kromaattisuuskoordinaatit saadaan kaavoilla 12, 13 ja 14.

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \quad (12)$$

$$y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad (13)$$

$$z = \frac{Z}{X + Y + Z} \quad (14)$$

Kromaattisuuskoordinaatit ovat 2-ulotteisia, joten kolmas koordinaatti voidaan laskea aina kahdesta muusta. Esimerkiksi z lasketaan lausekella 15.

$$z = 1 - x - y \quad (15)$$

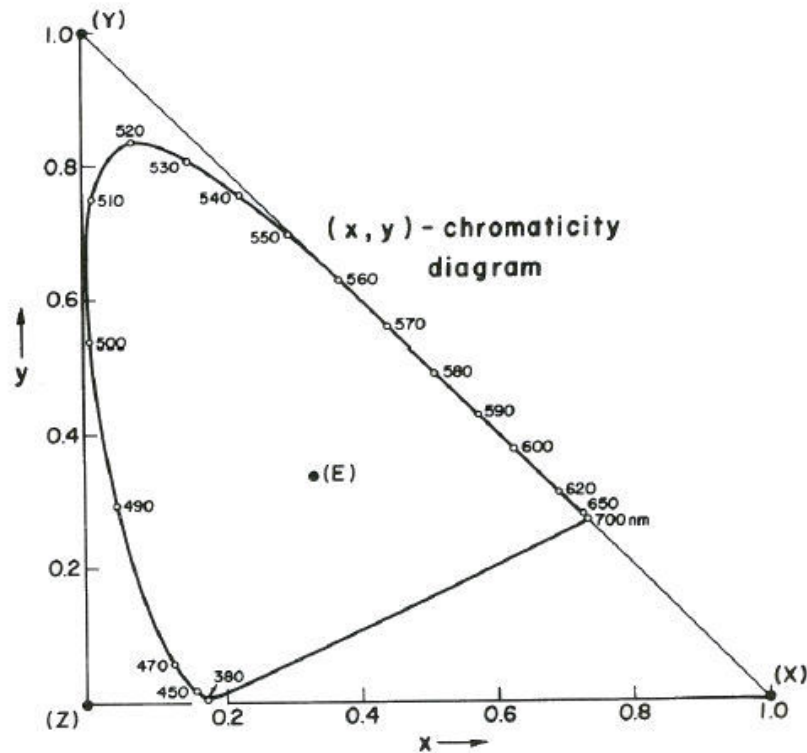
Kromaattisuuskoordinaatit esittävät 3-ulotteista ilmiötä vain kahdella muuttujalla, joten niitä tulee käyttää varovasti [1]. Niiden lisäksi kannattaa ilmoittaa yksi tristimulus-arvo, joka on yleensä Y sen esittäessä kirkkaustietoa. Kaksi muuta tristimulus-arvoa voidaan sen jälkeen ratkaista lausekkeilla 16 ja 17.

$$X = \frac{xY}{y} \quad (16)$$

$$Z = \frac{(1 - x - y)Y}{y} \quad (17)$$

Kromaattisuuskoordinaatit yksinään eivät anna tietoa värivaikutelmasta, koska kirkkaus ei sisälly niihin [1]. Kuvassa 10 on kromaattisuuskaavio perustuen CIE 1931 standardiin [2]. Kaavioon on piirretty käyrä ilmaisemaan monokromaattisten spektrien xy -koordinaatit. Spektri on monokromaattinen, kun sillä on vain yhden aallonpituuden kapea kaista.

CIE:n toimesta standardoitiin 1976 USC-kaavio (Uniform Chromaticity Scales), jossa pyrittiin havaittavasti tasaiseen asteikkoon [1]. Standardin mukaan kromaattisuusarvot las-



Kuva 10. CIE 1931 standardiin perustuva kromaattisuuskaavio. Kaavioon on piirretty käyrä ilmaisemaan monokromaattisten spektrien xy -koordinaatit. E-piste on ns. valkoinen piste, jonka kromaattisuuskoordinaatit ovat $x = 1/3$ ja $y = 1/3$. [2]

ketaan lausekkeilla 18 ja 19.

$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z} \quad (18)$$

$$v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z} \quad (19)$$

Kromaattisuuskaaviot on jääneet vanhanaikaisiksi CIE:n värimallien (1976) johdosta. *CIELAB*- ja *CIELUV*-väriavaruudet likimain korreloivat havaittua kirkkautta, kromaattisuutta ja värisävyä [1]. Päätarkoitus kehityksessä oli tarjota tasainen asteikko mittaamaan värieroja. *CIELAB*:n ja *CIELUV*:n määrittämisessä on selkeitä eroja, mutta ei ole olemassa selkeää näyttöä, kumpaa väriavaruutta tulisi tukea. Kuitenkin *CIELAB* on tullut yleisesti käytetyksi värin määrittämisessä ja etenkin värierojen mittaamisessa. Tällä hetkellä ei ole mitään syytä käyttää *CIELUV*:ia *CIELAB*:n asemesta. *CIELAB*:n koordinaatit määritetään tristimulusarvoista kaavoilla 20-24.

$$L^* = 116(Y/Y_n)^{1/3} - 16 \quad (20)$$

$$a^* = 500 [(X/X_n)^{1/3} - (Y/Y_n)^{1/3}] \quad (21)$$

$$b^* = 200 [(Y/Y_n)^{1/3} - (Z/Z_n)^{1/3}] \quad (22)$$

$$C_{ab}^* = \sqrt{a^{*2} + b^{*2}} \quad (23)$$

$$h_{ab} = \arctan(b^*/a^*) \quad (24)$$

Lausekkeissa X , Y ja Z ovat väriärsykkeen tristimulusarvot ja X_n , Y_n ja Z_n ovat ns. valkoisen pisteen tristimulusarvot, joiden tarkoitus normalisoida väriärsykkeen tristimulusarvot. L^* , a^* ja b^* on selitetty kuvassa 11. C_{ab}^* on kromaattisuusarvo ja h_{ab} on värisävy.

L^* , a^* ja b^* määrittävät karteesisen väriavaruuden, kun taas C_{ab}^* ja h_{ab} muodostavat sylinterimallisen väriavaruuden [1].

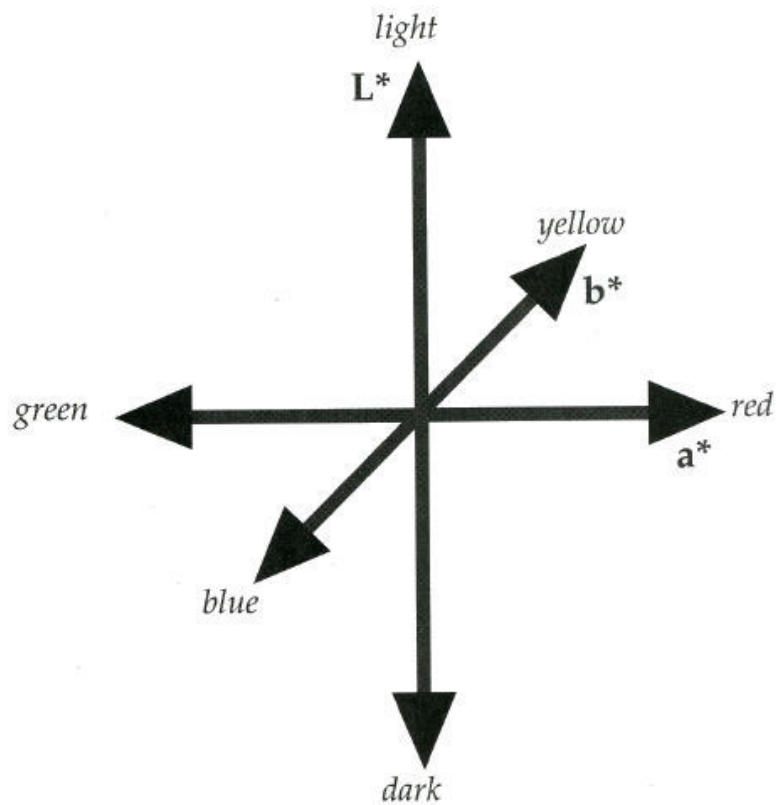
CIELUV:n koordinaatit määritetään tristimulusarvoista kaavoilla 20 ja 25-28.

$$u^* = 13L^*(u' - u'_n) \quad (25)$$

$$v^* = 13L^*(v' - v'_n) \quad (26)$$

$$C_{uv}^* = \sqrt{u^{*2} + v^{*2}} \quad (27)$$

$$h_{uv} = \arctan(v^*/u^*) \quad (28)$$



Kuva 11. 3-uloitteinen avaruus *CIELAB*-koordinaateille. L^* on kirkkaus, a^* vihreä-punainen ja b^* on sininen-keltainen. [1]

L^* lasketaan vastaavasti kuin *CIELAB*:ssa. u' ja v' ovat väriärsyksen kromaattisuuskoordinaatit, jotka lasketaan lausekkeilla 18 ja 19. u'_n ja v'_n ovat ns. valkoisen pisteen kromaattisuuskoordinaatit. u^* on punainen-vihreä ja v^* on keltainen-sininen. C_{uv}^* on kromaattisuusarvo ja h_{uv} on värisävy.

Värieroja lasketaan *CIELAB*-avaruudessa kahden värikoordinaatin välillä euklidisesti, johon voidaan käyttää kaavaa 29 tai 30.

$$\Delta E_{ab}^* = \sqrt{\Delta L^{*2} + \Delta a^{*2} + \Delta b^{*2}} \quad (29)$$

$$\Delta E_{ab}^* = \sqrt{\Delta L^{*2} + \Delta C_{ab}^{*2} + \Delta H_{ab}^{*2}} \quad (30)$$

Lausekkeessa ΔH_{ab}^{*2} lasketaan lausekkeella

$$\Delta H_{ab}^* = \sqrt{\Delta E_{ab}^{*2} - \Delta L^{*2} - \Delta C_{ab}^{*2}}. \quad (31)$$

CIELAB-väriavaruudessa oli tavoitteena tasainen asteikko havaituille värierioille, mutta sitä ei täsmällisesti saavutettu [1]. Parantaakseen asteikon tasaisuutta, ΔE_{ab}^* -lausekkeeseen on tehty muunnoksia. Eräs niistä on *CIE94*-värieromalli, jonka mukaan värierot lasketaan lausekkeella

$$\Delta E_{94}^* = \sqrt{\left(\frac{\Delta L^*}{k_L S_L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C_{ab}^*}{k_C S_C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H_{ab}^*}{k_H S_H}\right)^2}, \quad (32)$$

jossa

$$S_L = 1, \quad (33)$$

$$S_C = 1 + 0,045C_{ab}^*, \quad (34)$$

ja

$$S_H = 1 + 0,015C_{ab}^* \quad (35)$$

ovat ns. painotusfunktioita. k_L , k_C ja k_H ovat painotusparametreja kirkkaudelle, kromaattisuudelle ja värisävylle, joiden suuruudet valitaan tilanteesta riippuen. Painotusfunktiot yhdessä painotusparametrien kanssa korjaavat *CIELAB*-avaruuden epätasaisuutta [4].

2.3 *CIEDE2000*

Toistaiseksi viimeisimmät parannukset *CIELAB*-avaruuden epätasaisuuteen on toteutettu *CIEDE2000*-värierolausekkeeseen, jossa on samoja ominaisuuksia kuin edellisessä versiossa *CIE94*-värieromallissa. *CIEDE2000*:een on lisätty painotusfunktioiden S_L , S_C , S_H ja painotusparametrien k_L , k_C , k_H lisäksi vuorovaikutustermi R_T kromaattisuus- ja värisävyeron välillä parantamaan suoriutumista sinisellä alueella ja skaalaustermi

CIELAB:n a^* -asteikolle parantamaan suoriutumista harmaille väreille [4] [5]. Lausekkeissa L viittaa kirkkauteen, C kromaattisuuteen ja H värisävyyn. *CIEDE2000*-väriero lasketaan lausekkeella

$$\Delta E_{00}^* = \sqrt{\left(\frac{\Delta L'}{k_L S_L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C'}{k_C S_C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H'}{k_H S_H}\right)^2 + R_T \left(\frac{\Delta C'}{k_C S_C}\right) \left(\frac{\Delta H'}{k_H S_H}\right)}. \quad (36)$$

CIEDE2000 laskemisessa on monta vaihetta. Ensimmäisessä vaiheessa ratkaistaan a' , C' ja h' [5] [6].

$$\overline{C_{ab}^*} = \frac{C_{1,ab}^* + C_{2,ab}^*}{2} \quad (37)$$

$$G = 0,5 \left(1 - \sqrt{\frac{\overline{C_{ab}^*}^7}{\overline{C_{ab}^*}^7 + 25^7}} \right), \quad (38)$$

$$L' = L^* \quad (39)$$

$$a' = (1 + G)a^* \quad (40)$$

$$b' = b^* \quad (41)$$

$$C' = \sqrt{a'^2 + b'^2} \quad (42)$$

$$h' = \begin{cases} 0 & a' = b' = 0 \\ \arctan(b'/a') & \text{muussa tapauksessa} \end{cases} \quad (43)$$

Lausekkeella 40 mukautetaan a^* -akselia korjaamaan erohavaintoa pienillä kromaattisilla väreillä. Tämä saadaan aikaan käyttämällä lauseketta 114, joka on muunnettu Gaussin

käyrä ja on samanlainen kuin Morovicin GCUSP-funktio [7].

Seuraavassa vaiheessa ratkaistaan $\Delta L'$, $\Delta C'$ ja $\Delta H'$ [5] [6].

$$\Delta L' = L'_1 - L'_2 \quad (44)$$

$$\Delta C' = C'_1 - C'_2 \quad (45)$$

$$\Delta h' = \begin{cases} 0 & C'_1 C'_2 = 0 \\ h'_2 - h'_1 & C'_1 C'_2 \neq 0; |h'_2 - h'_1| \leq 180^\circ \\ (h'_2 - h'_1) - 360^\circ & C'_1 C'_2 \neq 0; (h'_2 - h'_1) > 180^\circ \\ (h'_2 - h'_1) + 360^\circ & C'_1 C'_2 \neq 0; (h'_2 - h'_1) < 180^\circ \end{cases} \quad (46)$$

$$\Delta H' = 2\sqrt{C'_1 C'_2} \sin\left(\frac{\Delta h'}{2}\right) \quad (47)$$

Ja lopuksi lasketaan ΔE_{00}^* lausekkeella 36. Ennen sitä joudutaan kuitenkin vielä ratkaistamaan muutama välivaihe [5] [6].

$$\bar{L}' = \frac{(L_1^* + L_2^*)}{2} \quad (48)$$

$$\bar{C}' = \frac{(C_1^* + C_2^*)}{2} \quad (49)$$

$$\bar{h}' = \begin{cases} \frac{h'_1 + h'_2}{2} & |h'_1 - h'_2| \leq 180^\circ; C'_1 C'_2 \neq 0 \\ \frac{h'_1 + h'_2 + 360^\circ}{2} & |h'_1 - h'_2| > 180^\circ; C'_1 C'_2 \neq 0; (h'_1 + h'_2) < 360^\circ \\ \frac{h'_1 + h'_2 - 360^\circ}{2} & |h'_1 - h'_2| > 180^\circ; C'_1 C'_2 \neq 0; (h'_1 + h'_2) \geq 360^\circ \\ (h'_1 + h'_2) & C'_1 C'_2 = 0 \end{cases} \quad (50)$$

$$T = 1 - 0,17 \cos(\bar{h}' - 30^\circ) + 0,24 \cos(2\bar{h}') + 0,32 \cos(3\bar{h}' + 6^\circ) - 0,20 \cos(4\bar{h}' - 63^\circ) \quad (51)$$

$$\Delta\theta = 30e^{-\left(\frac{\bar{L}' - 275^\circ}{25}\right)^2} \quad (52)$$

$$R_C = 2\sqrt{\frac{\bar{C}'^7}{\bar{C}'^7 + 25^7}} \quad (53)$$

$$S_L = 1 + \frac{0,015(\bar{L}' - 50)^2}{\sqrt{20 + (\bar{L}' - 50)^2}} \quad (54)$$

$$S_C = 1 + 0,045\bar{C}' \quad (55)$$

$$S_H = 1 + 0,015\bar{C}'T \quad (56)$$

$$R_T = -\sin(2\Delta\theta)R_C \quad (57)$$

Värisävyn painotusfunktioon S_H vaikuttaa sekä kromaattisuus että värisävy [7]. Värisävyn vaikutus liitetään kaavaan 56 lausekkeella 51. Kromaattisuuden vaikutus sisältyy kaavaan 56.

Sininen alue *CIELAB*:ssa on erittäin epälineaarinen mitä tulee värisävyn ja kromaattisuuden vuorovaikutukseen [7]. Tätä vuorovaikutusta kompensoidaan kiertofunktiolla R_T , joka sisältää kromaattisuuden GCUSP-funktion R_C ja värisävyriippuvuustermiä $\Delta\theta$. Lopulta *CIEDE2000*-väriero lasketaan lausekkeella 36.

2.4 Spektrierojen perusteet

2.4.1 Metameerisuus

Metameerisuudesta seuraa, että kaksi spektriä, jotka eroavat spektrin näkyvältä osalta toisistaan, tuottavat sopivassa valaistuksessa yhtäläiset tristimulus-väriarvot [8]. Näin heijastusspektreistä syntyvät värihavainnot näyttävät saman värisiltä ja sanotaan, että spektrit

ovat metameeriset.

Matemaattisella määrittelyksellä spektrit ovat metameerisia, kun niillä on samat perusspektrit (fundamental spectra), mutta erilaiset metameeriset mustalle -spektrit (metameric black spectra) [8]. Ja toisin päin, spektrit eivät ole metameerisia, mikäli niillä on samat metameeriset mustalle -spektrit, mutta mahdollisesti erilaiset perusspektrit. Perusspektri β_F lasketaan lausekkeella

$$\beta_F = \mathbf{W}^T * (\mathbf{W} * \mathbf{W}^T)^{-1} * \mathbf{W} * \beta, \quad (58)$$

missä β on heijastusspektri. \mathbf{W} on kerroin, joka riippuu käytetystä valaistuksesta ja havaitsijasta [9]. Tristimulus-arvot voidaan laskea lausekkeella

$$x = \mathbf{W} * \beta. \quad (59)$$

Metameerinen musta on residuaali ja lasketaan lausekkeella

$$\beta_B = \beta - \beta_F. \quad (60)$$

Metameerisuuden määrittelyksestä seuraa, että spektrillä β voi olla metameerinen vastine vain, jos yhtälöryhmällä

$$\mathbf{A} * \beta_x = \beta_F \quad (61)$$

on äärettömän monta ratkaisua, jossa β_x on yhtälöryhmän eräs ratkaisu ja spektrin β eräs metameerinen vastine. Matriisi $\mathbf{A} = \mathbf{W}^T * (\mathbf{W} * \mathbf{W}^T)^{-1} * \mathbf{W}$ ja β_F on saatu lausekkeesta 58. Jotta metameerinen vastine voidaan tuottaa fyysikaalisesti, on sille voimassa kaikille aallonpituuksille λ sääntö [2]

$$0 \leq \beta_x(\lambda) \leq 1. \quad (62)$$

2.4.2 MVSI

Metameerisuus on ongelma tavallisessa 3-kanavakuvantamisessa [10]. 3-ulotteiset värikoordinaatit perustuen tristimulus-väriarvoihin hylkäävät metameerisen komponentin ja ovat syynä ongelmiin [8]. Kun metameerista komponenttia ei oteta huomioon, kaksi epäidenttistä spektriä voivat näyttää samanvärisiltä. Ratkaisuna ongelmiin on MVSI (Multichannel Visible Spectrum Imaging) eli spektrin kuvantaminen, joka käyttää alkuperäisestä kuvasta täydellistä spektristä informaatiota [10]. Olennainen kysymys on eromittarin valinta, jolla uudelleentuotetun kuvan spektriä verrataan alkuperäiseen. Kappaleessa 2.6 esitellään olemassaolevia spektrieromittareita ja kappaleessa 3 esitellään tässä työssä kehitetty spektrieromittari.

2.5 Eromittareista yleisesti

Tässä luvussa tarkastellaan ominaisuuksia, jotka ovat yleisiä kaikille eromittareille riippumatta siitä, minkä eroja niillä mitataan. Jos mitataan eroja A :n, B :n ja C :n välillä, seuraavien ehtojen tulee olla voimassa eromittarille.

$$d(A, B) \geq 0, \tag{63}$$

$$d(A, B) = 0 \rightarrow A = B \tag{64}$$

ja

$$d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C), \tag{65}$$

missä $d(A, B)$ tarkoittaa A :n ja B :n eroa [11]. Ehdosta 63 seuraa, ettei eromittari saa antaa negatiivisia arvoja. Ehdosta 64 seuraa, jos $d(A, B)$ on 0, A ja B :n välillä ei ole eroa, vaan ne ovat yhtäsuuria. Ehdosta 65 seuraa, ettei ero kahden pisteen välillä kolmannen pisteen kautta voi olla pienempi kuin suoraan pisteiden välillä.

2.6 Spektrierojen laskennan aiempi tutkimus

Spektrierojen laskemiseksi on saatavilla useita eri malleja. Eri mittareilla on erilaisia ominaisuuksia, eikä niistä voi suositella mitään käytettäväksi kaikkiin eri tarkoituksiin. Riippuen spektrikäyrän muodosta ja suuruusluokasta, toiset mittarit toimivat paremmin kuin toiset [12]. Imai ym. ovat ryhmitelleet eromittarit neljään eri ryhmään niiden laskentatavan perusteella. Ryhmät ovat CIE värieromittarit, spektrieromittarit, metameeriset indekset ja painotetut spektrieromittarit.

2.6.1 CIE värieromittarit

CIE on kehittänyt värierojen laskemiseen malleja, joiden spektristä laskettua värieroa voidaan jossain määrin käyttää myös spektrien vertailuun [12]. Malleilla ei siis voida laskea varsinaisia spektrieroja. Mallit ovat aikajärjestyksessä $CIELAB\Delta E_{ab}^*$, $CIE94$ ja viimeisimpänä $CIEDE2000$. Mallit on suunniteltu vastaamaan ihmisen silmän näkemää värieroa ja seuraavaan malliin on tehty edelliseen verrattuna joitain korjauksia. Jos näitä mittareita käytetään spektrien vertailuun, spektrit on ensin muunnettava kyseiseen väriavaruuteen, jota värieromalli käyttää. Esim $CIEDE2000$:n tapauksessa spektrit on muunnettava 3-ulotteiseen Lab -avaruuteen. Muunnoksessa menetetään spektristä tietoa ja siksi $CIEDE2000$ ja muut värieromallit antavat huonon korrelaation spektrierolle ja etenkin metameeristen spektrien eron laskemisen tapauksessa. Siksi niitä ei voi käyttää edes todentamaan, vastaako spektrieromittari ihmisen silmän näkemää värieroa.

2.6.2 Spektrieromittarit

Spektrieromittareita ovat RMS [12] (Root mean square error), GFC [12] (a goodness-of-fit coefficient), ED [13] (Euclidean Distance) ja SAM [13] (Spectral Angle Mapper). Ne ovat yksinkertaisia laskea ja mittaavat spektrien fysikaalista ärsykettä, eivätkä tarkastele ihmisen näköjärjestelmää. RMS on yleinen kaava lasketaan lausekkeella

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{\lambda=1}^n \Delta\beta(\lambda)^2}{n}}, \quad (66)$$

missä n on aallonpituuskanavien lukumäärä ja $\Delta\beta(\lambda)$ on spektrien ero aallonpituuskanavassa λ . GFC on J. Hernández-Andrés ym. [14] kehittämä mittari ja lasketaan lausek-

keella

$$GFC = \frac{|\sum_j R_m(\lambda_j)R_e(\lambda_j)|}{\sqrt{[R_m(\lambda_j)]^2}\sqrt{[R_e(\lambda_j)]^2}}, \quad (67)$$

missä $R_m(\lambda_j)$ on mitattu alkuperäinen spektrin arvo aallonpituuskanavalla λ_j ja $R_e(\lambda_j)$ on sen estimaatti. GFC palauttaa arvon välillä 0-1, joka ilmoittaa kuinka täydellisesti spektrit vastaavat toisiaan. Hernández-Andrés ym. on huomannut, että $GFC \geq 0.999$ vaaditaan hyvälle ja $GFC \geq 0.9999$ erinomaiselle vastaavuudelle spektrien välillä [14].

ED on yleinen kaava ja lasketaan lausekkeella

$$ED(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = \|\mathbf{s} - \mathbf{t}\| = \sqrt{\sum_{l=1}^L (s_l - t_l)^2}. \quad (68)$$

SAM käsittelee spektrejä vektoreina ja mittaa niiden välistä kulmaa radiaaneissa [13]. SAM lasketaan lausekkeella

$$SAM(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = \arccos\left(\frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{t}}{\|\mathbf{s}\| \|\mathbf{t}\|}\right). \quad (69)$$

SAM :ia on käytetty aikoinaan spektristen kaukokartoituskuvioiden analysointiin [15]. Ilmakehän vaikutuksesta kuvattavasta kohteesta säteilevä spektri muuttuu matkalla havaitsiin. Havaittavaa spektriä verrataan viitespektriin. SAM :n ominaisuutena on, ettei valaistuksen muutos kasvata spektrin eroa verrattaessa viitespektriin, koska vain vektorin pituus kasvaa, mutta suunta ei muutu.

2.6.3 Metameeriset indeksit

Metameerinen indeksi osoittaa, kuinka hyvin kahden materiaalin spektri vastaa toisiaan erilaisissa valaistusolosuhteissa [12]. Jos spektrit vastaavat toisiaan vertailuolosuhteissa, mutta eivät testiolosuhteissa, ovat materiaalit toisilleen metameerisia. Viggianon menetelmä (M_v) on eräs esimerkki metameerisesta indeksistä ja perustuu värinmittausperusteisiin [16]. Se ottaa huomioon myös ihmisen näköjärjestelmän huomioiden myös painotuksen enemmän tummille kuin kirkkaille spektreille [17]. Siinä lasketaan spektrien eri aallonpi-

tuuksille linearisoidut aproksimaatiot ΔE^* -arvoista kahden spektrin välillä ja summataan yhteen. Spektrit eroavat vain sillä tietyllä aallonpituudella, jolle ΔE^* :ia ollaan laskemassa. Tuloksena on painotettu summa eri aallonpituuksien eroista spektrien välillä. M_v lasketaan lausekkeella

$$M_v = \sum_{\lambda} w(\lambda) * \| \Delta\beta(\lambda) \|, \quad (70)$$

missä $\Delta\beta(\lambda)$ on spektrien ero ja painot $w(\lambda)$ lasketaan lausekkeella

$$w(\lambda) = \sqrt{\left(\frac{dL^*}{\Delta\beta(\lambda)}\right)^2 + \left(\frac{da^*}{\Delta\beta(\lambda)}\right)^2 + \left(\frac{db^*}{\Delta\beta(\lambda)}\right)^2}, \quad (71)$$

missä derivaatat L^* , a^* ja b^* $\beta(\lambda)$:n mukaan lasketaan lausekkeilla

$$\frac{dL^*}{\Delta\beta(\lambda)} = 116 * k * s(\lambda) * \bar{y}(\lambda) * \frac{d}{dY} f\left(\frac{Y}{Y_n}\right), \quad (72)$$

$$\frac{da^*}{\Delta\beta(\lambda)} = 500 * k * s(\lambda) * \left[\bar{x}(\lambda) * \frac{d}{dX} f\left(\frac{X}{X_n}\right) - \bar{y}(\lambda) * \frac{d}{dY} f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) \right] \quad (73)$$

ja

$$\frac{db^*}{\Delta\beta(\lambda)} = 200 * k * s(\lambda) * \left[\bar{y}(\lambda) * \frac{d}{dY} f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) - \bar{z}(\lambda) * \frac{d}{dZ} f\left(\frac{Z}{Z_n}\right) \right], \quad (74)$$

missä (edellä * tarkoittaa kertolaskua)

$$\begin{cases} \frac{d}{dX} f\left(\frac{X}{X_n}\right) = \frac{1}{3X} \left(\frac{X}{X_n}\right)^{\frac{1}{3}} & \frac{X}{X_n} > 0.008856 \\ \frac{d}{dX} f\left(\frac{X}{X_n}\right) = \frac{7.787}{X_n} & \frac{X}{X_n} \leq 0.008856 \end{cases}, \quad (75)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dY} f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) = \frac{1}{3Y} \left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{\frac{1}{3}} & \frac{Y}{Y_n} > 0.008856 \\ \frac{d}{dY} f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) = \frac{7.787}{Y_n} & \frac{Y}{Y_n} \leq 0.008856 \end{cases} \quad (76)$$

ja

$$\begin{cases} \frac{d}{dZ} f\left(\frac{Z}{Z_n}\right) = \frac{1}{3Z} \left(\frac{Z}{Z_n}\right)^{\frac{1}{3}} & \frac{Z}{Z_n} > 0.008856 \\ \frac{d}{dZ} f\left(\frac{Z}{Z_n}\right) = \frac{7.787}{Z_n} & \frac{Z}{Z_n} \leq 0.008856 \end{cases} \quad (77)$$

2.6.4 Muut painotetut *RMS*-mittarit

RMS-mittariin on mahdollista lisätä painotusparametrit, jotka tarkastelevat joitain ominaisuuksia ihmisen näköjärjestelmästä [12]. Painotettu versio *RMS*:stä, *WRMS*, lasketaan lausekkeella

$$WRMS = \sqrt{\frac{\sum_{\lambda=1}^n \left(\sqrt{w(\lambda)} \Delta\beta(\lambda)\right)^2}{n}}, \quad (78)$$

missä $w(\lambda)$ sisältää painot. Muuten *WRMS* lasketaan kuten *RMS*. Yksi tapa painojen määrittämiseen on ottaa viitespektristä käänteisarvot. Perusteena on se, että ihmisen silmä on herkempi väärin erottamaan tummat kuin kirkkaat värierot [12]. Viitespektrien käänteisarvoilla saadaan painotettua enemmän tummia spektrejä kuin kirkkaita. Viitespektrien käänteisarvot aallonpituudella λ lasketaan lausekkeella

$$w_{invR}(\lambda) = \frac{1}{R_m(\lambda)}, \quad (79)$$

missä $R_m(\lambda)$ on mitatun viitespektrin arvo aallonpituudella λ .

Toinen tapa painojen määrittämiseen on ottaa diagonaalialkiot matriisista \mathbf{R} , jonka ratkaisussa käytetään perusspektrin ratkaisussa 58 käytettävää painoa \mathbf{W} , joka riippuu käytetystä valaistuksesta ja havainnoitsijasta. Matriisi \mathbf{R} -menetelmä on Cohenin kehittämä ja perustuu Wyszeckin hypoteesiin, että jokainen ärsyke voidaan esittää hajotelmana, joka koostuu perusärsykkeestä (fundamental stimulus) yhdessä yhtäläisten tristimulus-arvojen ja residuaalin metameeriselle mustalle (metameric black) -spektrin kanssa [12]. Kappaleessa 2.4.1 esitettiin metameerisuuden matemaattinen määritelmä. Matriisi \mathbf{R} lasketaan lausekkeella

$$\mathbf{R} = \mathbf{W} * (\mathbf{W}^T * \mathbf{W})^{-1} * \mathbf{W}^T. \quad (80)$$

WRMS:lle painot saadaan \mathbf{R} :n diagonaalialkioista lausekkeella

$$w_{diagR}(\lambda) = diag(\mathbf{R}). \quad (81)$$

Lausekkeesta 80 seuraa, että painoja $w_{diagR}(\lambda)$ on oma ilmentymä jokaiselle valaistus- ja havainnoitsijayhdistelmälle. \mathbf{R} sisältää ominaisuudet ihmisen silmän tappisolujen herkkyydestä, mutta se ei painota enemmän tummia kuin kirkkaita spektrejä [12]. w_{invR} :llä ominaisuudet taas ovat päinvastoin.

2.6.5 Informaatioteorettinen lähestymistapa mittaamaan spektrien eroavuutta

Chein-I Chang [13] kehitti informatiivisen mittaustavan mittaamaan spektrien eroavuutta, missä spektrit ajatellaan olevan satunnaismuuttujia. *SID* (Spectral Information Divergence) vertaa eroavuutta kahden spektrin välillä mittaamalla todennäköisen eroavuuden spektrien välillä. Se ei huomioi ihmisen näköjärjestelmää. Sen käyttökohde oli alunperin satelliitista ja lentokoneesta otettavien maakuvien analysointi. Johtuen maan ilmakehästä, spektrinen informaatio pikseleissä vaihtelee kuvaamisen aikana. Kuvien analysoimisessa pikseleistä mitattiin myös vaihtelevuutta ja erotuskykyä, mihin oli omat mittarinsa, mutta niitä ei käsitellä tässä työssä.

SID mittaa korrelaation kahden spektrin välillä [13]. Oletetaan että $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_L)$ on toinen spektri ja sen todennäköisyysvektori $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_L)$, missä

$$q_j = \frac{y_j}{\sum_{l=1}^L y_l}. \quad (82)$$

Informaatioteorian mukaan l :n kanavalle määritetään itseisinformaatio (self-information) \mathbf{y} :lle

$$I_l(\mathbf{y}) = -\log q_l. \quad (83)$$

Ja myös spektrille \mathbf{x} lasketaan samat vastaavasti. Lauseketta 83 käytetään laskettaessa \mathbf{y} :n suhteellinen entropia \mathbf{x} :ään ja määritetään lausekkeella

$$D(\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}) = \sum_{l=1}^L p_l * D_l(\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}) = \sum_{l=1}^L p_l (I_l(\mathbf{y}) - I_l(\mathbf{x})) = \sum_{l=1}^L p_l * \log \left(\frac{p_l}{q_l} \right), \quad (84)$$

missä p_l on \mathbf{x} :n todennäköisyysvektori. $D(\mathbf{x} \parallel \mathbf{y})$ tunnetaan myös Kullback-Leibler informaatiomittauksena, suunnattuna eroavuutena ja ristikkäisentropiana [13]. SID voidaan nyt määrittää symmetrisenä hyperspektrimittauksena

$$SID(\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}) = D(\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}) + D(\mathbf{y} \parallel \mathbf{x}), \quad (85)$$

joka mittaa eron spektrien \mathbf{x} ja \mathbf{y} välillä.

3 SPEKTRIEROJEN LASKENTAMALLIT

Värispektrien eron laskemiseksi tässä työssä kehitettiin kaksi mallia. Mallit vaativat raskasta laskentaa. Osa voidaan laskea ennakkoon, tallentaa tietokantaan ja hyödyntää myöhemmin spektrierojen laskemisessa. Mallit käyttävät laskennassa tunnettujen spektrien joukkoa ja niiden välillä ennakkoon laskettuja *CIEDE2000*-värieroja, jotka on laskettu muuntamalla spektrit ensin *Lab*-avaruuteen. Spektrierot tunnettujen spektrien välillä saadaan suoraan niiden välisestä *CIEDE2000*-värierosta. Jotta voidaan laskea spektrieroja vapaasti valittavien spektrien välillä, malleissa muodostetaan uusia spektrejä sekoittamalla kahta tai useampaa tunnettua spektriä. Sekoituksessa annetaan sekoitussuhteet painottamaan eri spektrejä tietyn suuruisilla painoilla. Spektrierojen laskemisessa molemmat mallit muuntavat laskentaparametrejaan annettujen sekoitussuhteiden mukaan siten, että laskettu spektriero vastaa *CIEDE2000*-värieroa. Mitä useampaa spektriä sekoitetaan, sitä vapaammin uusia spektrejä voidaan muodostaa, mutta samalla myös laskentaparametrien määrä kasvaa.

Kehitetyt mallit ovat painotettu Euklidinen eromittari ΔE_p ja *CIEDE2000*-värieroja tunnettujen spektrien välillä interpoloituva malli ΔE_i . ΔE_p on malli, jossa tavalliseen Euklidiseen eromittariin on lisätty painokertoimet painottamaan spektreissä eri aallonpituuksien eroa erisuuruisilla painoilla. ΔE_i -mallissa interpoloimalla saadaan polynomifunktio, joka sisältää ennalta laskettuja *CIEDE2000*-värieroja. Annettujen spektrien sekoitusparametrien avulla saadaan laskettua spektrien ero. ΔE_p -malli toteutettiin vaiheeseen, jossa uusia spektrejä voidaan muodostaa sekoittamalla vain kahta tunnettua spektriä, eikä sillä näin voida laskea täysin vapaiden spektrien eroa. ΔE_i -malli taas toteutettiin lopulliseen vaiheeseensa, jossa uusia spektrejä voidaan muodostaa sekoittamalla rajatonta määrää tunnettuja spektrejä. Käytännössä tässä rajoitutaan kuitenkin spektrien tarkkuuteen eli kuinka monella alkiolla spektri ilmaistaan. Mallia testatessa havaittiin vielä, mitä useampaa spektriä sekoitetaan, sitä enemmän laskentatarkkuus kärsii. Siitä kerrotaan lisää luvussa 4. Painotettu euklidinen etäisyysmittari ΔE_p määritellään luvussa 3.1 ja *CIEDE2000*-värieroja interpoloituva malli ΔE_i määritellään luvussa 3.2.

3.1 Painotettu euklidinen eromittari

Painotettu euklidinen eromittari ΔE_p määritellään kaavalla

$$\Delta E_p(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sqrt{\sum_{i=1}^l w(i)[r_1(i) - r_2(i)]^2} \quad (86)$$

missä vektori \vec{w} sisältää painotusparametrit spektriparin \vec{r}_1 ja \vec{r}_2 komponenteille $r(i)$, joita on l kappaletta. Painotusparametrit ovat erisuuruisia eri spektripareille, johtuen *CIEDE2000*-värieron luonteesta. Painotusparametrit on tarkoitus ratkaista ennakkoon tunnettujen spektrien välillä ja tallentaa tietokantaan, josta ne sitten haetaan, kun lasketaan spektrien eroja. Painotusparametrit ratkaistaan eri spektriparien välillä optimointitehtävänä. Yhtälössä 86 on tarkoitus etsiä sopiva vektori \vec{w} , joka minimoi virheen neliön (SE = Squared Errors). Minimointi toteutetaan polytooppihakumenetelmällä [18]

$$\operatorname{argmin}_{\vec{w}} SE(\vec{w}) \quad (87)$$

missä

$$SE(\vec{w}) = (\Delta E_{00} - \Delta E_p)^2. \quad (88)$$

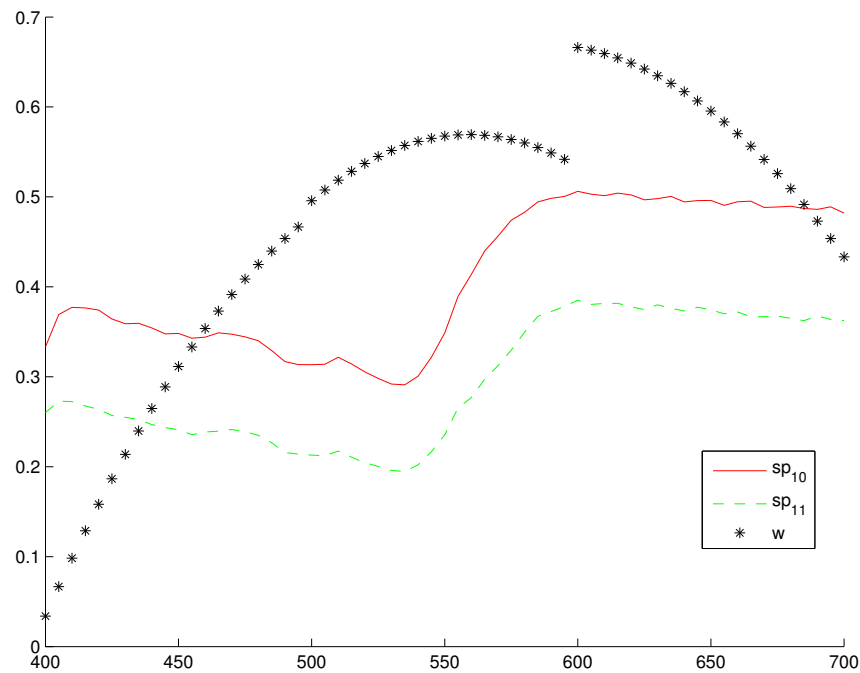
Yhtälössä 88 ΔE_{00} :n laskemiseksi spektrit täytyy muuntaa ensin *Lab*-muotoon ja laskea ero käyttäen *CIEDE2000*-lauseketta [19].

Minimointiprosessi ei säädä suoraan vektoria \vec{w} . Spektrien alkiot jaetaan kolmeen ryhmään ja jokaisessa ryhmässä alkioiden painot saadaan toisen asteen polynomin kuvaajasta. Minimointiprosessi säätää näitä polynomien parametreja. Kolme toisen asteen polynomia sisältää yhteensä yhdeksän parametria, joten minimointiprosessista tulee 9-parametrinen ongelma. Kuvassa 12 on esimerkki kahdesta spektristä ja niiden välille ratkaistusta painotusparametreista. Tunnettujen spektrien ero lasketaan käyttämällä kaavaa 86, joka saa parametrina spektrien lisäksi edellä lasketun vektorin \vec{w} .

Uusia spektrejä sp_3 voidaan muodostaa sekoittamalla kahta spektriä sp_1 ja sp_2 siten, että

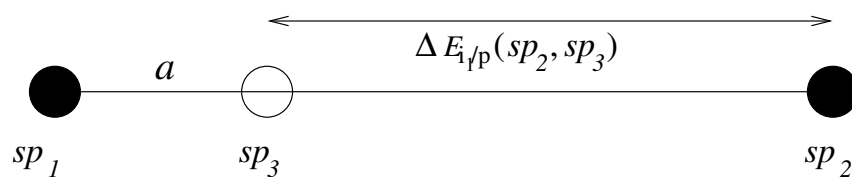
$$sp_3 = (1 - a) * sp_1 + a * sp_2 \quad 0 \leq a \leq 1 \quad (89)$$

missä parametri a :lla annetaan sekoitussuhde. Ero lasketaan spektrien sp_2 ja sp_3 välillä,



Kuva 12. Esimerkki kahdesta spektristä ja niiden välille ratkaistusta painotusparametreista. Painotuskäyrä koostuu kolmesta toisen asteen polynomista (musta). Painotuskäyrän arvot on skaalattu kuvaan kertomalla arvot 0,5:llä. Punainen yhtenäinen ja vihreä katkonainen käyrä esittää spektrejä, jotka on otettu Munsellin kokoelmasta [20] (spektrit 10 ja 11).

käyttäen painotusparametreja tunnettujen spektrien sp_1 ja sp_2 välillä, mutta muunneltui-
na. Spektrien sp_1 , sp_2 ja sp_3 välistä suhdetta havainnollistaa kuva 13.



Kuva 13. Spektrien sp_1 , sp_2 ja sp_3 väliset suhteet. Tunnetut spektrit on ilmaistu mustaksi värjättyllä ympyrällä ja uusi spektri värjäämättömällä ympyrällä. Ero lasketaan spektrien sp_2 ja sp_3 välillä.

Ero voitaisiin laskea myös spektrien sp_1 ja sp_3 välillä, mutta tässä mallissa on valittu tunnetuista spektreistä sp_2 . Spektrien sp_1 ja sp_2 eron laskentaan sopivat painotusparametrit muunnetaan sopiviksi spektrien sp_2 ja sp_3 välille käyttäen yleistä mallia

$$y' = C * \frac{y}{x} \quad (90)$$

tai

$$y' = C_1 * \frac{y - C_2}{x - C_3}. \quad (91)$$

Malleista jälkimmäinen mukautuu joustavammin ja antaa näin tarkempia estimaatteja painotusparametreille. Haittana on kolme parametria, kun ensimmäisessä mallissa on vain yksi parametri. Riippumatta siitä kumpaa mallia käytetään, x :ään sijoitetaan sekoitusparametrin a arvo. Vastaava spektrien sp_2 ja sp_3 välinen euklidinen ero voidaan myös sijoittaa a :n asemesta, koska sillä on lineaarinen suhde sekoitusparametrin a kanssa. y on yksi yhdeksästä painotusparametrusta spektrien sp_2 ja sp_3 eron laskentaan. Kaikki yhdeksän painotusparametria ratkaistaan erikseen. y' on y :n derivaatta. C , C_1 , C_2 ja C_3 ovat ratkaistavia mallin parametreja. Mallin parametreille on voimassa **Teoreema 1**:n säännöt:

Teoreema 1

- Mallin parametrit pysyvät vakiona tietyllä spektriparilla kaikilla a -arvoilla.
- Mallin parametrit ovat erisuuruisia, kun tunnettu spektripari sp_1 ja sp_2 vaihdetaan toiseen.
- Mallin parametrit eroavat toisistaan, mikäli ero lasketaan sp_2 ja sp_3 sijasta sp_1 ja sp_3 välillä.
- Mallin parametrit ovat erisuuruisia yhdeksälle eri painotusparametrille.

Mallin parametrit C tai C_1 , C_2 ja C_3 ratkaistaan optimointitehtävänä jokaiselle yhdeksälle painotusparametrille \vec{w}_i ja talletetaan tietokantaan, jolloin niitä käytetään myöhemmin spektrierojen laskentaan. Myös tähän käytetään polytooppihakua [18]. Minimoitava lauseke on

$$\operatorname{argmin}_C SSE(C) \quad (92)$$

missä

$$SSE(C) = \sum ((v(x) - y(x, C))^2). \quad (93)$$

Lausekkeessa $v(x)$ on tarkat arvot eräästä yhdeksästä painotusparametrissa \vec{w}_i eri a :n arvoilla. Lausekkeessa 89 a saa arvot $a = [0, 1)$. Arvoa $a = 1,0$ ei kannata käyttää, koska siinä tapauksessa $sp_2 = sp_3$ ja painotusparametrit voitaisiin valita mielivaltaisesti. Tämä taas vääristäisi $v(x)$:ää lausekkeessa 93, jos $v(1,0)$ poikkeaisi paljon $v(0,95)$:stä, ja voisi johtaa väriin tuloksiin parametrien C tai C_1 , C_2 ja C_3 osalta. Nämä $v(x)$ -arvot ratkaistaan spektreille sp_2 ja sp_3 edellä määritettynä optimointitehtävänä minimoimalla lauseke 92.

Lausekkeessa 93 ratkaistaan edelleen vastaavat $y(x)$ -arvot eli estimaatit painotusparametreille \vec{w}_i käyttämällä mallia 90 tai 91. Lauseke ratkaistaan käyttämällä Runge-Kutta-menetelmää [21]. Runge-Kutta-menetelmälle annetaan parametreina käytettävä malli 90 tai 91 sisältäen mallin parametrien arvot C tai C_1 , C_2 ja C_3 . Lisäksi annetaan alku- ja loppuarvo x :lle (esim. 0 ja 0,95) ja alkuarvo y :lle, joka on painotusparametrin \vec{w}_i arvo spektrien sp_2 ja sp_3 välillä (sp_3 muodostettu x :n alkuarvolla). Lopuksi neliösumma (SSE = Sum of Squared Errors) voidaan laskea lausekkeen 93 osoittamalla tavalla. Käyrien $v(x)$ ja $y(x, C)$ arvoja voidaan verrata esimerkiksi 0,05:n välein. Tiheä vertailuväli takaa vertailun tarkkuuden, koska arvoja verrataan käyrän jokaisesta osasta. Liian tiheä vertailuväli ei kuitenkaan ole järkevää laskentanopeuden hidastumisen takia. Ratkaisun runko on esitetty Algoritmina 1.

Algoritmi 1: Painotetun euklidisen eromittarin parametrien laskenta.

```

Begin
  Kaikille spektripareille  $sp_1$  ja  $sp_2$ 
    For  $a = [0,1)$ 
      1. Muodostetaan uusi spektri  $sp_3$  sekoittamalla tunnettuja spektrejä  $sp_1$  ja  $sp_2$  lausekkeella 89.
      2. Ratkaistaan oikeat arvot painotusparametreista  $\vec{w}$  spektrien  $sp_2$  ja  $sp_3$  välillä optimointitehtävänä käyttäen lauseketta 87.
    End for
  Kaikille painotusparametreille  $\vec{w}_i$ 
    1. Ratkaistaan mallin parametrit  $C$  tai  $C_1$ ,  $C_2$  ja  $C_3$  optimointitehtävänä käyttäen lauseketta 92.
    2. Talletetaan mallin parametrit tietokantaan.
  End for
End
End

```

3.2 CIEDE2000-värieroja interpoloiva malli

Edellisessä kappaleessa määritelty painotettu euklidinen eromittari ΔE_p tarvitsee ratkaistuksi yhdeksän parametria kahden spektrin eron laskemiseksi. Nyt esitellään yksin-

kertaisempi malli, joka tarvitsee vain yhden parametrin tapauksessa, kun uusi spektri sp_3 muodostetaan lausekkeella 89 ja ero lasketaan spektrien sp_2 ja sp_3 välillä. Tässä *CIEDE2000*-värieroja interpoloivassa mallissa ΔE_i erot lasketaan ennakkoon tunnettujen spektrien välillä ja niitä interpoloidaan uusille spektreille. Mallista esitellään kolme tapausta hyödyntää tunnettuja spektrejä eron laskennassa. Ensimmäisessä tapauksessa käytetään samoja spektrejä kuten edellisessä mallissakin eli uusi spektri muodostetaan käyttäen lauseketta 89. Ero lasketaan spektrien sp_2 ja sp_3 välillä. Toisessa tapauksessa tunnettuja spektrejä on yksi enemmän eli sp_4 edellisten lisäksi. Ero lasketaan spektrien sp_3 ja sp_4 välillä. Kolmannessa tapauksessa määritellään malli, jolla voidaan laskea ero spektrien välillä, jotka on muodostettu sekoittamalla rajatonta määrää tunnettuja spektrejä. Siinä on sovellettu tapausta kaksi.

3.2.1 Malli tapauksessa 1

Tapauksen 1 mallissa ero lasketaan spektrien sp_2 ja sp_3 välillä, jossa sp_3 muodostetaan sekoittamalla kahta tunnettua spektriä sp_1 ja sp_2 kaavalla 89. Spektrien sp_1 , sp_2 ja sp_3 välistä suhdetta havainnollistaa kuva 13. Erolauseke mallinnetaan lausekkeella 94.

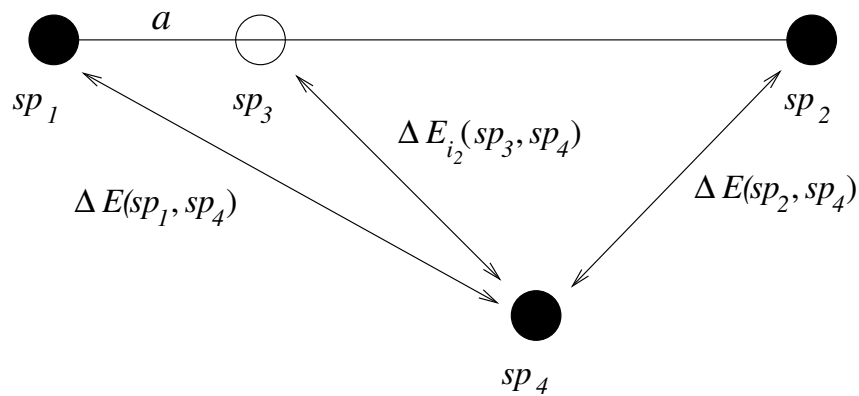
$$\Delta E_{i_1}(sp_2, sp_3) = k_1 * \Delta E(sp_1, sp_2) \quad k_1 = f_1(a) = p_{1_2}a^2 + p_{1_1}a + p_{1_0} \quad (94)$$

Lausekkeessa 94 a :n ja k_1 :n välillä on yhteys. Jos *CIEDE2000*-väriero muuttuisi samassa suhteessa kuin parametri a , niin $k_1 = a$. Mutta testeissä on havaittu ettei yksinkertainen malli ole tarkkuudeltaan riittävä, vaan funktio f_1 on lievästi paraabelinen, joka voidaan kuvata toisen asteen polynomilla. Polynomien parametrit on tarkoitus ratkaista interpoloimalla. Ensin ratkaistaan k_1 -arvot a :n funktiona lausekkeessa 94, jossa $a = [0,1]$. Jotta toisen asteen polynomille voidaan tehdä sovitus, täytyy k_1 ratkaista vähintään kolmella eri a :n arvolla. $\Delta E_{i_1}(sp_2, sp_3)$:n laskennassa sp_3 muodostetaan kaavalla 89 ja tämän jälkeen lasketaan *CIEDE2000*-väriero sp_2 ja sp_3 välillä. Yhtäsuuruusmerkin oikean puolen on oltava yhtäsuuri tämän värieron kanssa kaikilla a :n arvoilla, joka saadaan aikaan etsimällä sopivat arvot paraabelin k_1 parametreille p_{1_i} . Tunnettujen spektrien ero $\Delta E(sp_1, sp_2)$

on vakio. Mallin parametrit p_{1_i} talletetaan tietokantaan. Tämän jälkeen voidaan laskea ero käyttämällä lauseketta 94. Samat teoreemat ovat voimassa mallin parametreille p_{1_i} kuten myös mallin parametreille C tai C_1, C_2 ja C_3 listattuna **Teoreema 1**:ssä kappaleessa 3.1.

3.2.2 Malli tapauksessa 2

Tapauksessa 2 malli eroaa tapauksesta 1 siten, että malliin lisätään yksi tunnettu spektri sp_4 . Ero lasketaan nyt spektrien sp_3 ja sp_4 välillä. sp_3 muodostetaan edelleen lausekkeella 89 sekoittamalla kahta tunnettua spektriä sp_1 ja sp_2 . Spektrien välistä suhdetta havainnollistaa kuva 14.



Kuva 14. Spektrien sp_1, sp_2, sp_3 ja sp_4 väliset suhteet. Tunnetut spektrit on ilmaistu mustaksi värjättyllä ympyrällä ja uusi spektri värjäämättömällä ympyrällä. Ero lasketaan spektrien sp_3 ja sp_4 välillä.

Malli on tässä tapauksessa

$$\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4) = k_2 * \Delta E(sp_2, sp_4) + (1 - k_2) * \Delta E(sp_1, sp_4) \quad (95)$$

$$k_2 = f_2(a) = p_{2_4}a^4 + p_{2_3}a^3 + p_{2_2}a^2 + p_{2_1}a + p_{2_0} \quad (96)$$

jossa k_2 on laajennettu edellisen tapauksen malliin verrattuna neljännen asteen polyno-

miksi omien testiemme havaintojen perusteella. Polynomin parametrien ratkaisussa sovelletaan tapauksessa 1 esitettyä ratkaisutapaa. Nyt lausekkeessa 95 yhtäsuuruusmerkin vasemmalla puolella sp_2 on korvattu sp_4 :lla. Yhtäsuuruusmerkin oikealla puolella tunnettujen spektrien erot $\Delta E(sp_1, sp_4)$ ja $\Delta E(sp_2, sp_4)$ ovat vakioita. Lausekkeessa yhtäsuuruusmerkkien molempien puolien on täsmättävä, joka saadaan ratkaisemalla k_2 :lle sopiva arvo, kun a annetaan. Koska k_2 on neljännen asteen polynomi, on se ratkaistava vähintään viidellä eri arvolla, jotta sen parametrit voidaan ratkaista interpoloimalla. k_2 :n ratkaisussa voidaan käyttää jotain tunnettua yhtälönratkaisumenetelmää. Mallin parametrit p_{2j} talletetaan tietokantaan. Tämän jälkeen voidaan laskea ero käyttämällä lauseketta 95.

3.2.3 Malli tapauksessa 3

Tapauksen 3 mallissa voidaan laskea ero kahdelle spektrille, joista ensimmäinen voidaan valita rajatusta valikoimasta uusia spektrejä ja toinen voidaan valita vapaasti sekoittamalla rajatonta määrää tunnettuja spektrejä. Tapauksen 3 malli rakennetaan askel kerrallaan hyödyntäen tapauksen 2 mallia. Ensimmäinen askel on täydentää tapauksen 2 mallia lisäämällä spektrin sp_4 :n puolelle uusi tunnettu spektri sp_5 ja uusi spektri sp_6 , joka muodostetaan sekoittamalla tunnettuja spektrejä sp_4 ja sp_5 soveltamalla lauseketta 89

$$sp_6 = (1 - b) * sp_4 + b * sp_5 \quad 0 \leq b \leq 1. \quad (97)$$

Kuten tapauksen 2 mallissa laskettiin ero spektrien sp_3 ja sp_4 välillä, voidaan samalla tavalla laskea ero myös spektrien sp_3 ja sp_5 välillä soveltamalla lauseketta 95, jolloin saadaan

$$\Delta E_{i_3}(sp_3, sp_5) = k_3 * \Delta E(sp_2, sp_5) + (1 - k_3) * \Delta E(sp_1, sp_5) \quad (98)$$

missä

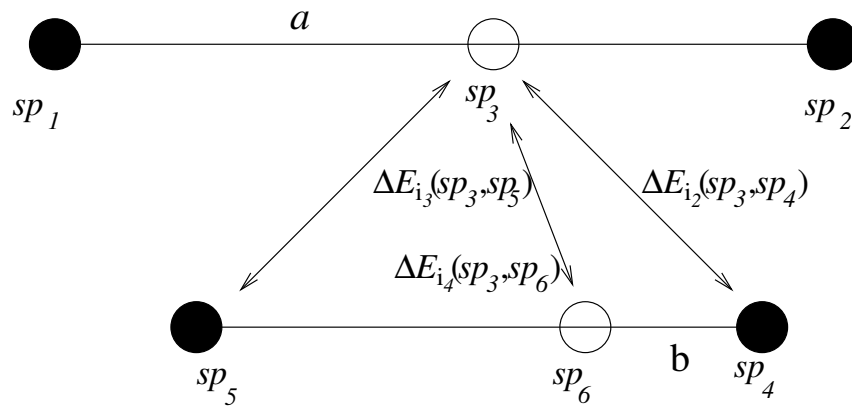
$$k_3 = f_3(a) = p_{34}a^4 + p_{33}a^3 + p_{32}a^2 + p_{31}a + p_{30}. \quad (99)$$

Kun tiedetään erot $\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4)$ ja $\Delta E_{i_3}(sp_3, sp_5)$ eri a :n arvoilla, muodostuu jokaista a :n arvoa kohti erojen joukko spektrien sp_3 , sp_4 ja sp_5 välillä. Sekoittamalla spektrejä sp_4 ja sp_5 lausekkeella 97, muodostuu spektri sp_6 . Kuva 15 havainnollistaa erojen ja spektrien joukkoa. Soveltamalla lauseketta 95, voidaan laskea spektrien sp_3 ja sp_6 ero lausekkeella

$$\Delta E_{i_4}(sp_3, sp_6) = k_4 * \Delta E(sp_3, sp_4) + (1 - k_4) * \Delta E(sp_3, sp_5) \quad (100)$$

missä

$$k_4 = f_4(a, b) = p_{44}b^4 + p_{43}b^3 + p_{42}b^2 + p_{41}b + p_{40}. \quad (101)$$



Kuva 15. Spektrien sp_1 , sp_2 , sp_3 , sp_4 , sp_5 ja sp_6 väliset suhteet. Tunnetut spektrit on ilmaistu mustaksi värjättyllä ympyrällä ja uudet spektrit värjäämättömillä ympyröillä. Ero lasketaan spektrien sp_3 ja sp_6 välillä.

Mallin parametrit p_{4_j} ovat erisuuret eri a :n arvoilla ja ratkaistaan erikseen eri a :n arvoilla. Sen jälkeen voidaan ratkaista parametreille p_{4_j} lauseke $f_{5_j}(a)$ ja sen parametrit p_{5_j} interpoloimalla

$$p_{5_j} = f_{5_j}(a) = p_{5_4}a^4 + p_{5_3}a^3 + p_{5_2}a^2 + p_{5_1}a + p_{5_0}. \quad (102)$$

Nyt malli on laajennettu tapauksen 2 mallista tilanteeseen, jossa voidaan laskea ero kahden spektrin sp_3 ja sp_6 välillä. Spektrit on muodostettu sekoittamalla erikseen kahta tunnettua spektriä. Ratkaisu oli kaksivaiheinen. Ensimmäisessä vaiheessa laskettiin spektrin sp_3 ero niihin kaikkiin spektreihin, joista spektri sp_6 muodostetaan sekoittamalla eli spektreihin sp_4 ja sp_5 . Toisessa vaiheessa muodostettiin mallin parametrit p_{5_j} , jotka muodostetaan käyttäen laskennassa ensimmäisessä vaiheessa lasketuja spektrieroja

$$\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4) \text{ ja } \Delta E_{i_3}(sp_3, sp_5).$$

Tapauksen 3 malli rakennetaan lähtien liikkelle tästä tilanteesta. Malli rakennetaan askel kerrallaan. Jokaisella askeleella malliin lisätään kaksi uutta tunnettua spektriä sp_{s1} ja sp_{s2} , missä s kertoo askeleen. Tämän jälkeen ratkaistaan mallin parametrit ja spektrien erot. Ratkaisu on kaksivaiheinen jokaisella askeleella, kuten ensimmäiselläkin askeleella oli. Ensimmäistä askelta lukuunottamatta myöhemmillä askeleilla käytetään mallin parametrien sovituksessa edellisillä askeleilla laskettuja spektrieroja ja muodostettuja uusia spektrejä sp_p , joten aikaisemmin laskettua ei tarvitse laskea uudestaan. Muita eroja muilla askeleilla verrattuna ensimmäiseen askeleeseen ei ole. Jokaisella askeleella lisätty uusi tunnettu spektri sp_{s1} (ja sp_{s2}) muuttaa rakennetta spektriryhmässään siten, että uusi spektri sp_{n1} (tai sp_{n2}) voidaan muodostaa edellisen askeleen uuden spektrin sp_{p1} (tai sp_{p2}) ja nyt lisätyn uuden tunnetun spektrin sp_{s1} (tai sp_{s2} ryhmässä 2) väliin. Eli uusi tunnettu spektri laajentaa rakennetta siten, että ensimmäisellä askeleella uusi spektri voidaan muodostaa kahden tunnetun spektrin väliin suoralle, toisella askeleella kolmen tunnetun spektrin muodostamalle kolmiopinnalle ja kolmannella askeleella neljän tunnetun spektrin muodostamaan pyramidiavaruuteen jne. Uusi spektri sp_{n1} muodostetaan lausekkeella

$$sp_{n1} = (1 - p_{s1}) * sp_{p1} + p_{s1} * sp_{s1} \quad 0 \leq p_{s1} \leq 1. \quad (103)$$

Vastaavasti uusi spektri sp_{n2} muodostetaan lausekkeella

$$sp_{n2} = (1 - p_{s2}) * sp_{p2} + p_{s2} * sp_{s2} \quad 0 \leq p_s \leq 1. \quad (104)$$

Laajennettaessa tapauksen 3 mallia seuraavalle askeleelle, lasketaan ensimmäisessä vaiheessa $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})$ eli uuden spektrin sp_{n1} ero toisen ryhmän juuri lisättyyn tunnettuun spektriin sp_{s2} ja $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})$ eli alemmilla askeleilla muodostettuihin uusiin spektreihin sp_{p2} . Ensimmäisessä vaiheessa ei ole tarkoitus ratkaista mallin parametreja, jotta mallista tulisi yksinkertaisempi. Seurauksena on myös se ettei ensimmäistä spektriä, jonka eroa lasketaan toiseen spektriin, voi valita vapaasti. Vaan se on eräs spektri sp_{n1} . Toisessa vaiheessa sen sijaan mallin parametrit ratkaistaan aiempien esimerkkien mukaan interpoloimalla. Mallin parametreja ei tarvitse kuitenkaan ratkaista joka askeleella. Vasta viimeisellä askeleella ratkaistuja parametreja tarvitaan. Toisessa vaiheessa lasketaan ero $\Delta E_{i5}(sp_{n1}, sp_{n2})$ ja mallin parametrit ratkaistaan lausekkeesta

$$\Delta E_{i5}(sp_{n1}, sp_{n2}) = k_5 * \Delta E(sp_{n1}, sp_{s2}) + (1 - k_5) * \Delta E(sp_{n1}, sp_{p2}) \quad (105)$$

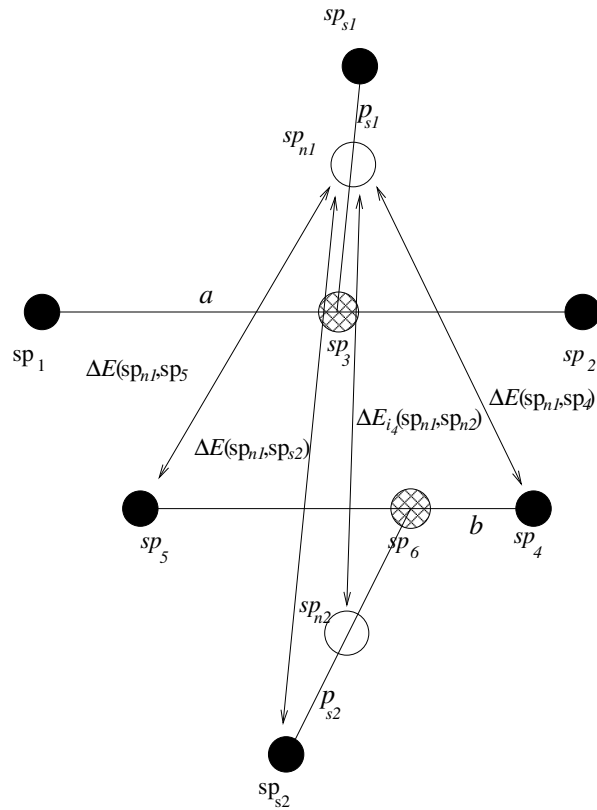
missä

$$k_5 = f_5(p_{s1}, p_{s2}) = p_{64}p_{s2}^4 + p_{63}p_{s2}^3 + p_{62}p_{s2}^2 + p_{61}p_{s2} + p_{60}. \quad (106)$$

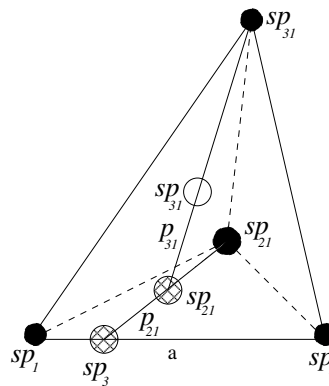
Kuvassa 16 havainnollistetaan spektrien ja erojen joukko toisella askeleella.

Kuvassa 17 havainnollistetaan, miten uusi lisättävä tunnettu spektri sp_{s1} muuttaa spektrijoukon rakennetta ensimmäisessä ryhmässä laajennettaessa toisesta askeleesta kolmanteen.

Askeleita toistetaan riippuen, kuinka monta tunnettua spektriä lisätään, kunnes kaikki tunnetut spektrit on lisätty malliin. Lopputuloksena on joukko mallin parametreja p_{6j} , jotka on kuvattu parametreilla p_{7k} lausekkeessa 107 riippuen ensimmäisen vaiheen sekoitusparametrissa p_{s1} . Mallin parametreja sellaisenaan voidaan käyttää vain laskettaessa spektrien



Kuva 16. Spektrien sp_1 , sp_2 , sp_3 , sp_4 , sp_5 , sp_6 , sp_{n1} , sp_{n2} , sp_{s1} ja sp_{s2} väliset suhteet. Tunnetut spektrit on ilmaistu mustaksi värjättyllä ympyrällä ja uudet spektrit värjäämättömillä ympyröillä. Edellisen askeleen uudet spektrit ilmaistu viivoitetuilla ympyröillä. Ero lasketaan spektrien sp_{n1} ja sp_{n2} välillä.



Kuva 17. Spektrijoukon rakenne kolmannella askeleella ensimmäisessä ryhmässä. Tunnetut spektrit (värjätty ympyrä) muodostavat pyramidirakenteen. Toisen askeleen spektrit ovat pyramidin pohjakolmiossa. Uusi spektri on ilmaistu värjäämättömällä ympyrällä ja toisen askeleen tunnettu spektri on ilmaistu viivoitetuilla ympyrällä. Huomaa että tunnetun spektrin indeksi s on korvattu askeleella, jolloin spektri on lisätty joukkoon. Sama koskee myös uuden spektrin indeksistä n ja alemmalla askeleella muodostetun uuden spektrin indeksistä p .

eroja, joissa uudet spektrit on muodostettu sekoittaen viimeisenä lisättyä tunnettua spektriä sp_{s1} (tai sp_{s2}) ja edellisen askeleen jotain uutta spektriä sp_{p1} (tai sp_{p2}). Jotta voitaisiin laskea spektrien eroja, missä uudet spektrit voidaan muodostaa sekoittamalla mallin kaikkia tunnettuja spektrejä, täytyy mallin parametreja interpoloida alemmille askelille kullakin askeleella. Alemman askeleen parametrit ratkaistaan lausekkeesta

$$pp_{6j} = f_{6j}(p_{s1}, p_{s-12}) = p_{74}p_{s-12}^4 + p_{73}p_{s-12}^3 + p_{72}p_{s-12}^2 + p_{71}p_{s-12} + p_{70}. \quad (107)$$

missä p_{s-12} tarkoittaa alemman askeleen sekoitusparametria. Lauseketta toistetaan kunnes päästään ensimmäiselle askeleelle eli ratkaistua parametrit spektrien sp_4 ja sp_5 väliselle suoralle.

Määritetään nyt tapauksen 3 mallin algoritmi. Malli koostuu tapauksen 2 mallista, joten määritellään ensiksi tapauksen 2 mallin algoritmi funktiona, joka saa parametrina spektrit sp_1 , sp_2 ja sp_4 ja erot $\Delta E(sp_1, sp_4)$ ja $\Delta E(sp_2, sp_4)$. Spektrien väliset suhteet havainnoillistettiin kuvassa 14. Funktio palauttaa $sp_3:n$, $\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4):n$ ja mallin parametrit p_{2j} .

Algoritmi 2: Tapauksen 2 mallin funktio.

```
function (sp3[],  $\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4)$ [],  $p_{2j}$ ) := Mallinparametrit( $sp_1$ ,  $sp_2$ ,  $sp_4$ ,  $\Delta E(sp_1, sp_4)$ ,
 $\Delta E(sp_2, sp_4)$ )

For a = [0, 1]
  1. Muodostetaan uusi spektri  $sp_3$  sekoittamalla tunnettuja spektrejä  $sp_1$  ja  $sp_2$ 
  lausekkeella 89 ja lisätään listaan  $sp_3$  [].
  2. Lasketaan  $\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4)$  Lab-muodossa CIEDE2000-värierona ja lisätään listaan
   $\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4)$  [].
  3. Ratkaistaan  $k_2$  johtamalla lausekkeesta 95.
End for

Ratkaistaan mallin parametrit  $p_{2j}$  lausekkeesta 96 jollain tunnetulla interpolointi-
menetelmällä.

return  $sp_3$  [],  $\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4)$  [],  $p_{2j}$ 

End
```

Funktio palauttaa uudet spektrit sp_3 , spektrierot $\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4)$ ja mallin parametrit p_{2j} . $k_2:n$ ratkaisu johdetaan lausekkeesta 95 lausekkeeksi

$$k_2 = \frac{\Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4) - \Delta E(sp_1, sp_4)}{\Delta E(sp_2, sp_4) - \Delta E(sp_1, sp_4)}, \quad \Delta E(sp_2, sp_4) \neq \Delta E(sp_1, sp_4). \quad (108)$$

Lauseke 108 ei ole voimassa, kun $\Delta E(sp_2, sp_4) = \Delta E(sp_1, sp_4)$.

Tapauksen 3 mallin algoritmossa ensimmäinen askel vaatii hieman erilaisen käsittelyn kuin seuraavat askeleet. Ensimmäinen askel ei käytä edellisellä askeleella laskettuja tietoja, kun taas seuraavat askeleet käyttävät.

Algoritmi 3: Tapauksen 3 malli.

```

Begin
  (sp3[], ΔEi2(sp3, sp4)[]) := Mallinparametrit(sp1, sp2, sp4, ΔE(sp1, sp4),
    ΔE(sp2, sp4))
  (-, ΔEi3(sp3, sp5)[]) := Mallinparametrit(sp1, sp2, sp5, ΔE(sp1, sp5),
    ΔE(sp2, sp5))

  For each sp3[], ΔEi2(sp3, sp4)[], ΔEi3(sp3, sp5)[]
    1. (sp6[], ΔEi4(sp3, sp6)[], p4j) := Mallinparametrit(sp4, sp5, sp3, ΔE(sp3, sp4),
      ΔE(sp3, sp5))
    2. Lisää ΔEi4(sp3, sp6)[] listaan ΔEi4(sp3, sp6)[].
    3. Lisää p4j listaan p4j[].
  End for each

  Ratkaistaan mallin parametrit p5j lausekkeesta 102 jollain tunnetulla interpolointi-
  menetelmällä.

  If askeleita == 1
    Talleta p5j, sp3[], sp6[], ΔEi2(sp3, sp4)[], ΔEi3(sp3, sp5)[] tietokantaan.
    Return
  End If

  n := 1; s := 1
  spn1[] := sp3[]; spn2[] := sp6[]
  ΔE(spn1, sps2)[] := ΔEi2(sp3, sp4)[]
  ΔE(spn1, spp2)[] := ΔEi3(sp3, sp5)[]
  For askel = 2 to askeleita
    n := askel; s := askel; p := askel
    spp1[][] := spp-1[][]
    spp2[][] := spp-1[][]
    Lisää spn-1[][] listaan spp1[][].
    Lisää spn-1[][] listaan spp2[][].
    ΔE(spp1, sps2)[][] := ΔE(spp-1, sps-12)[][]
    ΔE(spp1, spp2)[][] := ΔE(spp-1, spp-12)[][]
    Lisää ΔE(spn-1, sps-12)[][] listaan ΔE(spp1, sps2)[][].
    Lisää ΔE(spn-1, spn-12)[][] listaan ΔE(spp1, spp2)[][].
    For each spp1, ΔE(spp1, sps2)
      (spn1[], ΔE(spn1, sps2)[]) := Mallinparametrit(spp1, sps1, sps2, ΔE(spp1, sps2),
        ΔE(sps1, sps2))
      Lisää spn1[] listaan spn1[][].

```

```

Lisää  $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})[]$  listaan  $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})[][]$ .
For each  $sp_{p2}, \Delta E(sp_{p1}, sp_{p2})$ 
  ( $-, \Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[]$ ) := Mallinparametrit( $sp_{p1}, sp_{s1}, sp_{p2},$ 
   $\Delta E(sp_{p1}, sp_{p2}), \Delta E(sp_{s1}, sp_{p2})$ )
   $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[]$  listaan  $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[][]$ .
End For
End For
 $p_{6_j}[] := \emptyset$ 
For each  $sp_{n1}, \Delta E(sp_{n1}, sp_{p2}), \Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})$ 
  ( $sp_{n2}[], \Delta E_{i_5}(sp_{n1}, sp_{n2})[], p_{6_j}$ ) := Mallinparametrit( $sp_{s2}, sp_{p2}, sp_{n1},$ 
   $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2}), \Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})$ )
  Lisää  $\Delta E_{i_5}(sp_{n1}, sp_{n2})[]$  listaan  $\Delta E_{i_5}(sp_{n1}, sp_{n2})[][]$ .
  Lisää  $p_{6_j}$  listaan  $p_{6_j}[]$ .
End For
End for
 $n :=$  askeleita
For askel = askeleita to 2 step -1
   $s :=$  askeleita
   $p_{7_k}[] := \emptyset$ 
  For each  $sp_{n1}$ 
    For each  $p_{s-12}$ 
      For each  $j$  in  $p_{6_j}[]$ 
        Ratkaise mallin parametrit  $p_{7_k}$  lausekkeesta 107 jollain tunnetulla
        interpolointimenetelmällä.
        Lisää  $p_{7_k}$  listaan  $p_{7_k}[]$ .
      End For
    End For
  End For
   $p_{6_j}[] := p_{7_k}[]$ 
End For
Talleta  $p_{7_k}[], sp_{n1}[], sp_{n2}[], \Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})[], \Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[]$  tietokantaan.
End

```

Algoritmi tuottaa tuloksena mallin parametrit $p_{7_k}[]$, uudet spektrit $sp_{n1}[][]$ ja $sp_{n2}[][]$, sekä ensimmäisessä vaiheessa lasketut spektrierot $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})[][]$ ja $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[][]$. Kyseisten spektrierojen ja mallin parametrien ansiosta voidaan laskea spektrierot uusien spektrien sp_{n1} ja sp_{n2} välillä. Mikäli laskenta keskeytetään ensimmäisen askeleen jälkeen, vastaavat lasketut tiedot ovat $p_{5_j}[], sp_3[], sp_6[], \Delta E_{i_2}(sp_3, sp_4)[]$ ja $\Delta E_{i_3}(sp_3, sp_5)[]$.

3.2.4 Laskennan kompleksisuus

Tapauksen 2 ja 3 mallin algoritmeissa suoritetaan yhtälön ratkaisua ja interpolointia. Yhtälö ratkaistaan tarkasti lausekkeella 108. Interpolointiin voidaan käyttää Lagrangen interpolointia.

Interpoloinnissa tarkoituksena on löytää n -asteinen polynomi $P(x)$ siten, että $P(x_i) = y_i, i = 0, 1, \dots, n$ [22]. Yleinen muoto yhtälölle on

$$P(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k)L_k(x) \quad (109)$$

missä

$$L_k(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{k-1})(x - x_{k+1})\dots(x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1)\dots(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\dots(x_k - x_n)} \quad (110)$$

missä

$$L_k(x_k) = 1, L_k(x_i) = 0, i \neq k. \quad (111)$$

Lagrangen interpoloinnin algoritmin kompleksisuus voidaan määrittää tarkasti. Summalauseke 109 suoritetaan $n + 1$ kertaa ja lausekkeessa 109 on (...) -elementtejä n kappaletta. Vaikka kompleksisuus voidaan määrittää tarkasti, niin todetaan kuitenkin vain, että kompleksisuus on suuruusluokkaa $O(n^2)$.

Tapauksen 2 mallin funktiossa n -asteiselle polynomille on ratkaistava k_2 -parametri $n + 1$ kertaa. Todetaan vain, että yhtälön ratkaisun kompleksisuus on suuruusluokkaa $O(n)$. Lisäksi muodostetaan myös sp_3 lausekkeella 89. Jos spektreissä sp_1 ja sp_2 on komponentteja l kappaletta, yhden spektrin muodostamisen kompleksisuus on suuruusluokkaa $O(l)$. Tämän jälkeen sp_3 täytyy muuntaa Lab -muotoon ja laskea $CIEDE2000$ -väriero sp_4 :n kanssa. Muunnoksessa suoritetaan 3 kappaletta sisätuloja spektrin kanssa, joten kompleksisuus on suuruusluokkaa $O(l)$. $CIEDE2000$ -värieron laskemisen kompleksisuus on myös suuruusluokkaa $O(l)$. For-silmukkaa suoritetaan $n + 1$ askelta, josta vakio 1 voidaan jättää pois. Näin for-silmukan kompleksisuudeksi saadaan suuruusluokkaa $O(n * l)$. Tähän lisätään vielä Lagrangen interpoloinnin kompleksisuus, niin tapauksen 2 mallin funktion kompleksisuudeksi saadaan suuruusluokka $O(n^2 + n * l)$.

Määritetään nyt tapauksen 3 mallin algoritmin kompleksisuus. Algoritmissa on ensimmäiselle askeleelle ja muille askeleille erilliset käsittelyt. Ensimmäisellä askeleella suoritetaan tapauksen 2 mallin funktio $2 + n + 1 = n + 3$ kertaa ja Lagrangen interpolointi yhden kerran, joten kompleksisuus lasketaan lausekkeesta $(n + 3) * (n^2 + n * l) + n^2 = n^3 + n^2 * l + 4n^2 + 3 * n * l = n^3 + (l + 4)n^2 + 3n * l$. Voidaan sanoa, että ensimmäisen askeleen kompleksisuus on suuruusluokkaa $O(n^3 + n^2 * l)$. Seuraaville askeleille suoritetaan lisäksi kaksi sisäkkäisistä for-silmukoista koostuvaa for-silmukkaa l kertaa. Ensimmäisessä for-silmukassa on for-silmukka, jota suoritetaan viimeisellä askeleella $(n + 1)^{l-1}$. For-silmukka sisältää kutsun tapauksen mallin funktioon ja sisäkkäisen for-silmukan, jota suoritetaan viimeisellä askeleella $(n + 1)^{2l-2}$ kertaa. Myös tämä for-silmukka sisältää kutsun tapauksen 2 mallin funktioon. Sisemmän for-silmukan kompleksisuus määritetään lausekkeella $(n+1)^{2l-2} * (n^2 + nl)$. Tästä saadaan merkitsivimmäksi termiksi $n^{2l} * l$. Uloimman for-silmukan kompleksisuus määritetään lausekkeesta $(n + 1)^{l-1} * (n^2 + nl) + n^{2l}$ ja merkitsevin termi on sama $n^{2l} * l$. Tämän for-silmukan perässä on vielä for-silmukka, jota suoritetaan $(n + 1)^l$ kertaa. Tämän kompleksisuus $n^l l$ on pienempi kuin aiemman, joten uloimman for-silmukan, jota suoritetaan l -kertaa, kompleksisuudeksi saadaan n^{2l} . Tämän perässä on toinen l -kertaa suoritettava for-silmukka. Tämän sisässä on kolme sisäkkäistä for-silmukkaa, joita suoritetaan viimeisellä askeleella järjestyksessä uloimmasta sisimpään $(n + 1)^{l+1}$, $(n + 1)^{l-1}$ ja $(n + 1)^{l+1}$. Sisimmässä for-silmukassa suoritetaan interpolointi, jonka kompleksisuus on n^2 . Tämän koko for-silmukkaryhmän kompleksisuus määritetään lausekkeella $(n + 1)^{l+1} * (n + 1)^{l-1} * (n + 1)^{l+1} * n^2$ ja merkitsivimmäksi termiksi saadaan n^{2l} . Kun uloimpien for-silmukoiden kompleksisuudet summataan yhteen, saadaan kompleksisuudeksi suuruusluokkaa $O(n^{2l} l + n^{2l})$. Eli tapauksen 3 mallille saadaan kompleksisuudeksi suuruusluokkaa $O(n^{2l} l + n^{2l} + n^3 + n^2 * l)$, kun askeleita suoritetaan vähintään kaksi kappaletta.

4 KOKEELLINEN OSUUS

Kokeellisessa osuudessa toteutetaan järjestelmä, joka sisältää resurssit spektrierojen laskemiseksi ΔE_i -mallin tapauksen 3 mukaan. Lopuksi valmista järjestelmää testataan ja osoitetaan järjestelmän tehokkuus ja laatu. Järjestelmä sisältää algoritmit laskentaparametrien muodostamiseksi ja spektrierojen laskemiseksi, tietokannan ennalta lasketun datan tallennukseen ja kokoelman tunnettuja spektrejä. Laskentaparametrien laskenta on toteutettu hajautettuna hyödyntäen useita Unix-koneita.

4.1 Toteutus

Järjestelmä toteutettiin Matlab-ympäristössä ja se on kaksiosainen. Ensimmäinen osa laskee laskentaparametrit, jotka tallennetaan tietokantaan. Toinen osa laskee spektrien eroja käyttäen laskennassa tietokantaan tallennettuja laskentaparametreja.

4.1.1 Laskentaparametrien laskeminen

Järjestelmän ensimmäisessä osassa on toteutettu tapauksen 3 malli algoritmin 3 mukaan. Omien havaintojemme mukaan kappaleessa 4.2.2 tunnettujen spektrien asetelma algoritmilla 3 vaikuttaa spektrierojen laskentatarkkuuteen. Eli toisin sanoen sillä on merkitystä millä askeleella mikäkin tunnettu spektri lisätään asetelmaan sp_{s1} :ksi ja sp_{s2} :ksi. Järjestyksen vaihtaminen voi poistaa mahdollisen kielletyn tilanteen lausekkeessa 108, mikä vaikuttaa virheen suuruuteen. Tämän vuoksi algoritmi 3 toteutettiin muunneltuna siten, että se testaa laskentatarkkuuden jokaisen askeleen jälkeen ja tarpeen vaatiessa muuttaa tunnettujen spektrien järjestystä, mikäli tarkkuus ei riitä. Yksi mahdollisuus on suorittaa algoritmi 3 sellaisenaan suorittaen kaikki askeleet ja vasta lopuksi testataan laskentatarkkuus ja tarpeen vaatiessa suoritetaan algoritmi 3 uudestaan muuttaen ensin tunnettujen spektrien järjestystä. Järjestelmän tarkkuudeksi valittiin $SE < 0,01$, jota muodostettavien spektrien eron virhe ei saa ylittää. Näin pieniä värieroja ihminen ei erota. Spektrien erojen virheet lasketaan vastaavasti, kuten lausekkeessa 88, jossa ΔE_p korvataan ΔE_i :llä.

Järjestelmää testatessa havaittiin, että spektrien eron virhe kasvaa askel askeleelta. Jos askeleita suoritetaan liian monta, spektrien eron virhe kasvaa liian suureksi. Syynä on ainakin se, että lausekkeessa 108 kielletyn tilanteen todennäköisyys kasvaa, kun spektrien määrä mallissa kasvaa. Toisaalta suurempi tunnettujen spektrien joukon koko mahdollistaa uusien spektrien monipuolisemman sekoittamisen tunnetuista spektreistä. Tämän vuoksi on tehty kompromissi tunnettujen spektrien määrässä ja päätetty muodostaa tunnetuista spektreistä useita kuuden spektrin joukkoja, koska suuremmat joukot aiheuttaisivat spektrierojen laskentatarkkuuden heikkenevän liian huonoksi. Kuuden tunnetun spektrin joukoista muodostetaan pareja ja laskentaparametrit muodostetaan järjestelmän ensimmäisessä osassa jokaiselle parijoukolle. Kun molemmissa tunnettujen spektrien ryhmissä on kuusi spektriä, askeleita suoritetaan viisi kappaletta jokaista tunnettujen spektrien parijoukkoa kohti.

Kutsutaan spektrejä, joiden eroja ollaan laskemassa, spektreiksi sp_a ja sp_b . Askeleiden määrä ratkaisee, kuinka monesta tunnetuista spektreistä spektrit sp_a ja sp_b johdetaan sekoittamalla. Spektrit sp_a ja sp_b sekoitetaan yhtä monesta spektristä kuin on askeleita lisättyä yhdellä. Koska sekoitettavia spektrejä on vähemmän kuin spektrien dimensio, on edullista redusoida spektrit alempaan dimensioon sekoitussuhteiden ratkaisua varten. Tämä toteutetaan käytännössä virheettömästi matriisin pääkomponenttianalyysillä [23]. Tunnetut spektrit kootaan matriisiksi m . Matriisin m arvoista lasketaan keskiarvo kam . Pääkomponenttianalyysi suoritetaan matriisille $m - kam$. Pääkomponenttianalyysi tuottaa pääkomponentit matriisiin M ja niiden kertoimet eli redusoidut spektrit matriisiin Img .

Tunnetuista spektreistä muodostetaan joukkoja, joissa on spektrejä yksi enemmän kuin on askeleita. Sama spektri voi olla yhdessä tai useammassa joukossa. Spektrijoukot muodostetaan Delaunay-kolmioinnilla [24]. Delaunay-kolmiointi suoritetaan Matlab:n delaunayn-funktiolla. Se saa parametrina Img -matriisin ja palauttaa tri -matriisin, joka sisältää eri joukkojen spektrien indeksit. Eri spektrijoukoille lasketaan laskentaparametrit tapauksen 3 mallin algoritmin 3 mukaan. Laskennassa käytetään spektrien alkuperäistä täydellistä dimensiota.

4.1.2 Spektrierojen laskeminen

Järjestelmän toisessa osassa lasketaan spektrieroja käyttämällä järjestelmän ensimmäisen osan laskentaparametreja. Laskenta alkaa ratkaisemalla annettujen spektrien sekoitussuhteet järjestelmän tunnettuihin spektreihin. Sekoitussuhteet ratkaistaan barysentrisinä koordinaatteina [25]. Ennen sekoitussuhteiden ratkaisua spektrit sp_a ja sp_b redusoidaan alempaan dimensioon vähentämällä ensin keskiarvo kam ja kertomalla tulokset matriisilla M . Spektrille sp_a operatiot tehdään lausekkeella $M * (sp_a - kam)$ ja vastaava tehdään myös spektrille sp_b . Barysentriset koordinaatit ratkaistaan redusoiduille spektreille Matlab:n `tsearchn`-funktioilla, joka saa lisäparametreina `Img`- ja `tri`-matriisit. Funktio palauttaa barysentristen koordinaattien p lisäksi arvon t , joka kertoo, minkä tunnettujen spektrien joukon mukaan spektrien sp_a ja sp_b barysentriset koordinaatit on ratkaistu. Mikäli tehtävä on mahdoton, ei barysentrisiä koordinaatteja voida ratkaista. Tällöin spektrit sp_a ja/tai sp_b eivät kuulu mihinkään avaruuteen, joiden kärkipisteinä ovat tunnettujen spektrien eräs joukko. Jos tehtävä ei ole mahdoton, omien kokemustemme mukaan barysentriset koordinaatit saadaan ratkaistua tällä tavalla käytännössä virheettömästi, eikä siten aiheuta spektrierojen laskentaan virhettä.

Mikäli barysentriset koordinaatit saadaan ratkaistua, jonkin tunnettujen spektrien joukon mukaan, suoritus etenee kohti vastaavien parametrien ratkaisemiseksi, kuten on lausekkeessa 105 ja kuvassa 16. Kun tarvittavat parametrit on ratkaistu, spektrien sp_a ja sp_b lasketaan lausekkeella

$$\Delta E_{i_5}(sp_a, sp_b) = k_5 * \Delta E(sp_a, sp_{s_2}) + (1 - k_5) * \Delta E(sp_a, sp_c). \quad (112)$$

Lausekkeessa 112 sp_a on jokin spektri sp_{n_1} eli järjestelmän ensimmäisessä osassa ensimmäiseen ryhmään lisätty uusi spektri. Sen sijaan sp_b voidaan valita vapaasti sekoittamalla toisen ryhmän tunnettuja spektrejä. sp_{s_2} on sama spektri kuin lausekkeessa 105 eli viimeisellä askeleella malliin lisätty tunnettu spektri. sp_c on spektri, joka on toinen spektrin sp_{s_2} lisäksi, joiden väliin sp_b muodostetaan sekoittamalla näitä kahta spektriä. Spektrin sp_c paikka riippuukin spektrin sp_b muista sekoitusparametreista viimeistä pa-

rametria lukuunottamatta eli sp_{s2} :n osuus ei vaikuta sekoitukseen. Spektrien sp_c ja sp_{p2} välillä ei ole muuta eroa kuin sekoitusparametrien arvot. sp_{p2} on lisäty malliin askeltaen sekoitusparametreja tietynsuuruksilla askelpituuksilla, kun taas sp_c voi olla vaikka kahden eri sp_{p2} -spektrin välissä. Parametrit k_5 , $\Delta E(sp_a, sp_{s2})$ ja $\Delta E(sp_a, sp_c)$ ratkaistaan tietokannassa olevista parametrien arvoista spektrien sp_a ja sp_b sekoitusparametrien mukaan.

Mallin sisällä ei käytetä barysentrisiä koordinaatteja sellaisenaan, vaan ne muutetaan toisenlaiseen esitystapaan. Mallin rakenne spektrien osalta on määritelty lausekkeilla 103 ja 104. Lausekkeista seuraa, että malliin lisättävät spektrit sp_{n1} ja sp_{n2} muodostavat malliin jonoja ja samaan jonoon kuuluvien spektrien mallin sisäisistä sekoitusparametreista ainoastaan yhden tason parametri muuttuu eri spektrien välillä. Muiden tasojen sekoitusparametrit vaikuttavat lausekkeessa 103 ainoastaan spektriin sp_{p1} , joka on saman jonon spektreille yhteinen kahdesta spektristä, joista jonon spektrit on sekoitettu. Tarkastellaan esimerkkinä kuvaa 16, jossa on esimerkkinä kahden askeleen malli. Mallissa sp_{n1} :n paikan määrittämiseen tarvitaan ainoastaan kaksi kappaletta mallin sisäisiä sekoitusparametreja. Ensimmäinen parametri määrittää sp_3 :n paikan sp_1 :n ja sp_2 :n välissä ja toinen parametri määrittää sp_{n1} :n paikan sp_3 :n ja sp_{s1} :n välissä. Barysentrisiä koordinaatteja taas sp_{n1} :lle on kahden askeleen mallissa kolme kappaletta eli yksi enemmän.

Barysentriset koordinaatit muunnetaan mallin sisäisiksi sekoitusparametreiksi jakamalla jokainen parametri niinsanotulla suhdeluvulla, joka on ensimmäiselle parametrille arvoltaan 1. Muuntaminen alkaa barysentrisestä koordinaatista, joka määrää viimeisenä malliin lisätyn tunnetun spektrin osuuden sekoituksesta. Suhdeluvun arvo on sille 1, joten myös mallin sisäinen sekoitusparametri on yhtä suuri kuin barysentrisen koordinaatti. Jokaisen muunnoksen jälkeen suhdeluvusta vähennetään juuri muunnetun barysentrisen koordinaatin arvo ja uutta suhdelukua käytetään jakajana seuraavalle barysentriselle koordinaatille. Muunnos tehdään tällä tavalla yhtä lukuunottamatta kaikille barysentrisille koordinaateille. Mallissa on päätetty, että ns. ylimääräinen koordinaatti on spektrien sp_2 ja sp_5 barysentrisen koordinaatti, joista ensimmäinen kuuluu ryhmään yksi ja toinen ryhmään kaksi.

Kun mallin sisäiset sekoitusparametrit on saatu ratkaistua spektreille sp_a ja sp_b , lasken-

ta etenee kohti tarvittavien parametrien ratkaisemiseksi lausekkeeseen 112. Tarvittavat parametrit löytyvät mallin parametreista $p_{7_k}[]$ sekä spektrieroista $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})[][]$ ja $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[][]$. Ensimmäinen vaihe on poimia edellisistä listoista spektriä sp_a vastavalle sp_{n1} :lle kuuluvat laskentaparametrit $p_{7_k}[]$ ja spektrierot $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[]$, joita lähdetään sitten työstämään sp_b :n sekoitusparametrien mukaan. Spektrierolle $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})$ ei tarvitse tehdä mitään, vaan sitä käytetään suoraan laskennassa. Parametrit $p_{7_k}[]$ on interpoloitu mallin parametreista p_{6_j} tapauksen 3 malli algoritmin 3 lopussa olevan rakenteen mukaan. Nyt rakennetta tulisi suorittaa käänteisesti askel kerrallaan ja purkaa joka askeleella tarvittavat seuraavan tason parametrit, kunnes puretut parametrit ovat mallin parametreja p_{6_j} ja vielä viimeiseksi niistä lasketaan parametri k_5 . Sekoitusparametrien arvot määräävät k_5 :n arvon. Spektrieroista $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[]$ poimitaan sp_c :lle kuuluva spektriero $\Delta E(sp_a, sp_c)$, mikäli sp_c vastaa täsmälleen jotain spektriä sp_{p2} . Mikäli sp_c ei vastaa täsmälleen jotain spektriä sp_{p2} , lasketaan $\Delta E(sp_a, sp_c)$ painotettuna keskiarvona seuraavasti. Joka askeleella etsitään kaksi spektriä sp_{p2} , joiden väliin sp_c :n kyseisen askeleen sekoitusparametri osuu. Kyseisellä askeleella ero lasketaan painotettuna keskiarvona riippuen sekoitusparametrin läheisyydestä kyseisiin spektreihin. Saatua eroa käytetään laskennassa seuraavalla askeleella ja tarvittaessa ero lasketaan taas painotettuna keskiarvona, mikäli sekoitusparametrin arvo ei vastaa mitään spektriä sp_{p2} kyseisellä askeleella. Lopuksi spektriero lasketaan lausekkeella 112.

4.1.3 Data

Järjestelmässä käytetään tunnettuina spektreinä Munsellin spektrejä, joita on 1269 kappaletta [20]. Spektrit on mitattu spektrofotometrillä. Tunnetuista spektreistä on laskettu vastaavat *Lab*-arvot käyttäen valaistuksena D65:tä ja laskettu *CIEDE2000*-värierot kaikkien tunnettujen spektrien välillä. Järjestelmän ensimmäinen osa ottaa syötteenä vastaan tunnetut spektrit, niistä muunnetut *Lab*-arvot ja niiden välillä lasketut *CIEDE2000*-värierot. Järjestelmän ensimmäinen osa tuottaa laskentaparametrit $p_{7_k}[]$, muodostetut uudet spektrit $sp_{n1}[], sp_{n2}[], sp_{p1}[]$ ja $sp_{p2}[]$ sekä erojoukon $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})[][]$ ja $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[][]$. $p_{7_k}[]$:a, $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})[][]$:a ja $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[][]$:a käytetään järjestelmän toisessa osas-

sa spektrierojen laskennassa. $sp_{n1}[]$:a, $sp_{n2}[]$:a, $sp_{p1}[]$:a ja $sp_{p2}[]$:a käytetään järjestelmän ensimmäisessä osassa, mikäli tunnettujen spektrien joukkoon päätetään lisätä jälkeensä spektrejä ja siten muodostaa lisää uusia spektrejä. Spektrieroja laskettaessa otetaan erot kaavaan 112 erojoukoista $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})[][]$ ja $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[][]$, molemmista yksi ero. Kaavassa parametri k_5 saadaan ratkaistua laskentaparametreista p_{7k} ratkaisemalla p_{6j} suorittamalla kaavaa 107 askeleiden määrästä riippuen niin monta kertaa, kunnes pp_{6j} on sama kuin p_{6j} . Ja edelleen parametreista p_{6j} lasketaan parametri k_5 kaavalla 106.

4.1.4 Tietokanta

Kaikki luvussa 4.1.3 esitelty data tallennetaan tietokantaan. Tietokannasta tulee saada noudettua järjestelmän ensimmäistä osaa varten tunnettujen spektrien järjestysnumeroa vastaavan spektrin arvot, vastaavat *Lab*-arvot ja kahden tunnetun spektrin järjestysnumeroja vastaavat *CIEDE2000*-värierot. Kuitenkin jokaista spektriparia kohti luonnollisesti on vain yksi *CIEDE2000*-värierot. $sp_{n1}[]$, $sp_{n2}[]$, $sp_{p1}[]$ ja $sp_{p2}[]$ tallennetaan siten, että spektrit voidaan palauttaa annettavien sekoitusparametrien mukaan.

Järjestelmän toisessa osassa spektrien eroja lasketaan siten, että ensimmäinen spektri voidaan valita joukosta $sp_{n1}[]$ tai $sp_{p1}[]$ ja toinen spektri sekoittamalla toisen ryhmän tunnettuja spektrejä. Riippuen siitä, mikä spektri ensimmäisestä ryhmästä valitaan, täytyy tietokannasta voida palauttaa spektriä vastaavat laskentaparametrit p_{7k} joukosta $p_{7k}[]$ ja vastaava ero $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})$ joukosta $\Delta E(sp_{n1}, sp_{s2})[][]$. Lisäksi täytyy pystyä palauttamaan ero $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})$ joukosta $\Delta E(sp_{n1}, sp_{p2})[][]$, jonka valintaan vaikuttaa valittu ensimmäisen ryhmän spektri ja toisen ryhmän sekoitusparametrijoukko $p_{p2}[]$, joka määrittää alemman tason uuden spektrin sp_{p2} käytettäväksi spektrieron laskennassa.

4.1.5 Hajautus

Järjestelmän ensimmäinen osa toteutettiin siten, että laskenta voidaan hajauttaa usealle Unix-koneelle. Unix-ympäristö valittiin siksi, koska laskennan käynnistäminen usealla koneella voidaan käynnistää yhdellä Unix-skriptillä, joka ottaa yhteyden koneille ja

käynnistää siellä Matlab-skriptin eräajona. Laskennassa käytetään kolmen tyyppisiä prosesseja. Pääprosessi johtaa laskentaa. Se alustaa tiedon jakamiseen käytettävät tiedostot, lataa ja tallentaa kaiken datan tietokantaan, huolehtii tunnettujen spektrien järjestyksen hallinnasta laskennassa, jakaa tarvittavan datan muille prosesseille ja hallitsee laskennan eri vaiheita. Laskentaprosesseja on useita kappaleita ja ne suorittavat varsinaisen laskennan. Laskentaprosessit tuottavat laskettua dataa pieninä palasina, jotka kootaan tietojen koontiprosessissa yhdeksi kokonaisuudeksi ja välitetään edelleen pääprosessille.

Laskentaa suoritetaan askel kerrallaan ja laskenta on jaettu kuuteen eri vaiheeseen, joissa seuraava vaihe käyttää aina edellisessä vaiheessa laskettua dataa. Laskennan osiin jako täytyy tehdä, koska eri vaiheissa tarvitaan edellisestä vaiheesta kokonaan lasketut tiedot. Ensimmäisessä vaiheessa lasketaan algoritmin 2 for-silmukka eli ratkaistaan k -parametrit. Toisessa ja kolmannessa vaiheessa lasketaan k -parametreista interpoloimalla p -parametrit. Kolmannessa vaiheessa lasketaan viimeinen askel ja ensimmäiset askeleet lasketaan toisessa vaiheessa. Vaiheissa 4-6 lasketaan vaiheet 1-3 käänteisesti ja vaiheessa 6 on lopputuloksena laskettu spektrieroille estimaatit, joita verrataan oikeisiin arvoihin ja lasketaan virhe.

Laskentaa synkronoidaan ja vaiheistetaan tilatiedostoilla, jotka sijaitsevat verkkolevyllä. Kaikki laskentadata välitetään myös tiedostojen kautta. Tilatiedostot ovat binääritiedostoja, jotka mahdollistavat sekä kirjoittamisen että lukemisen mistä kohdasta tiedostoa tahansa. Datatiedostot ovat Matlabin .mat-datatiedostoja, joihin muuttujia tallennetaan save-funktiolla ja luetaan load-funktiolla. Jokaisella laskentaprosessilla on oma data- ja tilatiedosto, joita käsittelee laskentaprosessin lisäksi vain myös pääprosessi ja tietojen koontiprosessi. Lisäksi on olemassa yleinen datatiedosto, jonka kautta välitetään laskentaprosesseille kaikille yhteisiä parametreja.

Tilatiedostot ovat sen tyyppisiä, että niitä voi verkon kautta sekä lukea että kirjoittaa samaan aikaan usea eri prosessi. Kuitenkin tässä on tehty niin, ettei tilatiedostoon voi kirjoittaa usea eri prosessi samaan aikaan, mutta lukea voi ja myös kirjoittamisen aikana. Datatiedostoon tallentamisen aikana on huolehdittava ettei muut prosessit yritä lukea sieltä samaan aikaan. Tämä huolehditaan asettamalla laskentaprosesseille eri tilat, joita on kol-

me kappaletta. Ensimmäisessä tilassa laskentaprosessi odottaa laskettavaa, jolloin pääprosessin on sallittu tallentamaan tarvittava data laskentaprosessin datatiedostoon. Kun data on tallennettu, pääprosessi asettaa kyseisen laskentaprosessin tilatiedostoon tilan, että se on valmis laskentaan. Tällöin laskentaprosessi lataa datan tiedostosta, suorittaa laskennan, tallentaa tulokset datatiedostoon ja asettaa tilan: "laskenta valmis". Tällöin tietojen koontiprosessi lukee tiedostosta tulokset, jotka ovat pieni palanen suuremmasta kokonaisuudesta. Tulokset asetetaan osaksi laajempaa kokonaisuutta ja asettaa laskentaprosessin takaisin ensimmäiseen tilaan eli laskentaprosessi on taas valmis ottamaan uutta laskettavaa.

Tilatiedostojen käytössä voi ilmetä hankalia ongelmia, joihin vaikuttaa esimerkiksi käytössä oleva levyjärjestelmä. Tilanhallinta yritettiin toteuttaa myös yhdellä tilatiedostolla, jolloin jokaiselle laskentaprosessille varattiin tiedostossa yksi tavu tilatietoa varten. Tämä ratkaisu ei kuitenkaan toiminut luultavasti sen takia, koska tiedostoon saattoi kirjoittaa monta prosessia samaan aikaan. Tämän takia päädyttiin käyttämään jokaiselle laskentaprosessille omaa tilatiedostoa. Tilanhallinta tällaisenaan ei kuitenkaan omien havaintojemme mukaan toimi kaikissa tiedostojärjestelmissä tai muiden tuntemattomien syiden takia. Tilatiedostojen käsittely ei toiminut esimerkiksi yhden laskentapalvelimen jaetus-
sa kansiossa, johon on pääsy laskentapalvelimilta. Tilanhallinta saatiin lopulta toimimaan käyttäen käyttäjätunnukseen sidottua kotihakemistoa.

4.2 Testit

Testeillä on tarkoitus mitata ΔE_i -eromittarin kykyä mitata erilaisten spektrien eroja. Ensimmäisessä testissä osoitetaan kuinka virhe kasvaa, mitä enemmän askelia suoritetaan. Toisessa testissä testataan, miten tunnettujen spektrien lisäämisjärjestys vaikuttaa spektrierojen laskentatarkkuuteen. Testillä on tarkoitus osoittaa, että järjestystä muuttamalla laskentatarkkuutta voidaan parantaa ongelmatapauksissa. Kolmannessa testissä testataan kuinka hyvin ΔE_i -eromittari vastaa *CIEDE2000*-värieroa, jonka laskemiseksi spektrit muunnetaan *Lab*-avaruuteen. Testiin valitaan spektripareja, joilla on pieni väriero eli alle 10 *CIEDE2000*-yksikköä. Lisäksi spektriparit eivät ole toisilleen metamereisia. Spekt-

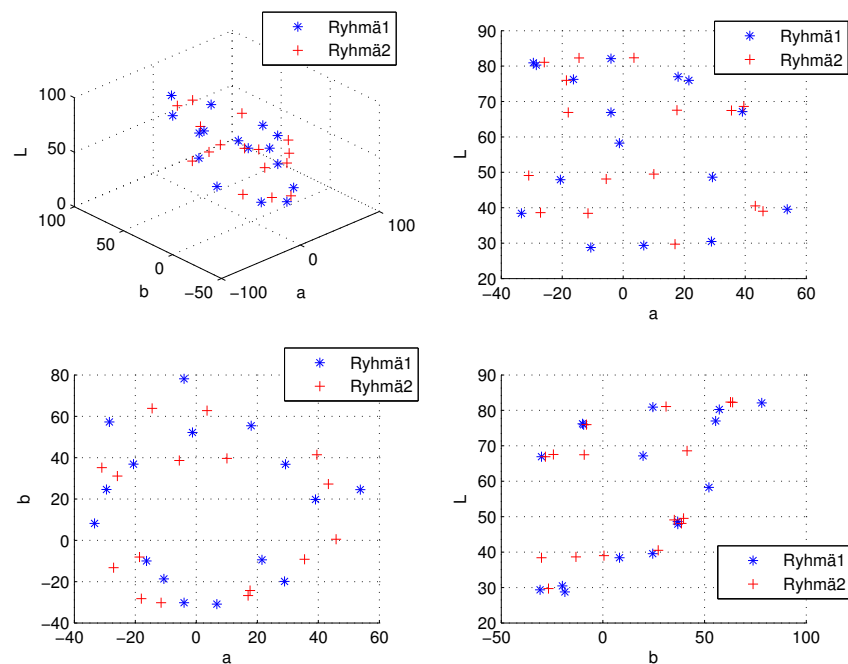
ripareja valitaan eri puolelta *Lab*-avaruutta siten, että *ab*-tason jokainen neljännes tulee testattua. Testin tuloksena odotetaan, että ΔE_i -eromittari antaa lähes yhtä suuria arvoja *CIEDE2000*-värieron kanssa. Neljäs testi poikkeaa kolmannesta vain sillä, että spektriparien *CIEDE2000*-väriero on suurempi kuin 10 yksikköä rajoittuen kuitenkin korkeintaan 20 yksikköön. Viidennessä testissä testataan, mitä arvoja ΔE_i -eromittari antaa metameerisille spektripareille. Metameerisilla spektripareilla *CIEDE2000*-väriero näyttää sopivassa valaistuksessa nollaa, vaikka spektrit eivät ole identtiset. Kuudennes-
sa testissä ΔE_i -eromittaria verrataan muutamiin olemassaoleviin spektrieromittareihin. Testiin valitaan samat spektriparit kuin kolmannessa ja neljännessä testissä. Vertailtavia mittareita ovat SID, SAM, Viggianon SCI, RMS ja WRMS. Viimeisessä testissä ΔE_i -eromittaria testataan käytännön sovelluksessa MRA-menetelmässä. MRA-menetelmällä *Lab*-koordinaatti voidaan rekonstruoida takaisin spektriksi. ΔE_i -eromittarilla on tarkoitus mitata, kuinka hyvin rekonstruoitu spektri vastaa alkuperäistä.

4.2.1 Testi 1: Virheen kasvu askelten funktiona

Ensimmäisessä testissä testataan, miten spektrierojen virhe kasvaa askelten määrän kasvaessa, jotta saadaan perusteltua, miksi askelten määrää täytyy rajoittaa. Testi toteutetaan kahdella tapaa. Ensimmäisessä tapauksessa valitaan erilaisia tunnettujen spektrien koonpanoja menetelmän ensimmäisen vaiheen suoritukseen eli laskentaparametrien laskentaan. Laskentatarkkuus testataan menetelmän sisällä jokaisen askeleen jälkeen laske-
malla spektrierot menetelmän sisällä muodostettavien spektrien välillä ja verrataan *CIEDE2000*-värieroon laskemalla erotus ja korottamalla toiseen. Mikäli tarkkuus ei riitä jollakin askeleella, muutetaan tunnettujen spektrien järjestystä. Viimeisimmän järjes-
tyksen laskennasta poimitaan eri askeleiden virheiden maksimiarvo ja keskiarvo. Mikäli kaikki mahdolliset järjestykset on testattu, eikä laskentatarkkuus riitä, voimaan jää vii-
meisimmän järjestyksen laskennan arvot ilmaisemaan laskennan virheellisyyttä. Eri as-
keleille lasketaan mediaanit, keskiarvot ja hajonnat erilaisten tunnettujen spektrien ko-
oonpanojen laskentatarkkuuden maksimiarvoista ja keskiarvoista. Täytyy huomata, että
spektrierojen laskennassa saattaa joskus tulla Matlabin *NaN*-arvoja, joka antaa silloin
myös keskiarvoksi *NaN*-arvon. Tällaisissa tilanteissa *NaN*-arvoa ei huomioida keskiar-

voksi, vaan keskiarvoksi muodostetaan arvio laskennan maksimiarvosta korottamalla luku toiseen potenssiin. Tällaisessa tapauksessa maksimiarvoakin on korotettava, jotta keskiarvoksi ei tule suurempaa lukua. Arvio maksimista muodostetaan korottamalla luku neljänteen potenssiin. Täytyy huomioida, että nämä ovat vain suuntaa antavia arvioita ja toimenpiteet tehdään, jotta erittäin suuret virheetkin saadaan huomioitua tuloksissa edes jotenkin. Matlab:ssa *NaN*-arvoja spektrieroksi syntyy tilanteessa, kun lausekkeessa 108 jakajan arvo on lähellä nollaa. Tällöin k_2 saa arvon *Inf* ja lopulta interpolointisuoritusten jälkeen spektrieroksi tulee *NaN*-arvoja.

Testiin valittiin käsin tunnetut spektrit Munsellin spektreistä [20] ensimmäiseen ryhmään joukosta 926, 1091, 71, 165, 326, 468, 588, 801, 886, 1118, 62, 225, 330, 469, 522 ja 761. Toiseen ryhmään spektrit valittiin joukosta 998, 1231, 101, 257, 353, 494, 722, 828, 1022, 1158, 137, 287, 401, 486, 739 ja 825. Valitut *Lab*-arvot on näytetty kuvassa 18.



Kuva 18. Tunnetujen spektrien joukko, josta spektrit poimittiin testiin 1. Spektrit on valitu Munsellin spektreistä eri puolelta *Lab*-avaruutta.

Spektrit on pyritty valitsemaan eri puolilta *Lab*-avaruutta. Molempien ryhmän spektrijoukoille suoritettiin Delaunay-kolmiointi luvussa 4.1.1 selostetulla tavalla siten, että se muodostaa 5-uloitteisia avaruuksia, joissa jokaisessa on kärkipisteinä kuusi tunnettua spekt-

riä edellä kerrotuista joukoista. Täytyy huomioida, että Matlabilla Delaunay-kolmioinnin suorittavalle delaunayn-funktiolle parametrina annettavan spektrijoukon järjestyksellä on vaikutus lopputulokseen. Spektrijoukot annettiin delaunayn-funktiolle edellä luetellussa järjestyksessä. Kuuden spektrien joukkoja syntyi ensimmäiseen ryhmään 125 ja toiseen ryhmään 131 kappaletta. Ero johtuu siitä, että Delaunay-kolmiointi karsii pois päällekkäisiä spektriavaruuksia. Joukkojen määrä riippuu siis siitä, millaisia spektrejä Delaunay-kolmioinnille annetaan. Delaunay-kolmioinnin tuottamille spektrijoukoille pyrittiin suorittamaan menetelmän ensimmäinen vaihe eli laskettiin laskentaparametrit. Eli laskentaparametrit pyrittiin ratkaisemaan $125 \cdot 131 = 16375$ pari joukoille. Tehtävä on tietokoneille sen verran kompleksinen ja aikaa vievä, että jouduttiin tyytymään suorittamaan laskenta vain osalle spektrijoukoista. Laskentaparametrit ehdittiin laskea noin vuoden kuluessa kaikkiaan 1851:lle parijoukkolle.

Tulokset esitetään neljässä taulukossa. Taulukossa 1 esitetään eri askelten maksimivirheidän mediaanit, keskiarvot ja hajonnat. Maksimivirheitä mitataan, koska menetelmässä on päädytty mittaamaan laskentatarkkuus maksimivirheidän perusteella. Maksimivirhe takaa sen ettei yksikään laskuvirhe ole ainakaan suurempi kuin se. Taulukossa 2 on kaikkien virheidän mediaanit, keskiarvot ja hajonnat eri askeleilla. Taulukossa 3 on eri askelten maksimien mediaanit, keskiarvot ja hajonnat, joihin on huomioitu vain sellaisten tunnettujen spektrijoukkojen laskennat, joissa tarkkuus on riittänyt. Taulukossa 4 on eri askelten mediaanit, keskiarvot ja hajonnat, joihin on huomioitu vain sellaisten tunnettujen spektrijoukkojen laskennat, joissa tarkkuus on riittänyt. Kahdessa jälkimmäisessä taulukossa toisessa sarakkeessa on ilmoitettu eri askelten hyväksytyjen laskentojen lukumäärä.

Taulukko 1. Maksimivirheidän mediaanit, keskiarvot ja hajonnat. Yksikkönä ΔE_{00}^2

Askel	Mediaani	Keskiarvo	Hajonta
1	7.89e-27	1.76e+02	4.28e+05
2	1.64e-26	1.33e-24	2.09e-46
3	5.50e-16	1.08e+51	1.78e+105
4	3.75e-09	1.27e+63	8.38e+128
5	4.65e-04	1.59e+78	2.34e+159

Taulukko 2. Kaikkien virheiden mediaanit, keskiarvot ja hajonnat. Yksikkönä ΔE_{00}^2

Askel	Mediaani	Keskiarvo	Hajonta
1	6.81e-28	2.01e+01	5.10e+03
2	2.82e-28	2.42e-27	4.45e-52
3	1.41e-19	1.27e+24	1.08e+51
4	5.60e-14	2.20e+30	1.27e+63
5	1.62e-09	8.32e+37	1.59e+78

Taulukko 3. Maksimivirheiden mediaanit, keskiarvot ja hajonnat laskennoista, joissa tarkkuus on riittänyt. Yksikkönä ΔE_{00}^2

Askel	Laskentajoukkojen lkm	Mediaani	Keskiarvo	Hajonta
1	1851	7.27e-27	4.00e-26	5.96e-49
2	1851	1.64e-26	1.33e-24	2.09e-46
3	1851	4.77e-16	2.44e-10	1.09e-16
4	1851	2.80e-09	1.72e-06	1.43e-09
5	1701	2.68e-04	1.65e-03	6.46e-06

Taulukko 4. Kaikkien virheiden mediaanit, keskiarvot ja hajonnat laskennoista, joissa tarkkuus on riittänyt. Yksikkönä ΔE_{00}^2

Askel	Laskentajoukkojen lkm	Mediaani	Keskiarvo	Hajonta
1	1851	1.73e-27	1.73e-27	6.78e-52
2	1851	2.42e-27	2.42e-27	4.45e-52
3	1851	2.72e-14	2.72e-14	1.35e-24
4	1851	1.08e-11	1.08e-11	2.91e-20
5	1701	1.29e-06	1.29e-06	5.73e-11

Tuloksista huomataan, että virheet kasvavat todella suuriksi, kun liian suuret virheet tuottavat laskennatkin huomioidaan tuloksissa. Tämä huomataan vertaamalla taulukkoa 1 taulukkoon 3 ja taulukkoa 2 taulukkoon 4. Kyse on kuitenkin vain muutamista yksittäistapauksista. Tämä huomataan erittäin suurista hajonnoista ja käytännössä riittävän pienistä mediaaniarvoista taulukoissa 1 ja 2. Taulukot 1 ja 2 eivät kerro kuitenkaan ihan kaikkea suurista virheistä. Jos jokin laskentavirhe kasvaa liian suureksi, tulee Matlabissa virheeksi *NaN*-arvo, joita ei voi huomioida keskiarvon laskemisessa sellaisenaan taulukossa 2, koska yksikin *NaN*-arvo aiheuttaisi myös keskiarvoksi *NaN*-arvon. Sen sijaan *NaN*-arvoja sisältävistä laskennoista keski- ja maksimiarvio arvioitiin aiemmin tässä luvussa

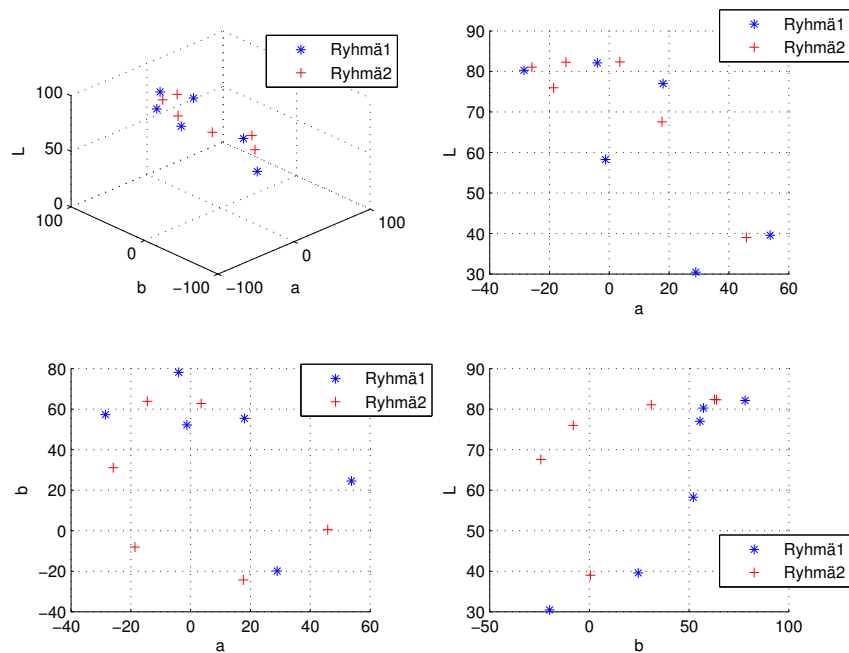
kerrotulla tavalla. Taulukoissa 1 ja 2 askeleella kaksi on muista poiketen käytännössä erittäin pienet virheet ja syynä on se ettei suuria laskentavirheitä sisältäneet laskennat synnyttäneet suuria virheitä vielä kahdella ensimmäisellä askeleella. Taulukoissa 1 ja 2 askeleella yksi taas suuret laskentavirheet ja seuraavan askeleen virheettömyys kertovat siitä, ettei suuren virheellisyyden laskennoissa päästy edes ensimmäistä askelta pidemmälle, vaan laskennat jouduttiin keskeyttämään jo ensimmäisellä askeleella, koska sopivaa tunnettujen spektrien järjestystä ei löytynyt.

Koska laskentatarkkuus arvioidaan jo menetelmän ensimmäisessä vaiheessa ja pyritään muodostamaan riittävän laadukas järjestelmä spektrierojen laskemista varten mahdollisesti tunnettujen spektrien järjestystä muuttaen, kannattaa huomio kiinnittää taulukoihin 3 ja 4. Niistä huomataan virheiden olevan käytännössä olemattomia ja hajontaa ei ole käytännössä yhtään. Virhe kuitenkin kasvaa askel askeleelta ja jo viidennellä askeleella virheet alkavat olla jo muutamilla spektripareilla merkittäviä. Tämä huomataan vertaamalla eri askeleiden hyväksytyjen laskentajoukkojen lukumääriä. Viidettä askelta aiemmillä askeleilla kaikissa on löytynyt hyväksyty tunnettujen spektrien järjestys, kun taas viidennellä askeleella jo huomattavasta osasta spektriparijoukoista ei löytynyt sopivaa järjestystä, joilla spektrierot voitaisiin laskea riittävän tarkasti. Testi osoittaa selvästi, ettei laskentaa kannata jatkaa viidettä askelta pidemmälle.

Toisessa tapauksessa testi suoritetaan laskemalla laskentaparametrit erikokoisille tunnettujen spektrien joukoille. Jokaiselle joukolle luodaan erikseen omat testispektrit, joiden välillä lasketaan spektrierot käyttäen ensimmäisessä vaiheessa syntyviä laskentaparametreja. Laskentatarkkuus mitataan vertaamalla laskettuja spektrieroja *CIEDE2000*-värieroihin. Kaikkia spektrieroja ei voida laskea ja syynä on se ettei laskentaparametreja voida ratkaista jokaiselle tunnettujen spektrien joukoille, johtuen kielletystä tilasta lausekkeessa 108. Erikokoisiin joukkoihin käytetään muutoin samoja tunnettuja spektrejä kuin testin pienemmissä joukoissa ja yhtä isompaa spektrijoukkoa täydennetään lisäämällä pienempään spektrijoukkoon uusi spektri. Testispektrit, joiden välillä spektrierot lasketaan, luodaan siten, että erikokoisissa testijoukoissa on mahdollisimman samat testispektrit. Tämä saadaan aikaan käyttämällä alempien askeleiden sekoitusparametreina samoja arvoja, kuin oli alhaisempien askelmäärien spektrijoukkojen testissä. Yhtä isommalle testijoukol-

le täydennetään viimeiseksi sekoitusparametrin arvoksi pieni luku, joka ei muuta liikaa testattavaa spektriä, mutta tuo kuitenkin suuremman askeleiden lukumäärän vaikutuksen spektrierojen laskentaan. Testispektreiksi ensimmäiseen ryhmään valitaan spektrejä, jotka ovat samoja kuin mallin sisällä muodostetut spektrit. Toiseen ryhmään spektrit voidaan valita vapaasti ja spektrit valitaan siten, että ne eivät ole samoja kuin mallin sisällä muodostettuja spektrejä. Näin malli saadaan testattua täydellisesti, koska mallin sisällä muodostettavien spektrien välillä erojen virhe pyritään säätämään käytännössä olemattomaksi. Virhettä odotetaan esiintyvän enemmän mallin sisällä muodostettavien spektrien väliin muodostettavien spektrien erojen välillä.

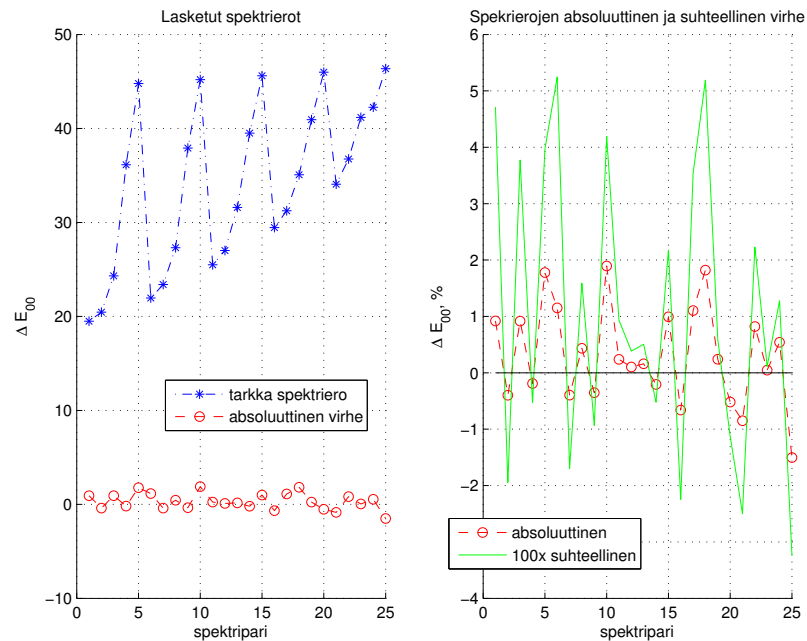
Testiin valittiin tunnetut spektrit testin ensimmäisessä tapauksessa käytetystä spektrijoukosta. Spektrijoukoille suoritettiin Delaunay-kolmiointi ja tähän toisen tapauksen testiin tunnetut spektrit molempiin ryhmiin valittiin ensimmäisistä joukoista. Tunnetut spektrit valittiin siis ensimmäiseen ryhmään spektreistä 330, 326, 71, 469, 225 ja 1091. Toiseen ryhmään tunnetut spektrit valittiin spektreistä 739, 401, 1022, 486, 287 ja 1231. Valitut Lab -arvot on näytetty kuvassa 19.



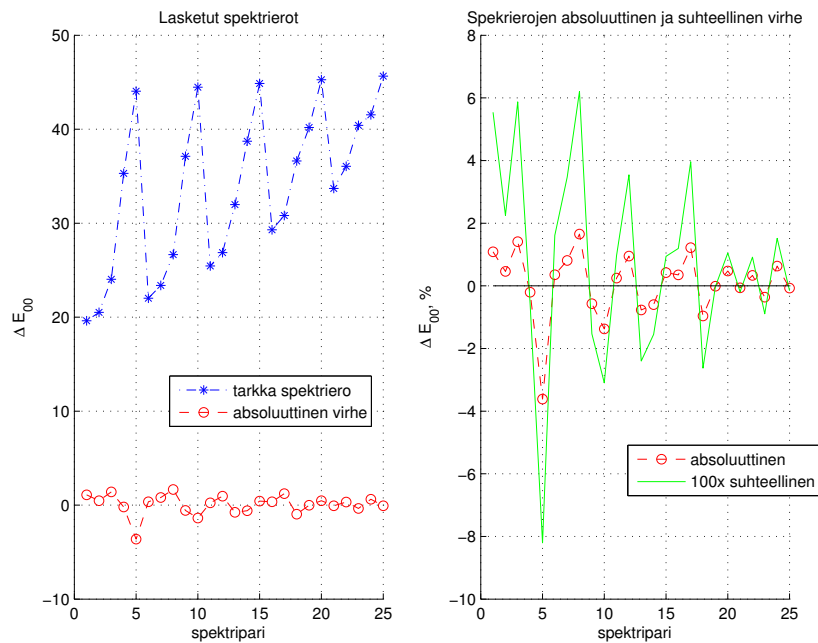
Kuva 19. Tunnetujen spektrien joukko, josta spektrit poimittiin testin 1 toiseen tapaukseen. Spektarit valittiin testin ensimmäisessä tapauksessa käytetystä spektrijoukosta, jolle tehtiin Delaunay-kolmiointi ja poimittiin spektrit testin toiseen tapaukseen ensimmäisistä joukoista.

Testeihin spektrejä valittiin eri askelmäärien testeille tarvittava määrä edellisten listojen alusta ja niille ratkaistiin laskentaparametrit. Ensimmäisen ryhmän testispektrinä käytettiin jokaisessa spektrierolaskussa ainoastaan spektriä 401. Toiseen ryhmään määritettiin useita testispektrejä määrittämällä spektrien sekoitusparametrit mallin sisäisinä sekoitusparametreina. Kahden ensimmäisen askeleen sekoitusparametrit olivat samoja kaikissa eri kokoisten tunnettujen spektrien määrän testeissä. Ne olivat myös ainoita muutettavia arvoja eri testispektrien välillä. Loput mahdollisesti tarvittavat askeleiden 3-5 sekoitusparametrit askeleiden lukumäärästä riippuen täydennettiin vakioarvolla 0.02, joka ei muuta liikaa testispektrejä eri askelmäärien testeissä. Kahden ensimmäisen askeleen sekoitusparametrit annettiin eri spektreille kahdessa sisäkkäisessä for-silmukassa välillä 0,18-0.9 askelvälin ollessa 0,18. Mallin sisällä muodostettavilla spektreillä sekoitusparametrit annetaan 0-1 välillä 0,25:n välein, joten testispektrit eivät ole samoja kuin mallin sisällä muodostettavat spektrit. Spektrierot laskettiin eri spektriparien välillä ja laskettiin virheet vertaamalla *CIEDE2000*-värieroon.

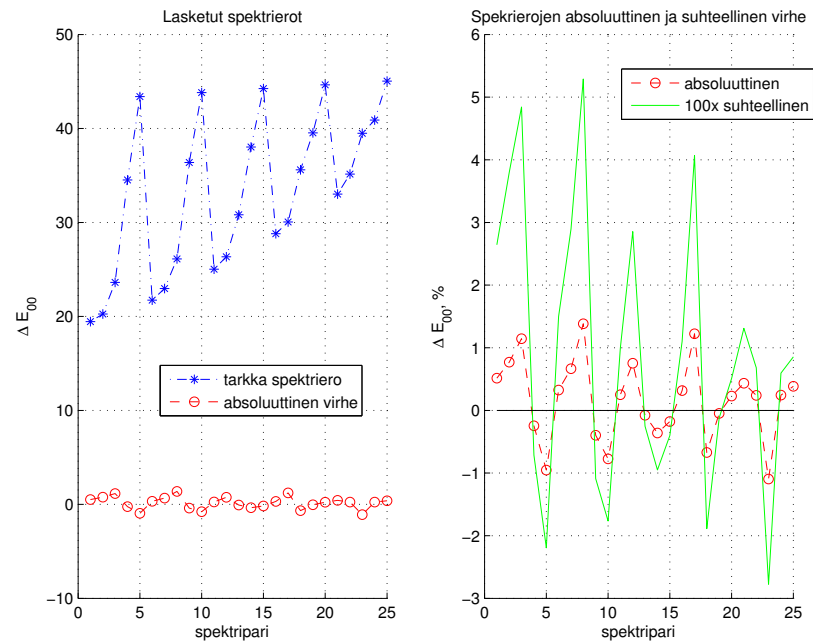
Tulokset esitetään kuvaajina, joissa on erikokoisilla askelmäärillä laskettujen spektrierojen tulokset omissa kuvissaan 20-23. Kuvaajiin on piirretty tarkat erot, jotka on laskettu *CIEDE2000*-värierona. Spektrieromittarilla laskettuja spektrieroja verrataan tarkkoihin arvoihin laskemalla erotus. Virhekäyrä piirretään kuvaajiin absoluuttisena ja suhteellisenä virheenä. Suhteellinen virhe on skaalattu kuvaajissa kerrottuna 100:lla. Erikokoisten askelmäärien virheistä lasketaan keskiarvot ja hajonnat, joista piirretään kuvaajat omaan kuvaan 24.



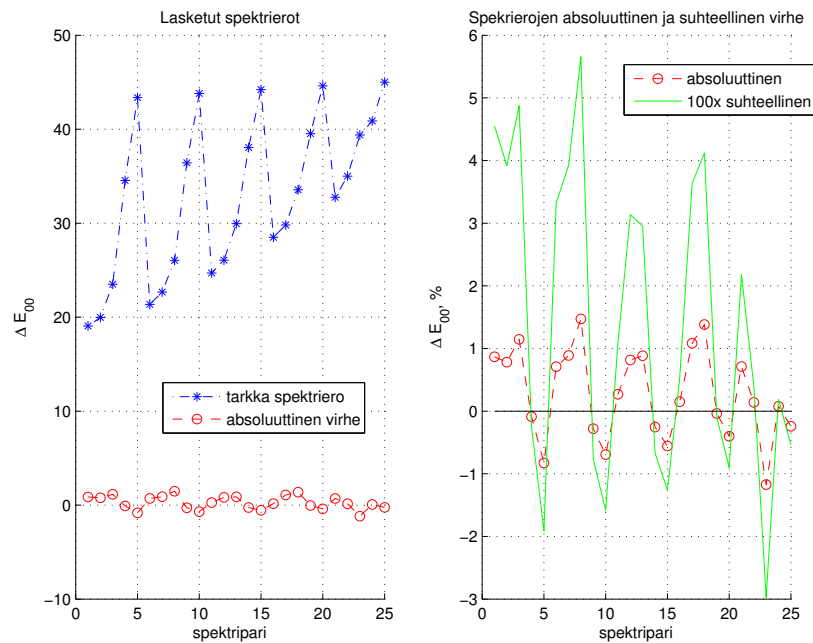
Kuva 20. Lasketut spektrierot, kun askelten lukumäärä mallissa oli 2. Mallilla lasketuista spektrieroista on vähennetty tarkat *CIEDE2000*-värierona lasketut arvot, joka on piirretty punaisella käyrällä. Tarkat erot on piirretty sinisenä. Virheet on jaettu tarkoilla arvoilla, jolloin on saatu suhteellinen virhe, joka on piirretty vihreällä.



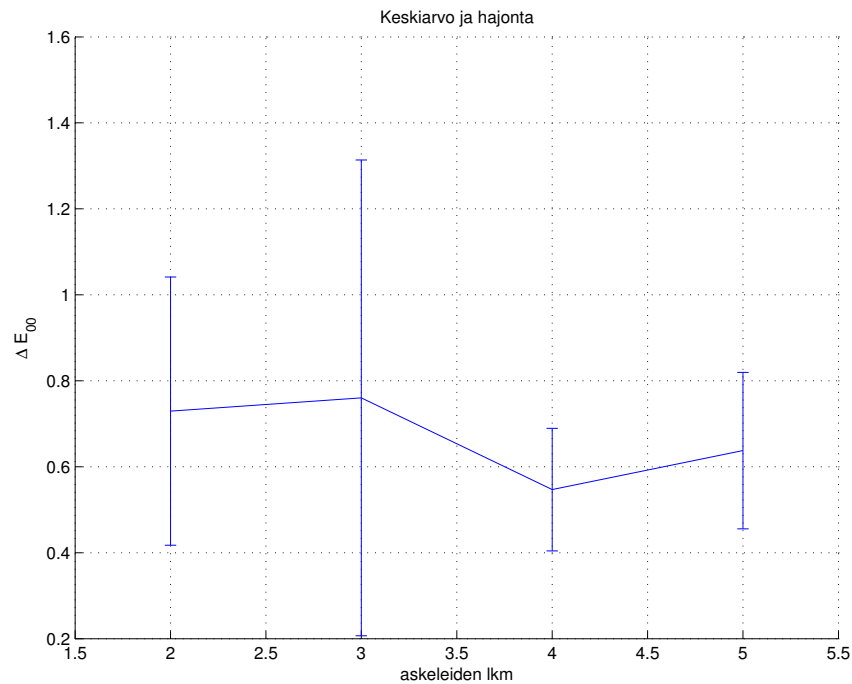
Kuva 21. Lasketut spektrierot, kun askelten lukumäärä mallissa oli 3. Mallilla lasketuista spektrieroista on vähennetty tarkat *CIEDE2000*-värierona lasketut arvot, joka on piirretty punaisella käyrällä. Tarkat erot on piirretty sinisenä. Virheet on jaettu tarkoilla arvoilla, jolloin on saatu suhteellinen virhe, joka on piirretty vihreällä.



Kuva 22. Lasketut spektrierot, kun askelten lukumäärä mallissa oli 4. Mallilla lasketuista spektrieroista on vähennetty tarkat *CIEDE2000*-värierona lasketut arvot, joka on piirretty punaisella käyrällä. Tarkat erot on piirretty sinisenä. Virheet on jaettu tarkoilla arvoilla, jolloin on saatu suhteellinen virhe, joka on piirretty vihreällä.



Kuva 23. Lasketut spektrierot, kun askelten lukumäärä mallissa oli 5. Mallilla lasketuista spektrieroista on vähennetty tarkat *CIEDE2000*-värierona lasketut arvot, joka on piirretty punaisella käyrällä. Tarkat erot on piirretty sinisenä. Virheet on jaettu tarkoilla arvoilla, jolloin on saatu suhteellinen virhe, joka on piirretty vihreällä.



Kuva 24. Eri askelmäärien spektrierolaskentojen absoluuttisista virheistä lasketut keskiarvot ja hajonnat.

Kuvissa 20-23 virheet havaitaan lähes yhtäsuuriksi, kuten myös lasketut spektrierot. Hyvin pientä vaihtelua esiintyy. Erot havaitaan parhaiten kuvassa 24, joka ilmaisee keskiarvon ja hajonnan eri laskennoissa. Kuvasta havaitaan, että virheen keskiarvo kasvaa askeleelta 2 askeleelle 3, pienenee 4:llä askeleelle ja kasvaa taas 5:llä askeleella. Testi ei osoita, että virhe kasvaisi askelmäärien kasvaessa, mutta ei myöskään kiistä sitä. Testi vaatisi ehkä suuremman otoksen. Nyt testattiin eri askelmäärien testeissä vain yhdelle tunnettujen spektrien joukoille ja niissä laskettiin 25 spektrien eroa. Testi osoittaa kuitenkin, että virheet ovat huomattavasti suurempia kuin mitä on virheet menetelmän sisällä muodostettujen spektrien erojen välillä mitatut, mutta eivät ole kuitenkaan niin suuria, että ihmisen silmä niitä havaitsisi. Taulukoista 5 ja 6 nähdään menetelmän sisällä muodostettujen spektrien erojen virheiden mediaanit ja keskiarvot, jotka siis ovat huomattavasti pienempiä kuin kuvassa 24. Taulukoista on jätetty hajonnat pois, koska mitattavia laskentajoukkoja oli vain yksi.

Taulukko 5. Maksimivirheiden mediaanit ja keskiarvot menetelmän sisällä muodostettujen spektrien välillä. Yksikkönä ΔE_{00}^2

Askel	Mediaani	Keskiarvo
1	5.05e-27	5.05e-27
2	6.26e-24	6.26e-24
3	1.21e-16	1.21e-16
4	1.51e-10	1.50e-10
5	1.79e-03	1.79e-03

Taulukko 6. Kaikkien virheiden mediaanit ja keskiarvot menetelmän sisällä muodostettujen spektrien välillä. Yksikkönä ΔE_{00}^2

Askel	Mediaani	Keskiarvo
1	5.25e-28	5.24e-28
2	1.07e-26	1.07e-26
3	6.28e-20	6.28e-20
4	2.38e-15	2.38e-15
5	1.39e-09	1.39e-09

4.2.2 Testi 2: Tunnettujen spektrien lisäämisjärjestyksen vaikutus

Toisessa testissä testataan, miten tunnettujen spektrien lisäämisjärjestys vaikuttaa spektrien eron virheeseen, jotta saadaan perusteltua, miksi lisäämisjärjestystä kannattaa joskus vaihtaa. Testi toteutetaan osittain samalla tavalla kuin ensimmäinen testi ensimmäisessä tapauksessa. Testiin valitaan erilaisia tunnettujen spektrien kokoonpanoja menetelmän ensimmäinen vaiheen suoritukseen eli laskentaparametrien laskentaan. Laskentatarkkuus testataan menetelmän sisällä jokaisen askeleen jälkeen laskemalla spektrierot menetelmän sisällä muodostettavien spektrien välillä ja verrataan *CIEDE2000*-värieroon laskemalla erotus ja korottamalla toiseen. Mikäli tarkkuus ei riitä jollakin askeleella, muutetaan tunnettujen spektrien järjestystä. Tulokset kerätään vain laskennoista, joissa järjestystä joudutaan muuttamaan. Kyseisissä laskennoissa lasketaan hajonnat eri järjestyksien erojen virheiden keskiarvoista ja maksimiarvoista. Eri laskentojen hajonnoista lasketaan keskiarvo, mediaani ja hajonta, jotka esitetään taulukoissa. Täytyy huomata, että spektrierojen laskennassa saattaa joskus tulla Matlabin *NaN*-arvoja, joka antaa silloin myös keskiarvoksi *NaN*-arvon. Tällaisissa tilanteissa *NaN*-arvoa ei huomioida keskiarvoksi,

vaan keskiarvoksi muodostetaan arvio laskennan maksimiarvosta korottamalla luku toiseen potenssiin, kuten ensimmäisessä testissäkin. Tällaisessa tapauksessa maksimiarvoakin on korotettava, jotta keskiarvoksi ei tule suurempaa lukua. Arvio maksimista muodostetaan korottamalla maksimiarvo neljänteen potenssiin, kuten ensimmäisessäkin laskennassa. Täytyy huomioida, että nämä ovat vain suuntaa antavia arvioita ja toimenpiteet tehdään, jotta erittäin suuret virheetkin saadaan huomioitua tuloksissa edes jotenkin.

Testiin valittiin tunnetut spektrit kuin ensimmäiseen testiinkin eli Munsellin spektreistä [20] ensimmäiseen ryhmään joukosta 926, 1091, 71, 165, 326, 468, 588, 801, 886, 1118, 62, 225, 330, 469, 522 ja 761. Toiseen ryhmään spektrit valittiin joukosta 998, 1231, 101, 257, 353, 494, 722, 828, 1022, 1158, 137, 287, 401, 486, 739 ja 825. Valitut spektrit on näytetty kuvassa 18. Spektrit on pyritty valitsemaan eri puolilta *Lab*-avaruutta. Molempien ryhmän spektrijoukoille suoritettiin Delaunay-kolmiointi samalla tavalla kuin ensimmäisessä testissä. Delaunay-kolmioinnin tuottamille spektrijoukoille pyrittiin suorittamaan menetelmän ensimmäinen vaihe eli laskettiin laskentaparametrit. Eli laskentaparametrit pyrittiin ratkaisemaan $125 * 131 = 16375$ parijoukoille. Tehtävä on tietokoneille sen verran kompleksinen ja aikaa vievä, että jouduttiin tyytymään suorittamaan laskenta vain osalle spektrijoukoista. Laskentaparametrit ehdittiin laskea noin vuoden kuluessa Kaikkiaan 1851:lle parijoukkolle.

Tulokset esitetään taulukossa 7, jossa näytetään keskiarvot, mediaanit ja hajonnat, jotka on laskettu edellä kerrotulla tavalla tunnettujen spektrien lisäämisjärjestyksen vaihtamisen aiheuttamista laskentatarkkuuden hajonnoista.

Taulukko 7. Tunnettujen spektrien lisäämisjärjestyksen muuttamisen vaikutus laskennan laatuun. Tulokset on kerätty laskentajoukoista, joissa järjestystä on jouduttu muuttamaan liian heikon laskentatarkkuuden takia. Kyseisistä laskennoista on laskettu hajonnat eri järjestyksien virheiden keski- ja maksimiarvoista. Eri laskentajoukkojen hajonta-arvoista puolestaan on laskettu keskiarvot, mediaanit ja hajonnat, jotka näytetään taulukossa. Yksikkönä ΔE_{00}^2

	Mediaani	Keskiarvo	Hajonta
· Maksimivirheiden hajonnoista	4.57e+105	2.38e+159	> 1e+308
Virheiden keskiarvojen hajonnoista	3.38e+52	1.16e+78	3.82e+158

Taulukon 7 tuloksista voidaan päätellä, että tunnettujen spektrien järjestyksen muuttamisella saadaan joissain tapauksissa tehokkaasti eliminoitua yksittäiset ongelmatapaukset spektrierojen laskennassa. Tämä näkyy erittäin suurista arvoista maksimivirheiden ja virheiden keskiarvojen hajonnoista lasketuista mediaaneista ja keskiarvoista. Erittäin suuret hajonnat kuitenkin ilmaisevat, ettei kaikissa tapauksissa laatua saada parannettua. Maksimivirheiden hajonnoista lasketussa hajonnassa lukuarvo menee Matlab:n lukualueen ulkopuolelle ja tuloksissa ilmoitetaan arvon olevan suurempi kuin suurin mahdollinen luku Matlab:ssa. Tunnettujen spektrien järjestyksen muutoksella pyritään poistamaan kielletty tila lausekkeessa 108. Testi perustelee sen, että tunnettujen spektrien järjestyksen muuttamista kannattaa yrittää laskennan laadun parantamiseksi ongelmatapauksissa.

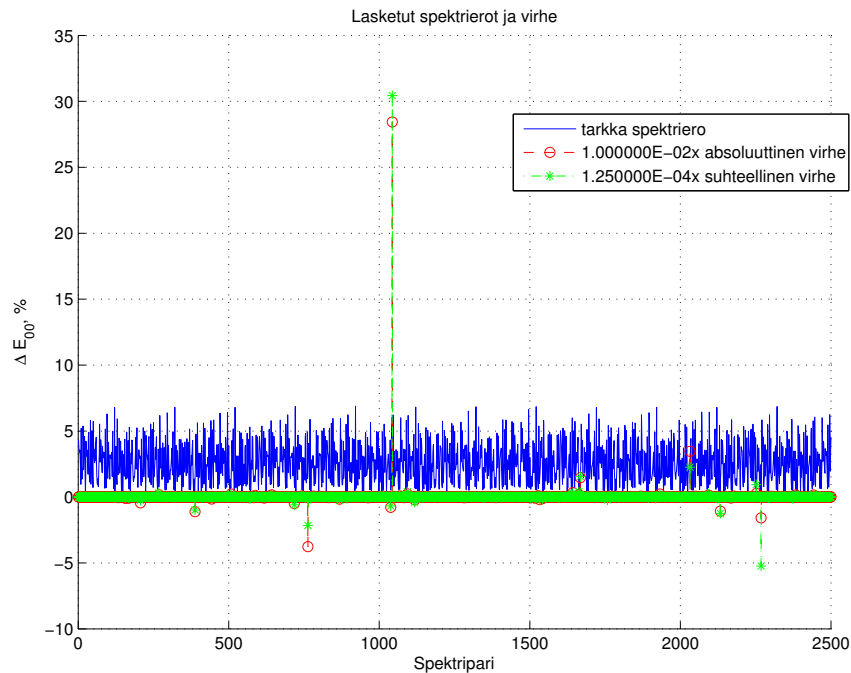
4.2.3 Testi 3: Vastaaminen *CIEDE2000*-värieron kanssa pienillä värieroilla

Kolmannessa testissä testataan, miten spektrierot vastaavat *CIEDE2000*-värieroa. Testi tehdään, koska menetelmällä lasketut spektrierot on pyritty vastaamaan *CIEDE2000*-värieroa. Testissä lasketaan pieniä värieroja, jotka ovat välillä 0-10 ΔE_{00} -yksikköä, koska *CIEDE2000* on suunniteltu pienille värieroille. Testiin luodaan neljä tunnettujen spektrien joukkoa eri puolille *Lab*-avaruutta. Eri joukoille lasketaan laskentaparametrit, luodaan testispektrit ja lasketaan spektrien erot, joita verrataan *CIEDE2000*-värieroon. *CIEDE2000*:n laskemiseksi testispektrit muunnetaan *Lab*-muotoon.

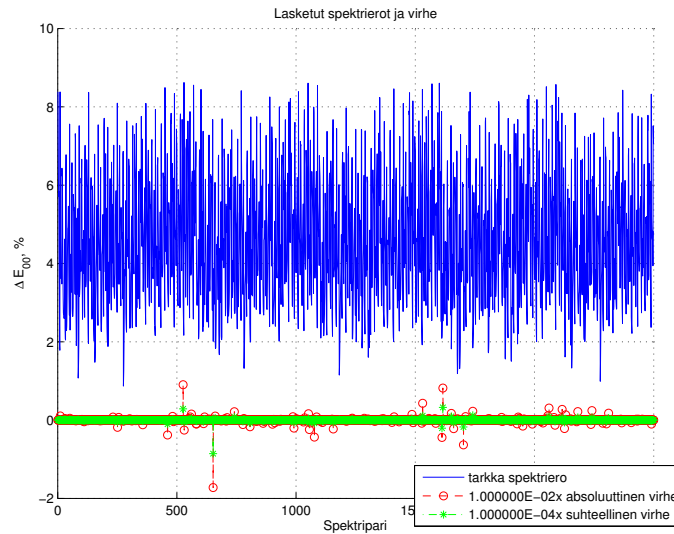
Testiin poimittiin tunnettujen spektrien joukot Munsellin spektreistä *Lab*-avaruudessa osoittamalla jokaiselle joukolle alueen keskipiste, josta jokaiselle joukolle poimittiin säteeltään 15 ΔE_{00} -yksikköä olevan pallon sisältä kaksi sopivaa spektriryhmää siten, että ensimmäisen ryhmän jokaisen spektriä vastaavan *Lab*-arvon *CIEDE2000*-ero oli korkeintaan 10 yksikköä. Joukkojen alueiden keskipisteet olivat *Lab*-koordinaatteina (50; 4, 84; -4, 94), (50; 6, 22; 9, 39), (50; -6, 77; 8, 98) ja (50; -5, 94; -5, 35). Testiin luotiin testispektrit määrittämällä eri testijoukoissa testispektrit mallin sisäisinä sekoitusparametreina. Ensimmäiseen ryhmään testispektrit on luotava siten, että ne ovat mallin sisällä luotavia spektrejä. Mallin sisäiset sekoitusparametrit ensimmäisen ryhmän spektreille ovat siis alkaen parametreista (0, 0, 0, 0, 0), (0; 0; 0; 0; 0, 25), ..., (0, 0, 0, 0, 1), (0; 0; 0; 0; 25; 0), ..., (1, 1, 1, 1, 1).

Toisen ryhmän spektreille sekoitusparametrit saadaan antaa vapaasti ja valittiin sellaiset sekoitusparametrit, ettei niillä muodostu mallin sisäisiä spektrejä. Mallin sisäiset sekoitusparametrit toisen ryhmän spektreille annettiin (0, 12; 0, 12; 0, 12; 0, 12; 0, 12), (0, 12; 0, 12; 0, 12; 0, 12; 0, 24), ..., (0, 12; 0, 12; 0, 12; 0, 12; 0, 96), (0, 12; 0, 12; 0, 12; 0, 24; 0, 12), ..., (0; 0, 48; 0, 72; 0, 96; 0, 36). Molempiin ryhmiin testispektrejä syntyi siis 2500 kappaletta, joista muodostettiin pareja.

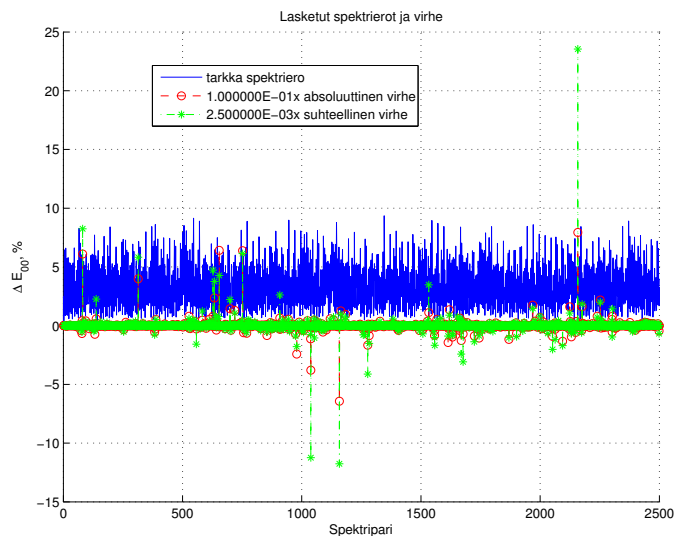
Tulokset esitetään neljässä kuvassa 25-28, joissa jokaisessa on eri testijoukon tulokset samassa järjestyksessä kuin joukot lueteltiin aiemmin. Kuvissa sininen käyrä esittää laskettua *CIEDE*2000-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa.



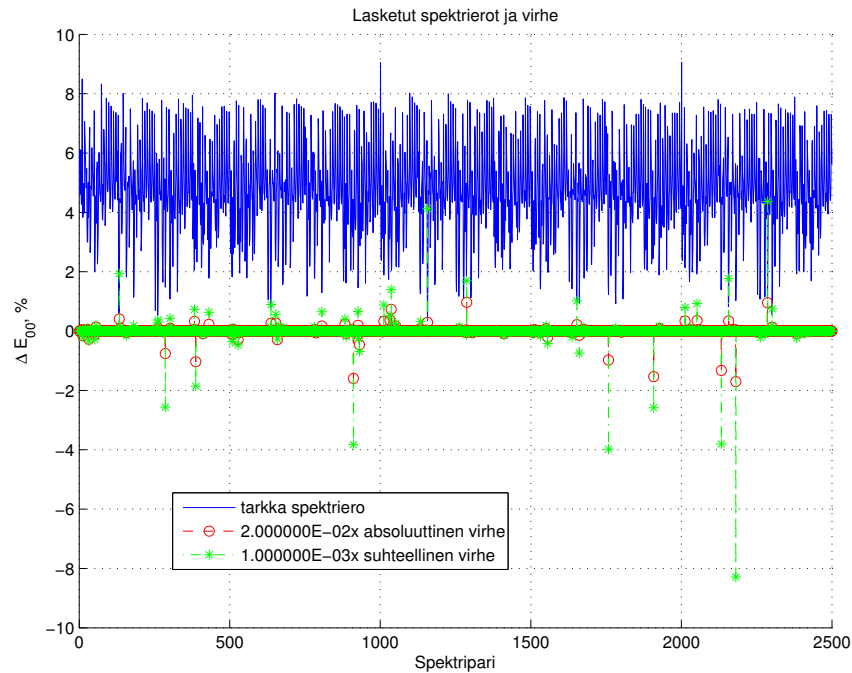
Kuva 25. Spektrieroja on verrattu *CIEDE*2000-värieroon. Sininen käyrä esittää laskettua *CIEDE*2000-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa. Virheet on skaalattu kuvaan kertomalla kaikki absoluuttisen virheen arvot 10^{-2} :lla ja suhteellisen virheen arvot $1,25 \times 10^{-4}$:lla, jotta maksimivirheet erottuvat. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; 4, 84; -4, 94) ympäristöön. Virheiden keskiarvo oli 2,09, mediaani 0,01 ja hajonta 3370.



Kuva 26. Spektrieroja on verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Sininen käyrä esittää laskettua *CIEDE2000*-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa. Virheet on skaalattu kuvaan kertomalla kaikki absoluuttisen virheen arvot 10^{-2} :lla ja suhteellisen virheen arvot 10^{-4} :lla, jotta maksimivirheet erottuvat. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; 6, 22; 9, 39) ympäristöön. Virheiden keskiarvo oli 0,73, mediaani 0,02 ja hajonta 27,0.



Kuva 27. Spektrieroja on verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Sininen käyrä esittää laskettua *CIEDE2000*-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa. Virheet on skaalattu kuvaan kertomalla kaikki absoluuttisen virheen arvot 10^{-1} :lla ja suhteellisen virheen arvot $2,5 \times 10^{-3}$:lla, jotta maksimivirheet erottuvat. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; -6, 77; 8, 98) ympäristöön. Virheiden keskiarvo oli 0,68, mediaani 0,06 ja hajonta 12,7.

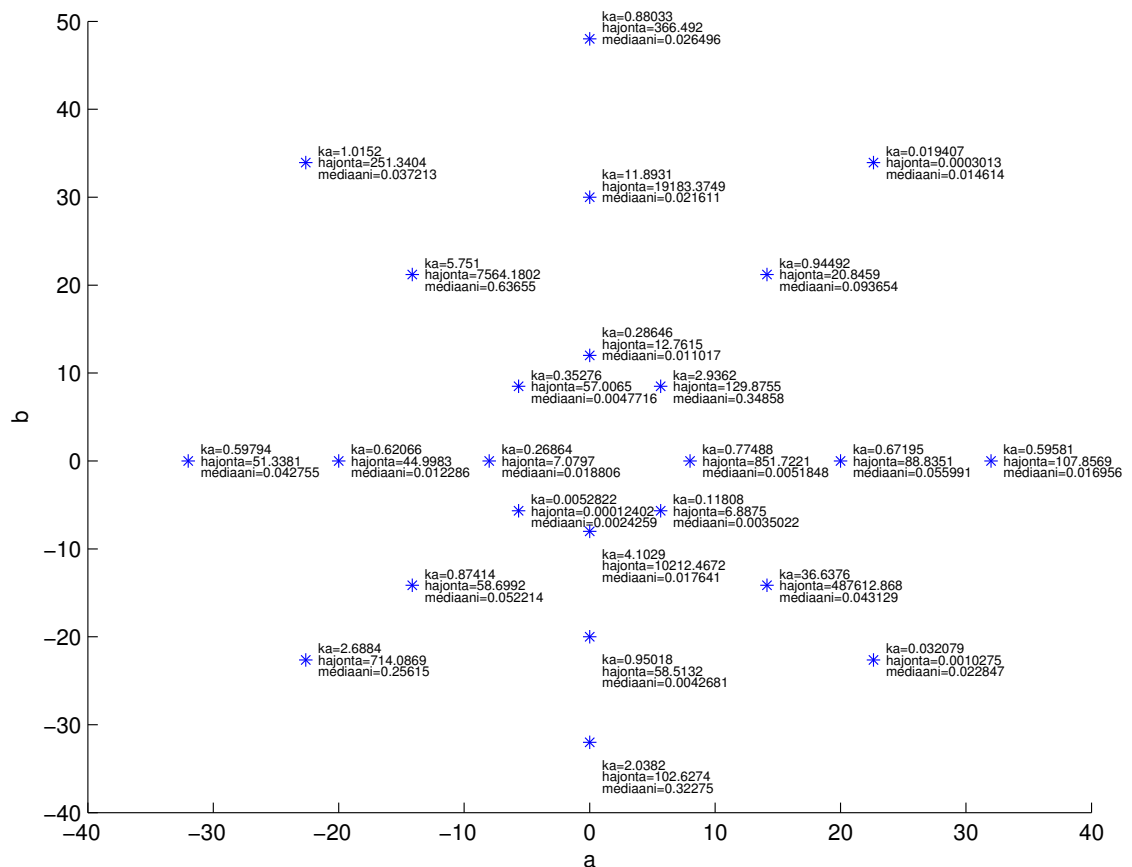


Kuva 28. Spektrieroja on verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Sininen käyrä esittää laskettua *CIEDE2000*-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa. Virheet on skaalattu kuvaan kertomalla kaikki absoluutisen virheen arvot $2 \cdot 10^{-2}$:lla ja suhteellisen virheen arvot 10^{-3} :lla, jotta maksimivirheet erottuvat. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; -5, 94; -5, 35) ympäristöön. Virheiden keskiarvo oli 0,48, mediaani 0,03 ja hajonta 16,5.

Tuloksista havaitaan laskentavirheiden olevan enimmäkseen riittävän pieniä, eikä ihmissilmä niitä havaitse. Virheet ovat yksittäisiä piikkejä ja ovat suuruudeltaan huomattavan isoja. Tämä näkyy kuvaajasta ja suuresta hajonnasta. Testi osoittaa siis, että menetelmä vastaa pääosalle spektrieroista täydellisesti *CIEDE2000*-värieroa ja pienelle vähemmistölle erittäin huonosti. Virheet johtuvat kielletystä tilasta lausekkeessa 108.

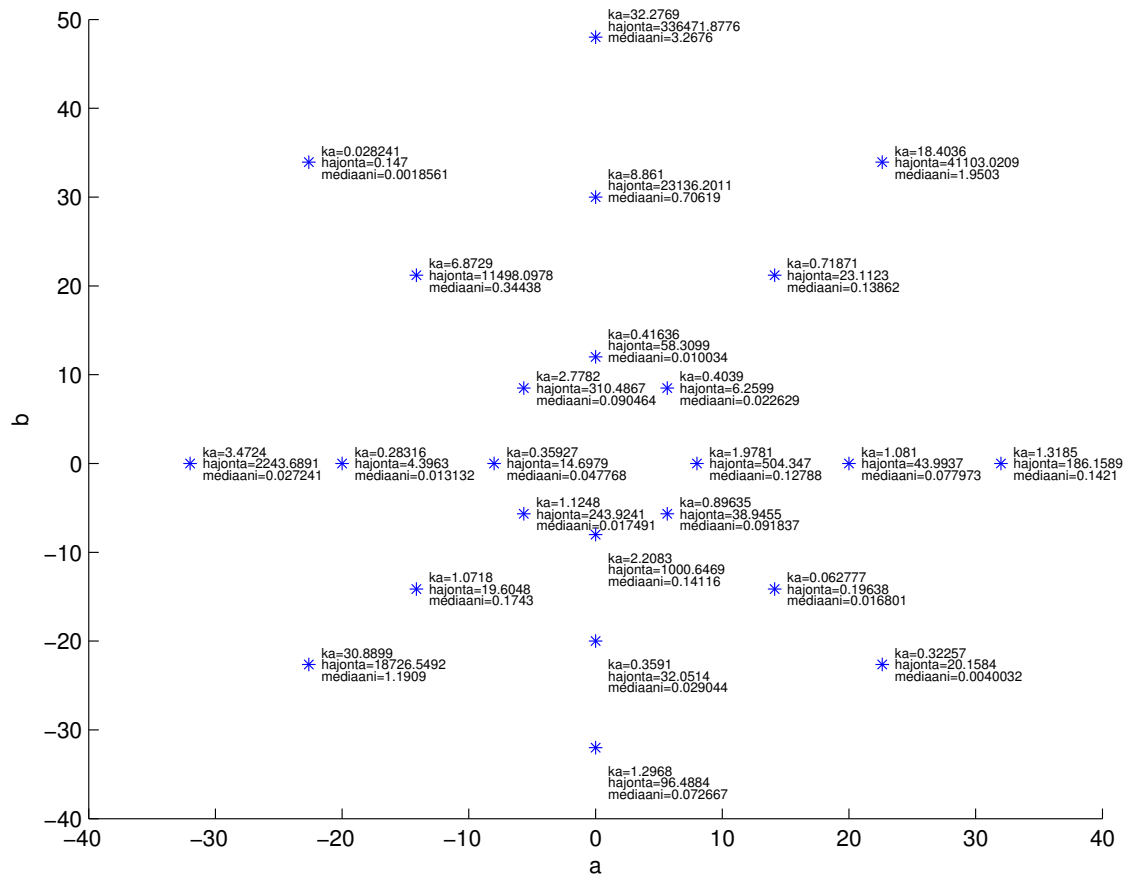
Lisäksi laskettiin laajemmalta alueelta *Lab*-avaruudessa virheiden keskiarvot, mediaanit ja hajonnat. Laskennat tehtiin *L*-akselin kolmessa eri tasossa, jotka olivat 30, 50 ja 70. Jokaisella tasolla testispektrit luotiin *ab*-tasossa kolmelle vyöhykkeelle, joiden keskipisteet olivat kaikissa (0, 0). Vyöhykkeissä on otettu huomioon Munsellin spektriavaruuden ulottuvuudet, eivätkä ne siten ole ympyrän muotoisia, vaan ovat hieman venytettyjä *a*-akselin positiiviseen suuntaan. Lisäksi on huomioitu Munsellin spektrien tiheämpi esiintyminen keskellä ja harvempi reunoilla. Siksi sisimmällä kehällä tunnetut spektrit haettiin säteel-

tään 10 *CIEDE*2000-yksikön pallon sisältä, keskimmaisella kehällä 20 *CIEDE*2000-yksikön ja uloimmalla kehällä 30 *CIEDE*2000-yksikön pallon sisältä, mutta kaikissa joukoissa laskettavat erot olivat 0 – 10 *CIEDE*2000-yksikön välillä. Jokaiselle vyöhykkeelle testispektrijoukot haettiin tasaisin välein kahdeksalle sektorille. Tulokset esitetään kolmessa kuvassa 29-31, joissa on tulokset *L*-akselin tasoilla 30, 50 ja 70.



Kuva 29. Spektrieroja on verrattu *CIEDE*2000-värieroon eri puolilla *Lab*-avaruuksia. *L* on 30. Tulokset on ilmoitettu absoluuttisen virheen keskiarvoina, hajontoina ja mediaaneina.

Tuloksista ei löydetty merkittäviä poikkeamia eri puolilla *Lab*-avaruuksia. Laskentavirheet ovat enimmäkseen pieniä, eikä ihmissilmä niitä havaitse. Erittäin suuret laskentavirheet esiintyvät satunnaisesti eri joukoissa, mutta virheiden mediaanit ovat näissäkin pääsääntöisesti pieniä. Reunoilla olevissa joukoissa esiintyy kuitenkin suurempia kuin 1:n mediaaneja.

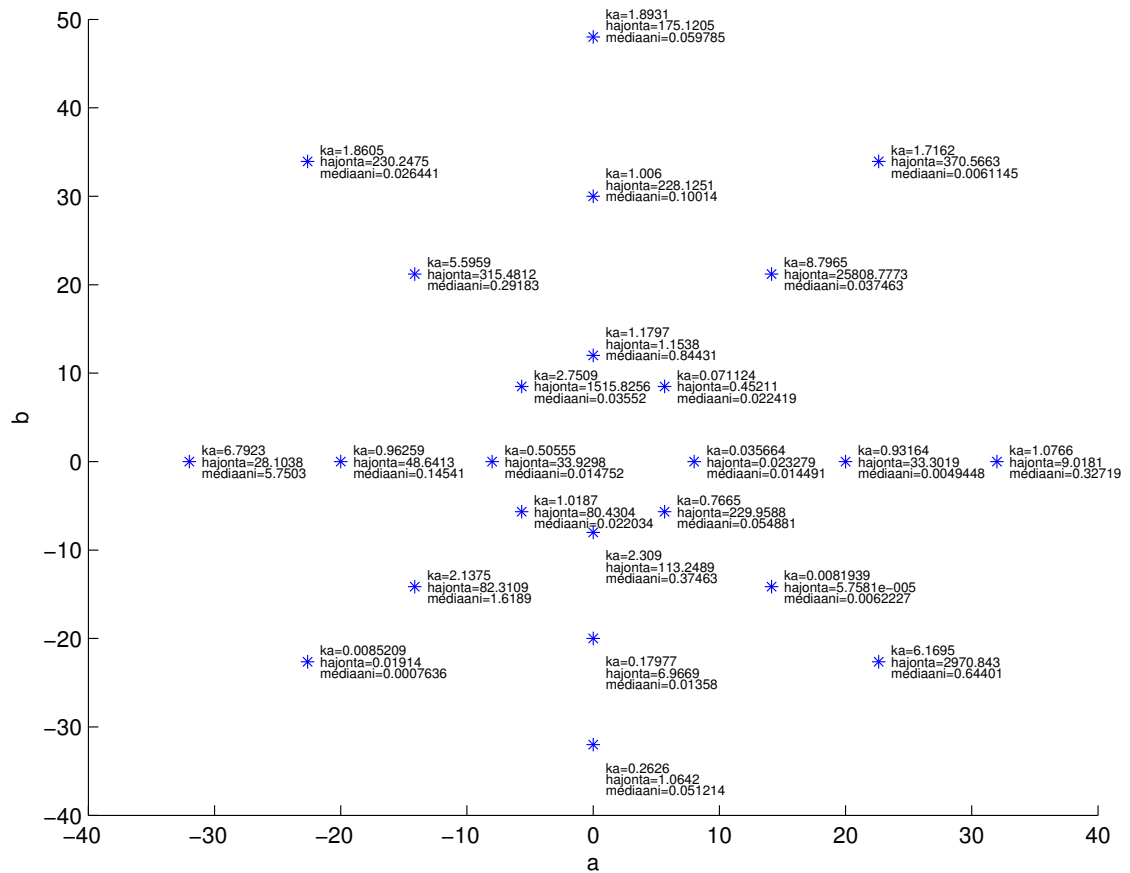


Kuva 30. Spektrieroja on verrattu *CIEDE2000*-värieron eri puolilla *Lab*-avaruutta. L on 50. Tulokset on ilmoitettu absoluuttisen virheen keskiarvoina, hajontoina ja mediaaneina.

4.2.4 Testi 4: Vastaaminen *CIEDE2000*-värieron kanssa suurilla värieroilla

Neljännessä testissä testataan edelleen, miten spektrierot vastaavat *CIEDE2000*-värieroa. Edellisestä testistä poiketen testissä lasketaan suuria värieroja, jotka ovat välillä 10-20 ΔE_{00} -yksikköä. Testi tehdään, jotta nähdään miten menetelmä toimii *CIEDE2000*-värieroa vastaavasti hieman suuremmilla värieroilla, joihin *CIEDE2000*:ia ei ole suunniteltu. Testiin luodaan neljä tunnettujen spektrien joukkoa eri puolille *Lab*-avaruutta. Eri joukoille lasketaan laskentaparametrit, luodaan testispektrit ja lasketaan spektrien erot, joita verrataan *CIEDE2000*-värieron. *CIEDE2000*:n laskemiseksi testispektrit muunnetaan *Lab*-muotoon.

Testiin poimittiin tunnettujen spektrien joukot Munsellin spektreistä *Lab*-avaruudessa osoittamalla jokaiselle joukolle alueen keskipiste, josta jokaiselle joukolle poimittiin säteeltään

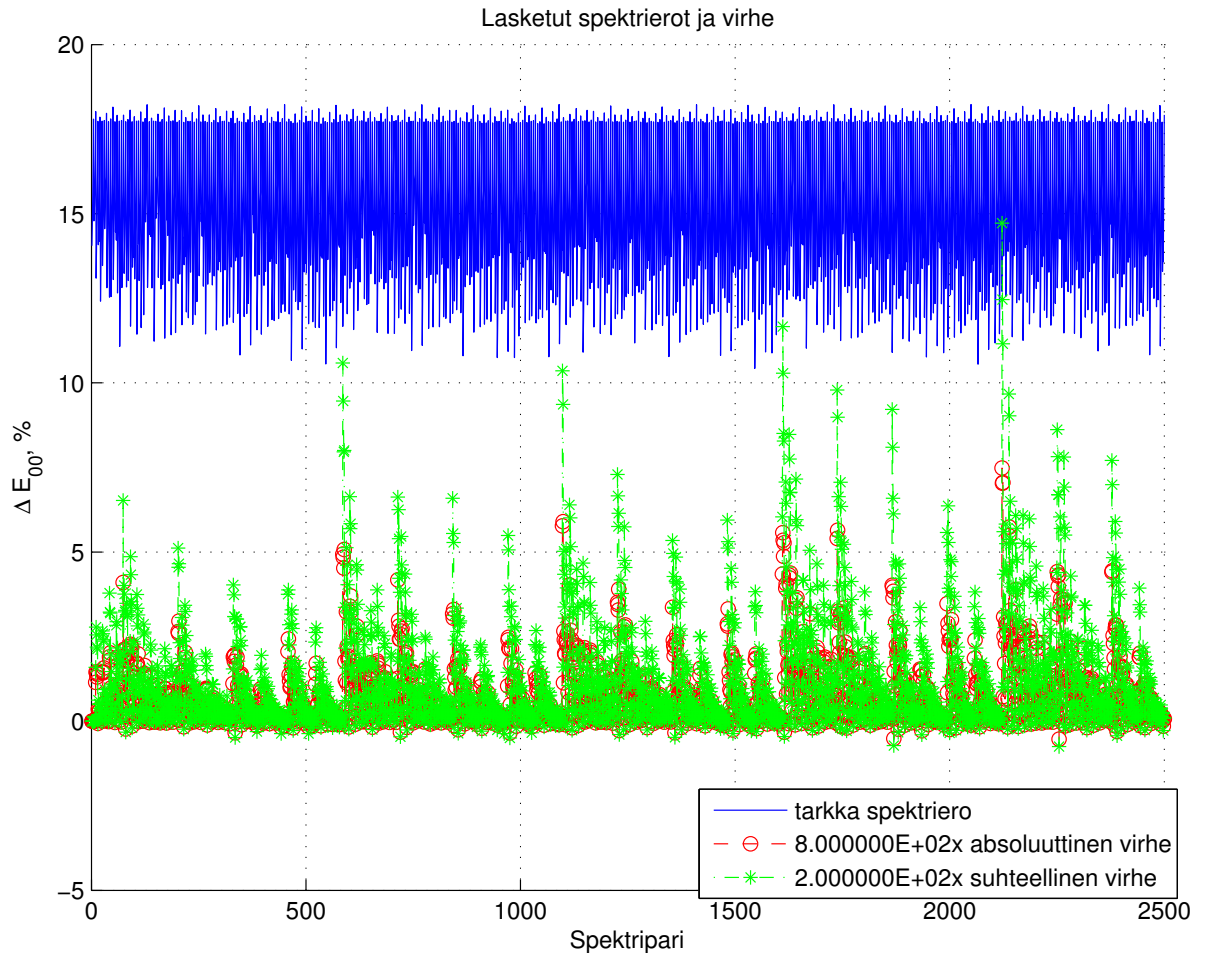


Kuva 31. Spektrieroja on verrattu *CIEDE2000*-värieroon eri puolilla *Lab*-avaruutta. *L* on 70. Tulokset on ilmoitettu absoluuttisen virheen keskiarvoina, hajontoina ja mediaaneina.

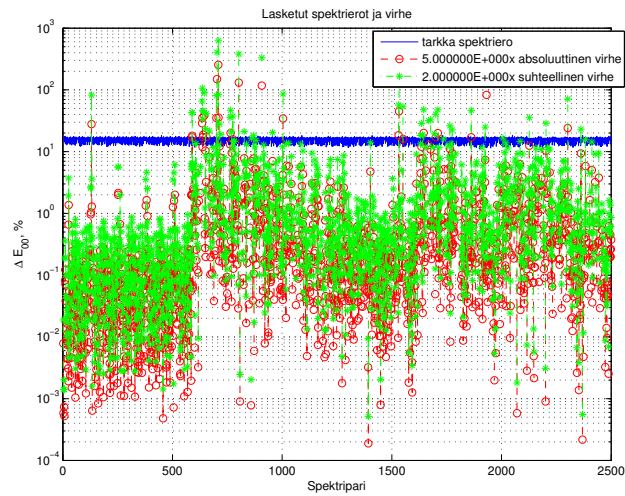
30 ΔE_{00} -yksikköä olevan pallon sisältä kaksi sopivaa spektriryhmää siten, että ensimmäisen ryhmän jokaisen spektriä vastaavan *Lab*-arvon *CIEDE2000*-ero oli 10-20 yksikköä. Joukkojen alueiden keskipisteet olivat samat kuin edellisessä testissä eli testattavia alueita oli neljä kappaletta. Testiin luotiin testispektrit määrittämällä eri testijoukoissa testispektrit mallin sisäisinä sekoitusparametreina. Ensimmäiseen ryhmään testispektrit on luotava siten, että ne ovat mallin sisällä luotavia spektrejä. Mallin sisäiset sekoitusparametrit ensimmäisen ryhmän spektreille ja toisen ryhmän spektreille olivat samat kuin edellisessä testissä. Molempiin ryhmiin testispektrejä syntyi siis 2500 kappaletta, joista muodostettiin pareja. Tosin kahdessa testijoukossa jouduttiin rajaamaan osa testipareista pois, koska niiden *CIEDE2000*-väriero ei sopinut testissä vaadittuun 10-20 alueelle.

Tulokset esitetään neljässä kuvassa 32-35, joissa jokaisessa on eri testijoukon tulokset samassa järjestyksessä kuin joukot lueteltiin aiemmin. Kuvissa sininen käyrä esittää lasket-

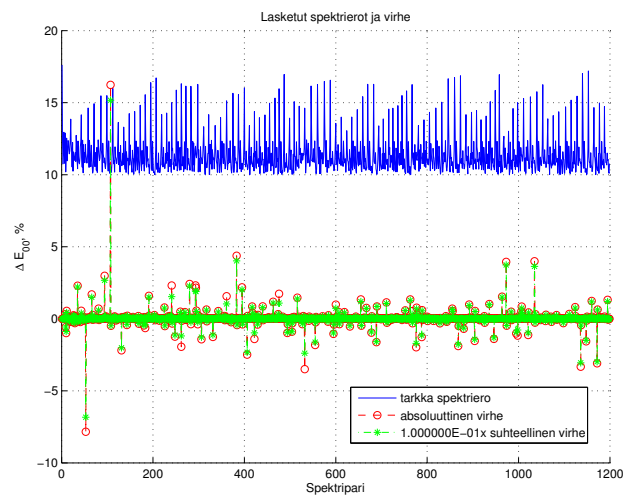
tua *CIEDE2000*-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa.



Kuva 32. Spektrieroja on verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Sininen käyrä esittää laskettua *CIEDE2000*-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa. Virheet on skaalattu kuvaan kertomalla kaikki absoluuttisen ja suhteellisen virheen arvot 10^2 :lla, jotta maksimivirheet erottuvat. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; 4,84; -4,94) ympäristöön. Virheiden keskiarvo oli 0,00, mediaani 0,00 ja hajonta 0,00.

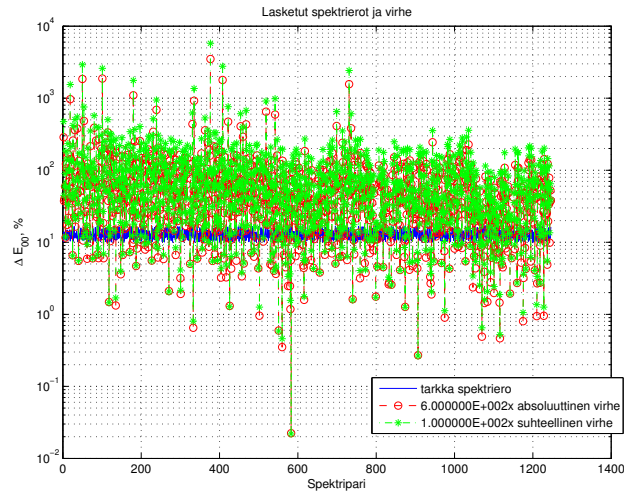


Kuva 33. Spektrieroja on verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Sininen käyrä esittää laskettua *CIEDE2000*-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa. Virheet on skaalattu kuvaan kertomalla kaikki absoluuttisen virheen arvot 5:lla ja suhteellisen virheen arvot 2:lla, jotta maksimivirheet erottuvat. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; 6, 22; 9, 39) ympäristöön. Virheiden keskiarvo oli 0,38, mediaani 0,04 ja hajonta 11,0.



Kuva 34. Spektrieroja on verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Sininen käyrä esittää laskettua *CIEDE2000*-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa. Virheet on skaalattu kuvaan kertomalla kaikki suhteellisen virheen arvot 10^{-1} :lla, jotta maksimivirheet erottuvat. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; -6, 77; 8, 98) ympäristöön. Virheiden keskiarvo oli 0,15, mediaani 0,02 ja hajonta 0,44. Tuloksiin kelpuutettiin vain 1199 spektriparia 2500:sta, koska osan spektriparien *CIEDE2000*-väriero ei sattunut testissä vaadittuun 10-20 välille.

Tuloksista havaitaan laskentavirheiden olevan edelleen enimmäkseen riittävän pieniä, kuten pienien värieröjen testissäkin, eikä ihmissilmä niitä havaitse. Virheet ovat yksittäisiä



Kuva 35. Spektrieroja on verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Sininen käyrä esittää laskettua *CIEDE2000*-värieroa, johon menetelmällä laskettua spektrieroa verrataan. Punainen käyrä esittää absoluuttista virhettä ΔE_{00} -yksiköissä ja vihreä käyrä suhteellista virhettä prosenteissa. Virheet on skaalattu kuvaan kertomalla kaikki absoluuttisen virheen arvot $6 \cdot 10^2$:lla ja suhteellisen virheen arvot 10^2 :lla, jotta maksimivirheet erottuvat. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; -5, 94; -5, 35) ympäristöön. Virheiden keskiarvo oli 0,18, mediaani 0,68 ja hajonta 1,32. Tuloksiin kelpuutettiin vain 1246 spektriparia 2500:sta, koska osan spektriparien *CIEDE2000*-väriero ei sattunut testissä vaadittuun 10-20 välille.

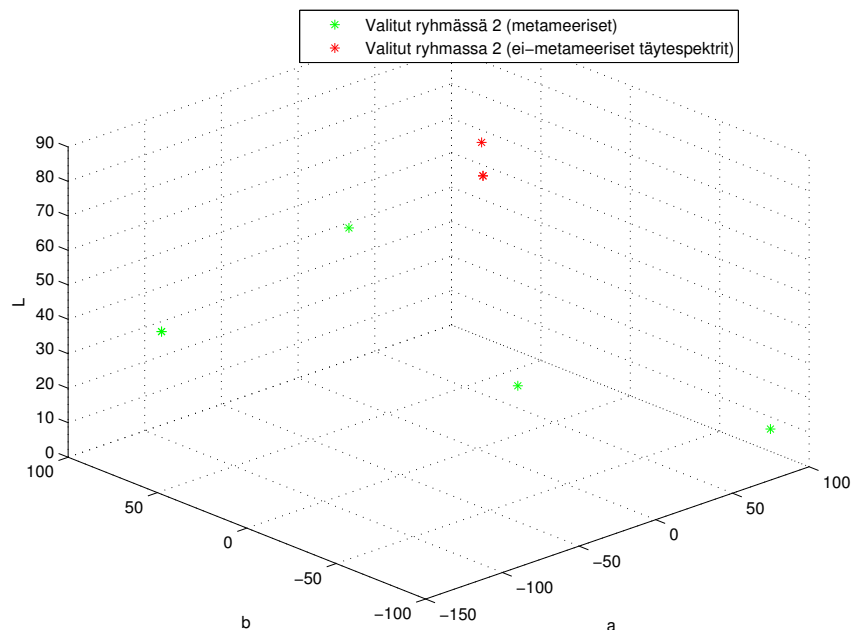
piikkejä ja ovat suuruudeltaan huomattavan isoja, mutta ei niin isoja kuin pienien värierojen testissä. Tämä näkyy kuvaajasta. Pienien värierojen testistä poiketen hajonnat olivat luokkaa pienempiä rajoittuen n. 11 *CIEDE2000*-yksikköön. Testi osoittaa siis, että menetelmä vastaa pääosalle spektrieroista täydellisesti *CIEDE2000*-värieroa ja pienelle vähemmistölle huonosti. Virheet johtuvat kielletystä tilasta lausekkeessa 108. Täytyy kuitenkin huomata, että *CIEDE2000*-itsessään ei vastaa hyvin suurilla värieroilla, koska se on suunniteltu vain pienille värieroille.

4.2.5 Testi 5: Metameeristen spektriparien erojen testaaminen

Viidennessä testissä testataan, eroavatko spektrierot *CIEDE2000*-värieroista metameerisillä spektreillä. Metameerisillä spektreillä *CIEDE2000*-väriero näyttää nolaa ja spektrijä vastaavat värit näyttävät olevan samanväriset, vaikka spektrit kuitenkin ovat erilaiset. Testi tehdään, koska halutaan tietää, vastaako menetelmällä lasketut spektrierot *CIEDE2000*-värieroa myös metameerisillä spektreillä, vai näyttävätkö ne nolasta poik-

keavan arvon, joka viittaisi spektrieroon *CIEDE*2000-värieron sijasta.

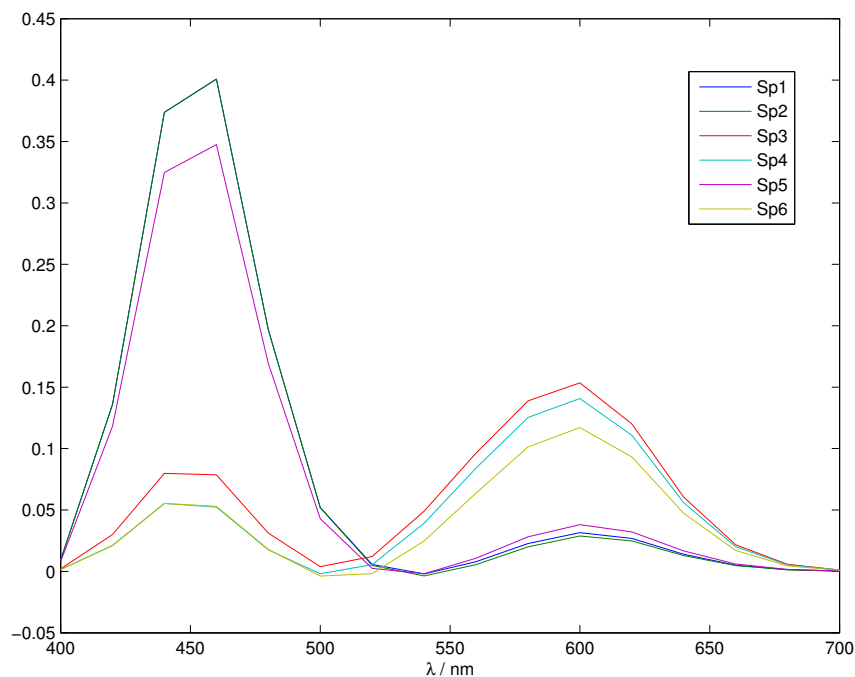
Testiin luotiin tunnettujen spektrien joukko toiseen ryhmään **A**-matriisin sarakkeista, joka esiteltiin lausekkeessa 61. **A**-matriisin kaikki sarakkeet ovat metameerisia spektrejä ja niistä sekoitetut spektrit ovat myös metameerisia. **A**-matriisi luotiin 400-700nm välillä käyttäen askelvälinä 20 nm:ä. Havaintisijana käytettiin CIE 1931 standardia havaintisijaa ja valonlähteenä käytettiin D65:tä. **A**-matriisista tunnettuja spektrejä otettiin testiin neljä kappaletta ja täydennettiin kahdella Munsellin spektrillä, joilla poistettiin singulaarisuutta, joka johtuu siitä, että **A**-matriisin determinantti on nolla. Barysentrisiä koordinaatteja ei voinut muuten laskea testispektreille tunnettujen spektrien mukaan ilman Munsellin spektrien täydennystä. Kuvassa 36 on valitut tunnetut spektrit toiseen ryhmään.



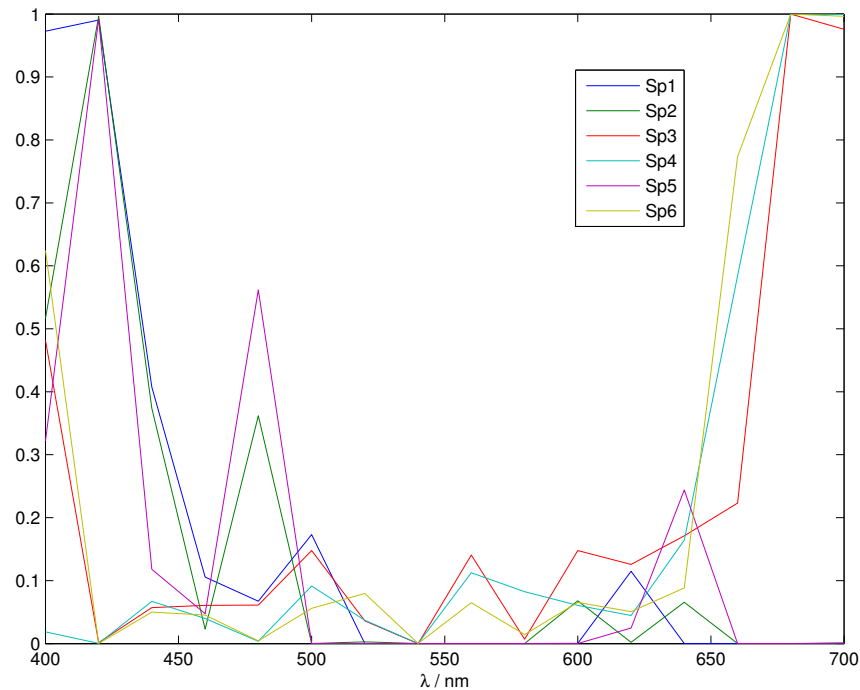
Kuva 36. Toiseen ryhmään valittiin tunnettuja spektrejä neljä kappaletta **A**-matriisin sarakkeista, jotka on merkitty kuvaajaan vihreällä täplällä. Jotta joukosta voidaan määrittää barysentrisiä koordinaatteja, joukkoon lisättiin kaksi kappaletta täytespektrejä Munsellin spektrijoukosta, jotka on merkitty kuvaajaan punaisella täplällä.

Testiin luotiin toisilleen metameerisia spektripareja kuusi kappaletta, jotka toteuttavat metameerisuuden ehdot, jotka esitettiin kappaleessa 2.4.1. Toiseen ryhmään testispektrit muodostettiin sekoittamalla vain neljää tunnettua spektriä, jotka poimittiin **A**-matriisin sarakkeista. Kaksi kappaletta Munsellin spektrejä olivat vain täydennyksenä, eivätkä vai-

kuttaneet testispektreihin millään tavalla. Barysentrisiä koordinaatteja määritettäessäkin täytespektrien osuus oli nolla. Toisen ryhmän testispektreille muodostettiin metameeriset vastineet siten, että ehdot lausekkeissa 61 ja 62 täyttyvät. Metameeristen vastineiden generoimiseen käytettiin itsekehitettyä yhtälöryhmän ratkaisijaa, joka löytää äärettömän monista ratkaisuista erään, joka toteuttaa ehdot. Kaikille metameerisille spektreille ehdot täyttävää vastinetta ei kuitenkaan voinut generoida, sillä ne eivät toteuttaneet ehtoja lausekkeessa 62. Vain sellaiset spektriparit, joissa ehdot täyttyivät, otettiin mukaan testiin. Metameerisista spektreistä ja niiden metameerisistä vastineista muodostettiin spektripareja, joiden välillä spektrierot laskettiin. Metameeriset vastineet ovat testispektrejä ensimmäisessä ryhmässä ja toimivat samalla myös ensimmäisen ryhmän tunnettuina spektreinä. Toisen ryhmän metameeriset testispektrit ovat kuvassa 37 ja niiden metameeriset vastineet kuvassa 38.



Kuva 37. Toiseen ryhmään muodostetut metameeriset testispektrit, jotka saatiin sekoittamalla toisen ryhmän neljää tunnettua spektriä, jotka otettiin **A**-matriisin sarakeista.



Kuva 38. Ensimmäiseen ryhmään muodostetut metameeriset testispektrit, jotka saatiin generoimalla toisen ryhmän metameerisista testispektreistä metameeriset vastineet. Spektrit täyttävät ehdot metameerisille spektreille, jotka esiteltiin kappaleessa 2.4.1.

Tulokset esitetään taulukossa 8. Riveillä ilmoitetaan jokaista spektriparia kohti menetelmällä laskettu spektriero, *CIEDE2000*-väriero vertailua varten, perusspektrien (fundamental spectra) ja metameerinen mustalle -spektrien (metameric black spectra) ero. Kaksi jälkimmäistä eroa on laskettu euklidisesti ja ilmaisevat, kuinka metameerisia spektrit ovat. Spektrit ovat metameerisia toisilleen, kun niillä on samanlaiset perusspektrit, mutta erilaiset metameerinen mustalle -spektrit.

Tuloksista havaitaan, ettei spektrieromittari näytä metameerisille spektreille samaa arvoa kuin *CIEDE2000*-väriero. Metameerisille spektreille *CIEDE2000*-väriero näyttää lähelle nollaa, niin kuin nähdään testispektripareissa 3-6. Spektripareissa 1 ja 2 perusspektrit eivät ole niin samanlaiset eikä spektrit niin metameeriset, joten *CIEDE2000*-väriero poikkeaa enemmän nolasta ja spektrieromittarin laskema ero on lähempänä *CIEDE2000*-värieroa. Spektrieromittari näyttää huomattavasti suurempia arvoja kuin *CIEDE2000* kaikille spektripareille, koska spektreissä on eroa, vaikka näyttävätkin samanvärisiltä. Spektrieromittarin laskema ero näyttää olevan suoraan verrannollinen metameerinen mustalle -spektrien eroon, mikä osoittaa selvästi, että spektrieromittari toimii. Se siis todella

Taulukko 8. Metameeristen spektrien testin tulokset. Spektrieroa ΔE_i on verrattu *CIEDE2000*-värieroon ΔE_{00} . Rivien kaksi viimeistä eroarvoa ilmaisevat, kuinka metameerisia spektrit ovat toisilleen. Spektrit ovat sitä metameerisimpiä toisilleen, mitä pienempi on niiden perusspektrien ero $\Delta(\beta_{F_1}, \beta_{F_2})$, mutta metameerinen mustalle -spektrien ero $\Delta(\beta_{B_1}, \beta_{B_2})$ on nolasta poikkeava.

Spektripari	ΔE_{00}	ΔE_i	$\Delta(\beta_{F_1}, \beta_{F_2})$	$\Delta(\beta_{B_1}, \beta_{B_2})$
1	3.02e+00	7.08e+00	3.34e-02	1.34e+00
2	3.05e+00	6.56e+00	3.92e-02	1.08e+00
3	4.95e-01	1.39e+01	5.21e-17	1.51e+00
4	2.37e-01	1.91e+01	6.86e-17	1.53e+00
5	5.46e-01	2.15e+00	6.04e-03	1.10e+00
6	6.78e-01	1.98e+01	3.00e-17	1.72e+00

laskee spektrieron, vaikka onkin suunniteltu näyttämään *CIEDE2000*-värieroa.

4.2.6 Testi 6: Eromittarin vertaaminen muihin spektrieromittareihin

Kuudennessa testissä testataan, miten muutamat olemassa olevat spektrieromittarit vastaavat *CIEDE2000*-värieroa. Vertailuun otetaan RMS, WRMS, SID, SAM ja Viggianon SCI. Testi tehdään, koska halutaan tietää, kuinka hyvin menetelmällä lasketut spektrierot vastaavat *CIEDE2000*-värieroa verrattuna muihin spektrieromittareihin. Testissä lasketaan pieniä värieroja, jotka ovat välillä 0-10 ΔE_{00} -yksikköä ja suuria värieroja, jotka ovat välillä 10-20 ΔE_{00} -yksikköä. Molemmille erojen suuruusluokalle testiin luodaan neljä tunnettujen spektrien joukkoa eri puolille *Lab*-avaruutta. Testissä käytetään pienille eroille samoja testispektrejä kuin testissä 3 ja suurille eroille samoja testispektrejä kuin testissä 4.

Tulokset esitetään kahdeksassa taulukoissa 9-16, joissa jokaisessa on eri testijoukon tulokset samassa järjestyksessä kuin ne olivat testeissä 3 ja 4. Taulukot vuorottelevat siten, että pienien värierojen tuloksia seuraa aina vastaavan alueen suuret värierot. Taulukoissa ilmoitetaan virheiden keskiarvo, mediaani, hajonta ja laskettujen spektrierojen lukumäärä, kun testispektripareja on jokaisessa testijoukoissa 2500 kappaletta. Tuloksissa esitetään myös vertailun vuoksi testeissä 3 ja 4 saadut tulokset koskien kehitettyä spektrieromittaria.

Taulukko 9. Spektrieroja on laskettu eri mittareilla ja verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Testissä lasketut spektrierot olivat pieniä välillä 0-10 ΔE_{00} -yksikköä. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; 4, 84; -4, 94) ympäristöön.

Käytetty mittari	Lasketut spektrierot	Keskiarvo	Mediaani	Hajonta
ΔE_i	2500	2.09e+00	8.35e-03	3.37e+03
RMS	2500	2.51e+00	2.33e+00	1.87e+00
WRMS	2500	2.50e+00	2.32e+00	1.85e+00
SAM	2500	2.47e+00	2.30e+00	1.82e+00
SID	2500	2.52e+00	2.34e+00	1.87e+00
Viggianon SCI	2500	2.51e+00	2.33e+00	1.88e+00

Taulukko 10. Spektrieroja on laskettu eri mittareilla ja verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Testissä lasketut spektrierot olivat suuria välillä 10-20 ΔE_{00} -yksikköä. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; 4, 84; -4, 94) ympäristöön.

Käytetty mittari	Lasketut spektrierot	Keskiarvo	Mediaani	Hajonta
ΔE_i	2500	8.76e-04	4.46e-04	1.23e-06
RMS	2500	1.47e+01	1.45e+01	3.71e+00
WRMS	2500	1.46e+01	1.43e+01	3.50e+00
SAM	2500	1.48e+01	1.44e+01	3.92e+00
SID	2500	1.48e+01	1.45e+01	3.81e+00
Viggianon SCI	2500	1.49e+01	1.46e+01	3.79e+00

Taulukko 11. Spektrieroja on laskettu eri mittareilla ja verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Testissä lasketut spektrierot olivat pieniä välillä 0-10 ΔE_{00} -yksikköä. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; 6, 22; 9, 39) ympäristöön.

Käytetty mittari	Lasketut spektrierot	Keskiarvo	Mediaani	Hajonta
ΔE_i	2500	7.33e-01	2.15e-02	2.70e+01
RMS	2500	4.45e+00	4.25e+00	2.41e+00
WRMS	2500	4.42e+00	4.22e+00	2.38e+00
SAM	2500	4.41e+00	4.20e+00	2.38e+00
SID	2500	4.46e+00	4.25e+00	2.42e+00
Viggianon SCI	2500	4.46e+00	4.25e+00	2.42e+00

Tuloksista havaitaan muiden mittareiden laskentavirheiden käyttäytyvän lähes samanlaisesti eri mittareiden välillä. Laskentavirheet ovat tasaisempia eri spektriparien välillä, jos verrataan ΔE_i -mittarin laskentavirheisiin, jonka laskentavirheissä esiintyy suuria yksittäisiä piikkejä. Muiden mittareiden laskentavirheiden hajonta jää laskentajoukosta riippuen vain 1,7 ja 3,9 ΔE_{00} -yksikön välille. Muiden mittareiden laskentavirheiden kes-

Taulukko 12. Spektrieroja on laskettu eri mittareilla ja verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Testissä lasketut spektrierot olivat suuria välillä 10-20 ΔE_{00} -yksikköä. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; 6, 22; 9, 39) ympäristöön.

Käytetty mittari	Lasketut spektrierot	Keskiarvo	Mediaani	Hajonta
ΔE_i	2500	3.80e-01	3.71e-02	1.10e+01
RMS	2500	1.50e+01	1.50e+01	2.25e+00
WRMS	2500	1.49e+01	1.49e+01	2.23e+00
SAM	2500	1.50e+01	1.50e+01	2.26e+00
SID	2500	1.51e+01	1.51e+01	2.28e+00
Viggianon SCI	2500	1.45e+01	1.46e+01	2.14e+00

Taulukko 13. Spektrieroja on laskettu eri mittareilla ja verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Testissä lasketut spektrierot olivat pieniä välillä 0-10 ΔE_{00} -yksikköä. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; -6, 77; 8, 98) ympäristöön.

Käytetty mittari	Lasketut spektrierot	Keskiarvo	Mediaani	Hajonta
ΔE_i	2500	6.81e-01	6.13e-02	1.27e+01
RMS	2500	3.35e+00	3.12e+00	3.02e+00
WRMS	2500	3.33e+00	3.10e+00	3.00e+00
SAM	2500	3.29e+00	3.07e+00	2.93e+00
SID	2500	3.35e+00	3.12e+00	3.02e+00
Viggianon SCI	2500	2.79e+00	2.54e+00	3.10e+00

Taulukko 14. Spektrieroja on laskettu eri mittareilla ja verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Testissä lasketut spektrierot olivat suuria välillä 10-20 ΔE_{00} -yksikköä. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; -6, 77; 8, 98) ympäristöön. Tuloksiin kelpuutettiin vain 1199 spektriparia 2500:sta, koska osan spektriparien *CIEDE2000*-väriero ei ollut testissä vaaditun 10-20 välillä.

Käytetty mittari	Lasketut spektrierot	Keskiarvo	Mediaani	Hajonta
ΔE_i	1199	1.52e-01	1.65e-02	4.36e-01
RMS	1199	1.13e+01	1.09e+01	1.75e+00
WRMS	1199	1.12e+01	1.09e+01	1.73e+00
SAM	1199	1.12e+01	1.08e+01	1.76e+00
SID	1199	1.13e+01	1.10e+01	1.74e+00
Viggianon SCI	1199	1.08e+01	1.04e+01	1.86e+00

kiarvo vaihtelee eri laskentajoukoissa 2,5 ja 15 ΔE_{00} -yksikön välillä. Tämän suuruiset laskentavirheet voidaan jo havaita ihmisen silmällä. Voidaan siis päätellä, että valtaosalle spektrieroille ΔE_i -mittari vastaa paremmin *CIEDE2000*-värieroa kuin muut testatut

Taulukko 15. Spektrieroja on laskettu eri mittareilla ja verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Testissä lasketut spektrierot olivat pieniä välillä 0-10 ΔE_{00} -yksikköä. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; -5, 94; -5, 35) ympäristöön.

Käytetty mittari	Lasketut spektrierot	Keskiarvo	Mediaani	Hajonta
ΔE_i	2500	4.78e-01	2.61e-02	1.65e+01
RMS	2500	4.67e+00	4.63e+00	2.10e+00
WRMS	2500	4.62e+00	4.59e+00	2.03e+00
SAM	2500	4.63e+00	4.56e+00	2.15e+00
SID	2500	4.69e+00	4.64e+00	2.14e+00
Viggianon SCI	2500	4.68e+00	4.64e+00	2.14e+00

Taulukko 16. Spektrieroja on laskettu eri mittareilla ja verrattu *CIEDE2000*-värieroon. Testissä lasketut spektrierot olivat suuria välillä 10-20 ΔE_{00} -yksikköä. Testijoukko luotiin *Lab*-avaruudessa pisteen (50; -5, 94; -5, 35) ympäristöön. Tuloksiin kelpuutettiin vain 1246 spektriparia 2500:sta, koska osan spektriparien *CIEDE2000*-väriero ei ollut testissä vaaditun 10-20 välillä.

Käytetty mittari	Lasketut spektrierot	Keskiarvo	Mediaani	Hajonta
ΔE_i	1246	1.83e-01	6.82e-02	1.32e+00
RMS	1246	1.27e+01	1.22e+01	3.70e+00
WRMS	1246	1.26e+01	1.22e+01	3.67e+00
SAM	1246	1.26e+01	1.22e+01	3.59e+00
SID	1246	1.27e+01	1.23e+01	3.69e+00
Viggianon SCI	1246	1.28e+01	1.23e+01	3.75e+00

mittarit. Testi osoittaa siis, että kannattaa käyttää spektrierojen laskentaan ΔE_i -mittaria, kun halutaan tulosten vastaavan *CIEDE2000*-värieroa.

4.2.7 Testi 7: Eromittari MRA-menetelmässä

Viimeisessä testissä spektrieromittaria testataan MRA-menetelmässä (multiple regression approximation) [26], joka estimoi 3-uloitteista *Lab*-väriarvoa vastaavan korkeampi-uloitteisen spektrin. Estimoitu spektri ei ole täysin alkuperäistä vastaava. Kun alkuperäinen spektri on olemassa, voidaan alkuperäisen spektrin ja estimoidun välinen ero eli virheellisyys laskea spektrieromittarilla. MRA-menetelmä perustuu olemassa olevaan spektrijoukkoon, joista on muodostettu vastaavat *Lab*-arvot. Joukkoa kutsutaan opetusjoukoksi. Opetusjoukon *Lab*-arvoista muodostetaan matriisi V , jonka rivit koostuvat peruster-

meistä ja korkea-asteisemmista termeistä kolmanteen asteeseen asti.

$$V = |1, L, a, b, L \times L, L \times a, L \times b, a \times a, a \times b, b \times b, \dots|, \quad (113)$$

jossa on näkyvillä termit toisen asteen termeihin asti. Estimointimatriisi G muodostetaan

$$G = R^T V (V^T V)^{-1}, \quad (114)$$

missä jokainen sarake R :ssä koostuu spektristä, jota vastaavan Lab :n termit ovat kyseisellä rivillä V :ssä. Muunnettavat Lab -värit laitetaan matriisiin v riveittäin. Muunnoksena saadaan spektrit \hat{r} :n sarakkeisiin lausekkeella

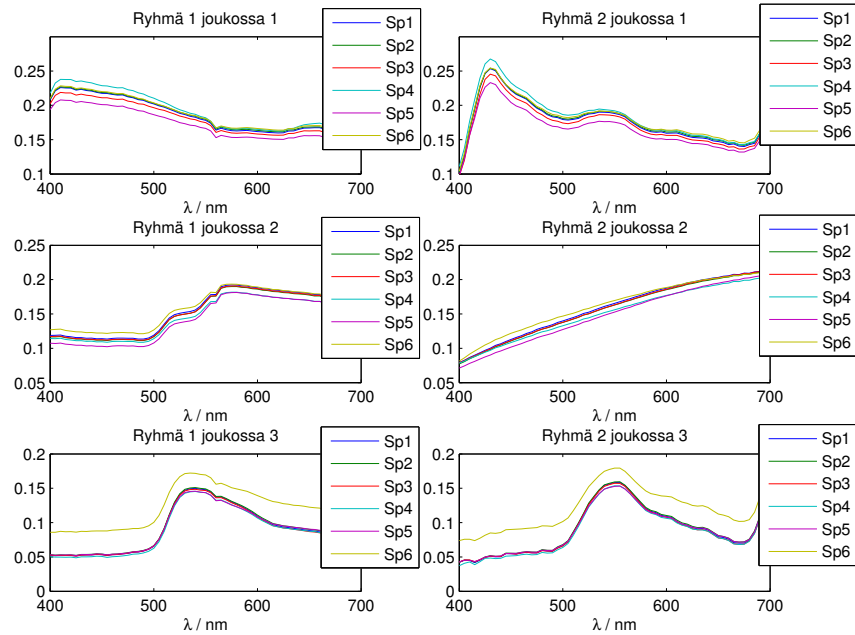
$$\hat{r} = G v^T = R^T V (V^T V)^{-1} v^T. \quad (115)$$

Negatiiviset arvot \hat{r} asetetaan nolliksi, jotta spektristä tulee reaalinen. K-means klusteroinnilla parannetaan MRA:n laatua. Klusterointi muodostaa opetusjoukosta erilliset klusterit, joilla jokaisella on omat estimointimatriisit G . Lab -värin muunnos spektriä tehdään käyttäen sen klusterin G -matriisia, johon Lab -väri kuuluu. Muunnoksen laatua voidaan mitata muuntamalla muunnettu spektri Lab -muotoon ja laskea $CIEDE2000$ -väriero alkuperäisen spektrin Lab -muodon kanssa. Mutta väriero ei kerro kaikkea spektrien erosta ja sen takia halutaan testata spektrieromittaria laskemaan ero suoraan alkuperäisen spektrin ja estimoidun välillä.

Testiin otettiin testispektrit Itä-Suomen yliopiston spektritietokannan spektreistä [27], joista mukaan otettiin spektrit tyypeistä Forest colors, Artificial lights, Candy colors, Daylight spectra ja Lumber spectra. Testiin poimittiin tunnettujen spektrien joukot toiseen ryhmään osoittamalla Lab -avaruudessa jokaiselle joukolle alueen keskipiste, josta jokaiselle joukolle poimittiin säteeltään $10 \Delta E_{00}$ -yksikköä olevan pallon sisältä kuusi spektriä toisen ryhmän tunnetuiksi spektreiksi. Joukkojen alueiden keskipisteet olivat Lab -

koordinaatteina $(50; -0,06; -13,49)$, $(50; 4,55; 12,97)$ ja $(50; -9,97; 21,89)$. Testiin luotiin testispektrit toiseen ryhmään määrittämällä eri testijoukoissa testispektrit mallin sisäisinä sekoitusparametreina. Mallin sisäiset sekoitusparametrit toisen ryhmän spektreille annettiin $(0,06; 0; 0; 0; 0)$, $(0,12; 0; 0; 0; 0)$, $(0; 0,18; 0; 0; 0)$, $(0; 0; 0,24; 0; 0)$, $(0; 0; 0; 0,30; 0)$ ja $(0; 0; 0; 0; 0,36)$. Testispektrejä syntyi toiseen ryhmään kolmeen testijoukkoon yhteensä siis 18 kappaletta. Ensimmäiseen ryhmään testispektrit luotiin muuntamalla toisen ryhmän testispektrien *Lab*-arvoista niiden spektriestimaatit MRA-muunnoksella. MRA:n opetusjoukkona käytettiin Munsellin spektrejä [20]. MRA:n klusterointina käytettiin MRA:a käsittelevässä dokumentissa [26] luotua klusterointia, jossa klusterointi tehtiin erikseen käyttäen matriisissa V korkeimpina termeinä 2- ja 3-asteisia termejä. Muunnokset tehtiin käyttäen erikseen molempia klusterointeja ja muunnoksista valittiin parempi, joka on lähempänä alkuperäistä. Valinta tehtiin muuntamalla spektrin estimaatti *Lab*-avaruuteen ja vertaamalla *CIEDE2000*-värieroa alkuperäisen *Lab*:n kanssa. Ensimmäisen ryhmän testispektrit toimivat samalla tunnettuina spektreinä. Barysentrinen koordinaattien määrittämiseen ensimmäisen ryhmän spektrit ovat omissa joukoissaan kuitenkin liian samanlaisia ja sen takia ensimmäisen ryhmän spektrien paikkaa tunnettujen spektrien joukoissa on sekoitettu siten, että spektrin joukko vaihtui toiseen. Spektrierot laskettiin kuitenkin alkuperäisen spektrin ja vastaavan MRA-muunnoksen välillä. Testispektrit on näytetty kuvassa 39.

Näyttää siltä, että kuvassa 39 etenkin joukon 2 testispektrit eroavat ensimmäisen ja toisen ryhmän välillä. Myös joukot 1 ja 3 eroavat. Tulokset esitetään taulukoissa 17-19, joissa on tulokset testijoukoista 1-3. Riveillä ilmoitetaan jokaista spektriparia kohti menetelmällä laskettu spektriero, *CIEDE2000*-väriero ja euklidinen ero vertailua varten, MRA-muunnoksessa käytetty V -matriisin termien korkein ulottuvuus ja muunnoksessa käytetty klusteri. *CIEDE2000*-väriero on laskettu muuntamalla spektriestimaatti *Lab*-avaruuteen ja euklidinen ero on laskettu suoraan spektreistä.



Kuva 39. Testispektrit luotiin toiseen ryhmään mallin sisäisinä sekoitusparametreina. Testijoukkoja oli kolme kappaletta. Ensimmäiseen ryhmään testispektrit luotiin toisen ryhmän testispektreistä MRA-muunnoksella. Ensimmäisen ryhmän testispektrit toimivat samalla myös tunnettuina spektreinä.

Taulukko 17. MRA-muunnetun spektrin vertaaminen alkuperäiseen testin tulokset testijoukossa 1. Spektrieroa ΔE_i on verrattu *CIEDE2000*-värieroon ΔE_{00} ja euklidiseen eroon ED . Rivien kaksi viimeistä eroarvoa kertovat MRA-muunnoksessa käytetyn V -matriisin termien korkeimman asteen ja muunnoksessa käytetyn klusterin.

Spektripari	ΔE_i	ΔE_{00}	ED	V :n korkein termi	klusteri
1	3.08e-01	1.34e-10	1.98e-01	3	11
2	4.21e-01	1.32e-10	1.98e-01	3	11
3	3.04e-01	1.34e-10	1.97e-01	3	11
4	8.40e-02	1.38e-10	2.03e-01	3	11
5	3.83e-01	1.39e-10	1.77e-01	3	11
6	1.69e-01	1.30e-10	1.92e-01	3	11

Tuloksista havaitaan, että alkuperäiset ja MRA:lla muunnetut spektrit eroavat selvästi havaiten toisistaan, mutta *CIEDE2000*-värieron näyttää lähelle nollaa. Sen sijaan spektrieromittari näyttää suuruusluokaltaan kahdeksasta kymmeneen dekadia suurempaa arvoa ja samaa suuruusluokkaa näyttää myös euklidinen ero. MRA-muunnoksissa tarkempi muunnos on syntynyt kaikissa tapauksissa käyttäen V -matriisissa korkeimpana terminä kolmatta ulottuvuutta. Testi osoittaa, että spektrieromittari antaa *CIEDE2000*:een ver-

Taulukko 18. MRA-muunnetun spektrin vertaaminen alkuperäiseen testin tulokset testijoukossa 2. Spektrieroa ΔE_i on verrattu *CIEDE*2000-värieroon ΔE_{00} ja euklidiseen eroon *ED*. Rivien kaksi viimeistä eroarvoa kertovat MRA-muunnoksessa käytetyn *V*-matriisin termien korkeimman asteen ja muunnoksessa käytetyn klusterin.

Spektripari	ΔE_i	ΔE_{00}	<i>ED</i>	<i>V</i> :n korkein termi	klusteri
1	4.68e-01	2.76e-10	1.52e-01	3	3
2	6.42e-01	2.75e-10	1.53e-01	3	3
3	3.49e-01	2.76e-10	1.53e-01	3	3
4	1.24e-01	2.74e-10	1.45e-01	3	3
5	5.54e-01	2.72e-10	1.55e-01	3	3
6	2.41e-01	2.78e-10	1.49e-01	3	3

Taulukko 19. MRA-muunnetun spektrin vertaaminen alkuperäiseen testin tulokset testijoukossa 3. Spektrieroa ΔE_i on verrattu *CIEDE*2000-värieroon ΔE_{00} ja euklidiseen eroon *ED*. Rivien kaksi viimeistä eroarvoa kertovat MRA-muunnoksessa käytetyn *V*-matriisin termien korkeimman asteen ja muunnoksessa käytetyn klusterin.

Spektripari	ΔE_i	ΔE_{00}	<i>ED</i>	<i>V</i> :n korkein termi	klusteri
1	3.02e-01	1.91e-10	1.29e-01	3	3
2	4.12e-01	1.92e-10	1.29e-01	3	3
3	1.14e-01	1.90e-10	1.28e-01	3	3
4	4.23e-02	1.90e-10	1.30e-01	3	3
5	2.13e-01	1.89e-10	1.24e-01	3	3
6	1.23e+00	2.07e-10	1.28e-01	3	3

rattuna todentuntuisemman arvon.

5 JOHTOPÄÄTÖKSET

Työssä on toteutettu spektrieromittari ΔE_i , joka perustuu ennalta laskettuihin spektrieroihin tunnettujen spektrien välillä ja niistä johdettuihin laskentaparametreihin. Laskentaparametrit tarvitsee laskea vain kerran, jonka jälkeen niitä käytetään spektrierojen laskennassa. Eromittari on suunniteltu näyttämään samaa kuin *CIEDE2000*-värieromittari. Tunnetuista spektreistä muodostetaan määrittelyavaruuden kärkipisteet, jonka sisällä spektrieroja voidaan laskea. Tunnettuina spektreinä käytettiin Munsellin spektrejä [20]. Eromittari perustuu alimmalla tasollaan malliin kuvassa 14 ja lausekkeisiin 95 ja 96. Työn toteutuksen aikana mallissa havaittiin matemaattinen ongelma, joka liittyy k_2 :n ratkaisuun lausekkeesta 95. k_2 ratkaistaan lausekkeella 108, josta huomataan, ettei ratkaisu ole voimassa, kun $\Delta E(sp_2, sp_4) = \Delta E(sp_1, sp_4)$. Ongelman korjaamiseksi olisi muutettava lauseketta 95 siten, ettei kiellettyjä tiloja esiinny. Kannattaa kuitenkin säilyttää kolmiomalli kuvan 14 mukaisesti, koska malliin on helppo lisätä tunnettuja spektrejä askel askeleelta. Ongelma alkaa esiintyä spektrierojen laskennoissa, kun askelia suoritetaan riittävän monta. Testien mukaan jo viidennellä askeleella ongelmia esiintyi, mutta ongelmat koskivat vain joitain spektrieroja. Joissain tapauksissa ongelma ratkeaa, kun vaihdetaan tunnettujen spektrien järjestystä mallin sisällä. Virhetilanteen todennäköisyys kasvaa askelten määrän kasvaessa, koska malli sisältää yhä enemmän mallin sisäisiä spektrejä.

Spektrieromittarilla laskettavat spektrierot rajoittuvat määrittelyavaruuteen, jonka kärkipisteinä ovat mallin tunnetut spektrit. Näin olisi parasta pystyä kasaamaan malliin mahdollisimman monta tunnettua spektriä, jotta saataisiin laskettua spektrieroja mahdollisimman monipuolisien ja laajojen spektrijoukkojen välillä. Askelten määrä määrää sen, kuinka monen tunnetun spektrin mukaan barysentriset koordinaatit voidaan määrittää spektreille, joiden eroja lasketaan. Askelten määrää rajoittaa kuitenkin edellisessä kappaleessa esitetty kielletty tila lausekkeessa 108, jonka todennäköisyys kasvaa askelten määrien lisääntyessä. Ongelma voidaan varmasti ratkaista, mutta toinen ongelma on laskennan suuri kompleksisuus. Laskentaparametrien määrittämisen kompleksisuus on suuruusluokkaa $O(n^{2l}l + n^{2l} + n^3 + n^2 * l)$, jossa n on polynomien aste lausekkeessa 96 ja l on suoritettavien askelten lukumäärä. Laskenta vaatii hajautusta, jotta laskenta saadaan suo-

ritettua järjellisessä ajassa. Hajautus on toteutettu eri unix-koneille pääprosessina ja laskentaprosesseina. Pääprosessissa tiedon jakaminen ja vastaanottaminen on jaettu erillisiin prosesseihin. Ratkaisu rajoittaa laskentaprosessien määrää, koska pääprosessi ei ehdi palvelemaan rajatonta määrää laskentaprosesseja. Siksi hajautuksessa kannattaisi muodostaa erillisiä laskentaklustereita, joissa olisi omat pää- ja laskentaprosessit.

Eräs käyttökohde spektrieromittarille on spektrierojen laskenta metameerisille spektreille. Metameerisille spektreille *CIEDE2000*-väriero näyttää nollaa, vaikka spektrit ovat erilaiset. Mutta spektrieromittari kuitenkin näyttää nolasta poikkeavaa arvoa, vaikka onkin suunniteltu näyttämään samaa kuin *CIEDE2000*. Nolasta poikkeava arvo viittaa spektrieroon värieron sijasta.

Toinen käyttökohde spektrieromittarille on MRA-menetelmä [26], jossa *Lab*-väri muunnetaan spektriksi opetusjoukkoon perustuen. Spektri ei vastaa täysin oikeaa, vaan siinä on mukana virheellisyttä. Testissä virheellisyttä mitattiin *CIEDE2000*-värierona ja spektrieromittarilla. Alkuperäisen ja estimoidun spektrin välillä oli silmännähden eroa, mutta *CIEDE2000*-väriero näytti lähelle nollaa. Spektrieromittari näytti selvästi suurempaa arvoa, mikä lienee lähempänä todellisuutta.

Spektrieromittarin päälähtökohtana oli saada mittari vastaamaan *CIEDE2000*-värieroa, missä onnistuttiin hyvin muutamia poikkeuksia lukuunottamatta, jotka johtuvat kielletystä tilasta lausekkeessa 95. Jos ja kun ongelma saadaan korjattua, spektrieromittari toimii tältä osin täydellisesti. Tämä työ osoittaa, että on mahdollista laskea spektriero kahden spektrin välillä työssä toteutetulla spektrieromittarilla ΔE_i , kun mittarille annetaan parametreina spektrien barysentriset koordinaatit.

LÄHTEET

- [1] M. D. Fairchild, *Color Appearance Models*. Addison Wesley Longman, Inc., 1998.
- [2] G. Wyszecki and W. S. Stiles, *Color Science: Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae*. A Wiley-Interscience Publication, 2nd ed., 2000.
- [3] H. S. Fairman, M. H. Brill, and H. Hemmendinger, “How the CIE 1931 Color-Matching Functions Were Derived from Wright-Guild Data,” *Color research and application*, vol. 22, no. 1, pp. 11–23, 1997.
- [4] M. Melgosa, R. Huertas, and R. S. Berns, “Relative significance of the terms in the CIEDE2000 and CIE94 color-difference formulas,” *Optical Society of America*, vol. 21, no. 12, pp. 2269–2275, 2004.
- [5] M. R. Luo, G. Cui, and B. Rigg, “The Development of the CIE 2000 Colour-Difference Formula: CIEDE2000,” *Color research and application*, vol. 26, no. 5, pp. 340–350, 2001.
- [6] G. Sharma, W. Wu, and E. N. Dalal, “The CIEDE2000 Color-Difference Formula: Implementation Notes, Supplementary Test Data, and Mathematical Observations,” *Color research and application*, vol. 30, no. 1, pp. 21–30, 2005.
- [7] G. M. Johnson and M. D. Fairchild, “A Top Down Description of S-CIELAB and CIEDE2000,” *Color research and application*, vol. 28, no. 6, pp. 425–435, 2003.
- [8] J. A. S. Viggiano, *Metrics for Evaluating Spectral Matches: A Quantitative Comparison*, pp. 286–291. CGIV 2004, Second European Conference on Colour in Graphics, Imaging, and Vision, Aachen, Saksa, 5-8.4.2004.
- [9] H. S. Fairman, “The Calculation of Weight Factors for Tristimulus Integration,” *Color Research and Application*, vol. 10, no. 4, pp. 199–203, 1985.
- [10] F. König and W. Praefcke, “Multispectral image encoding,” *International Conference on Image Processing, ICIP '99, Kobe, Japani, 24-28.11.1999*, vol. 3, pp. 45–49.

- [11] R. Veltkamp, "Shape matching: similarity measures and algorithms," *International Conference on Shape Modeling and Applications, SMI 2001, Genova, Italia, 7-11.5.2001*, pp. 188–197.
- [12] F. H. Imai, M. R. Rosen, and R. S. Berns, *Comparative study of metrics for spectral match quality*, pp. 492–496. CGIV 2002, First European Conference on Colour in Graphics, Imaging, and Vision, Poitiers, Ranska, 2-5.4.2002.
- [13] C.-I. Chang, "An Information-Theoretic Approach to Spectralvariability, Similarity, and Discrimination for Hyperspectral Image Analysis," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 46, no. 5, pp. 1927–1932, 2000.
- [14] J. Hernández-Andrés and J. Romero, "Colorimetric and spectroradiometric characteristics of narrow-field-of-view clear skylight in Granada, Spain," *Optical Society of America*, vol. 18, no. 2, pp. 412–420, 2001.
- [15] T. M. Lillesand and R. W. Kiefer, *Remote Sensing and Image Interpretation*. John Wiley & Sons, Inc., 4th ed., 2000.
- [16] J. A. S. Viggiano, "A perception-referenced method for comparison of radiance ratio spectra and its application as an index of metamerism," *Ninth Congress of International Colour Association, SPIE, Rochester, NY, USA, 2.4.2001*, vol. 4421, pp. 701–704.
- [17] J. A. S. Viggiano, "The comparison of radiance ratio spectra: assessing a model's 'goodness of fit'," *SPSE's 43rd Annual Conference, Rochester, NY, USA, 20-25.5.1990*, pp. 222–225.
- [18] J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, "Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions," *SIAM J. Optim*, vol. 9, no. 1, pp. 112–147, 1998.
- [19] H. G. Völz, "Euclidization of the First Quadrant of the CIEDE2000 Color Difference System for the Calculation of Large Color Differences," *Color Research and Application*, vol. 31, no. 1, pp. 5–12, 2006.

- [20] *Munsell Book of Color - Matte Finish Collection*. Munsell Color, Baltimore, Md., 1976.
- [21] J. R. Dormand and P. J. Prince, “A family of embedded Runge-Kutta formulae,” *J. Comp. Appl. Math.*, vol. 6, no. 1, pp. 19–26, 1980.
- [22] L. Råde and B. Westergren, *Mathematics handbook for science and engineering*. Studentlitteratur AB, fifth ed., 2004.
- [23] M. E. Tipping and C. M. Bishop, “Probabilistic Principal Component Analysis,” *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, vol. 61, no. 3, pp. 611–622, 1999.
- [24] J. R. Shewchuk, “Triangle: Engineering a 2D quality mesh generator and Delaunay triangulator,” *Applied Computational Geometry Towards Geometric Engineering*, vol. 1148, pp. 203–222, 1996.
- [25] J. Warren, S. Schaefer, A. N. Hirani, and M. Desbrun, “Barycentric coordinates for convex sets,” *Advances in Computational Mathematics*, vol. 27, no. 3, pp. 319–338, 2007.
- [26] J. Taipale and A. Kaarna, “Color Differences in Spectral Space: Clustering for MRA with CIEDE2000 Compatibility,” *The Fourth International Workshop on Image Media Quality and its Applications, IMQA2011, Kyoto, Japan, 4-5.10.2011*, pp. 6.
- [27] *Itä-Suomen yliopisto, Spectral Color research, Spectral Database*. viitattu 7.6.2013. Saatavissa <http://www.uef.fi/fi/spectral/spectral-database/>.